This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

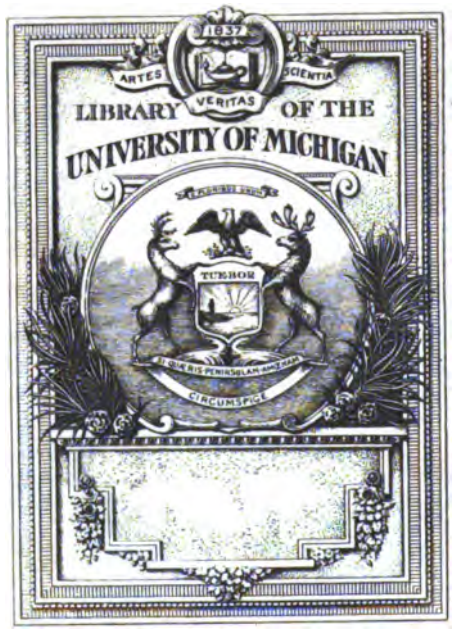
+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

Billi Brahe

1837
ARTES VERITAS SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE



3.

HVEDHOLM
BIBLIOTHEK
3276.
QA
31
.E88
S734
1699

Teutsch-redender Euclides/

Oder Acht Bücher

Von denen Anfängen

Der

Meß-Kunst/

Auff eine neue und gantz leichte Art/

Zu Nutzen

Allen Generalen/ Ingeniern/

Natur- und Warheit-Kündigern/ Bau-Meistern/ Künstlern und Handwerckern

In Teutscher Sprach eingerichtet und bewiesen/

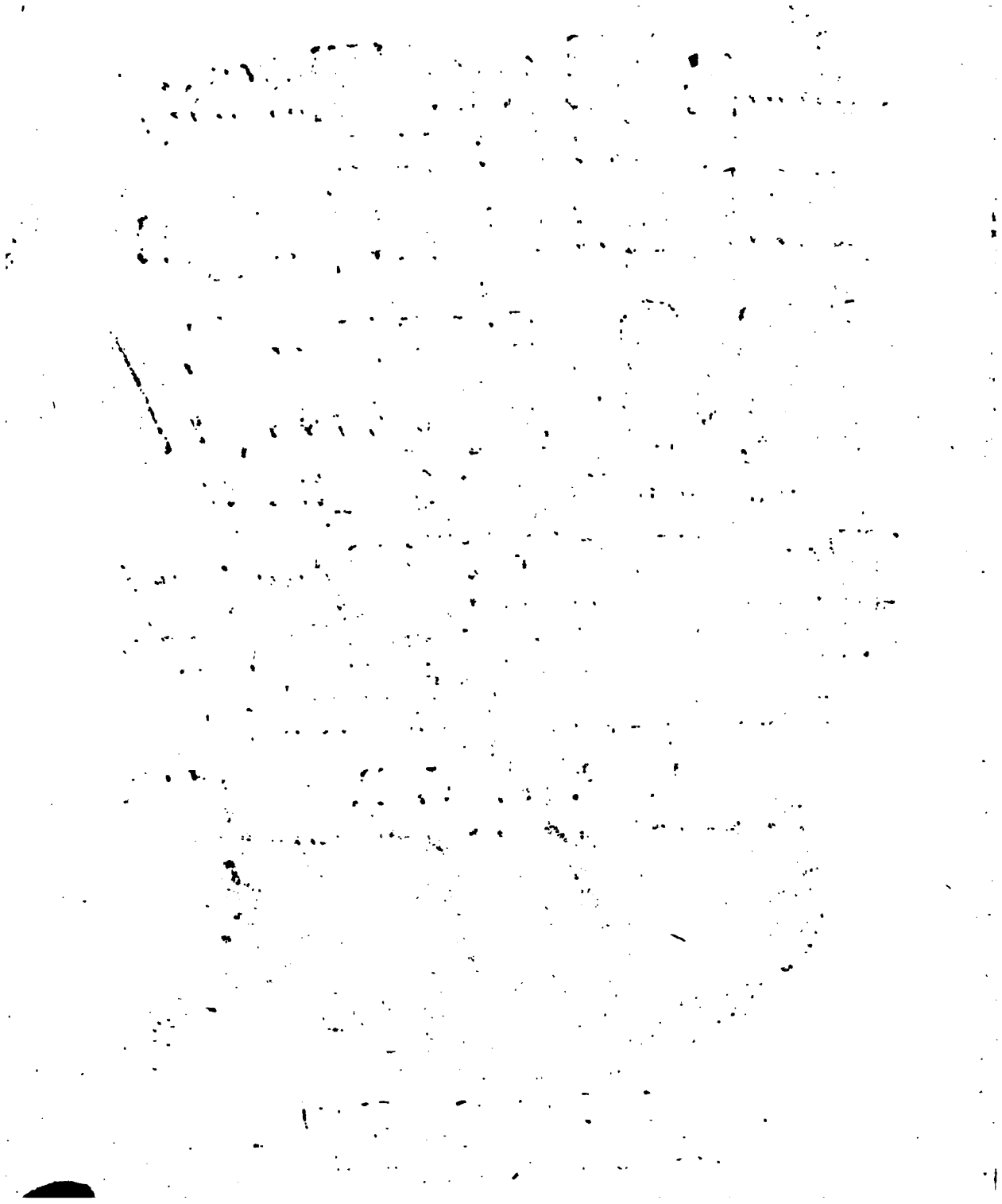
Durch

A. E. B. V. P.

Lübeck und Franckfurt/

In Verlegung Johann Wiedemeyers/

Anno 1699.



Hist 3 Sci.
Lyrae
14-27
14330

An den

Günstigen Leser.

OB zwar bißhero viel Euclidische Bücher in verschiedenen Sprachen und Beweißthums-Arten beschriebener/ herauß gekommen seynd/ so glaube doch/ daß deren noch keines also beschaffen/ als gegenwärtiges anzutreffen seyn werde; dann man sich hierinnen nicht wenig beflissen hat/ aller Orten die mittelmässige Kürtze/ und Deutlichkeit deren sonst schweren Vorgaben/ nebst denen zuständigen Figuren und gelegenen Druck also einzurichten/ daß nicht allein der Gelehrte/ sondern auch der jene/ welcher nur lesen kan/ diese Euclidische Vorgaben leichtlich fassen/ und innerhalb wenig Tägen verstehen mag.

Von denen funffzehen Büchern/ so Euclides von denen Anfängen der Meß-Kunst geschrieben/ habe

7-1-29 N.G.S.

habe ich nur acht/ als nöthige Bücher / für dis mahlen herauß gegeben/ die übrigen / weilen sie von einer gantz andern Materi / nemlich von der abgesonderten Gröſſe handlen / seynd zu andern Tractätlein / welche mit nechſten folgen sollen / mit Fleiß verſchoben worden.

Nun wünſche ich nichts/ als nur allein/ daß unſere Teutſche auch hierinnen deren Außländiſchen Völckern Modien nachfolgeten / und die Mathematiſche Wiſſenſchafften gleich ihnen erlernen / und zu Nutzen ihres Herrns und Vatterlandes anwenden möchten / nicht zweifflend / daß hierdurch unſere Kriegs- und Friedens - Künſte und Wiſſenſchafften viel in einen höhern Staffel folgends gelangen und uns glückſeliger machen ſollen.

Das

Erste Buch

Deß Teutsch-redenden

Euclides.

Außleg- oder Erklärung der Zeichen.

∠	Einen Winckel und Ecke.
—	Parallel oder gleich weit lauffende Linien.
⊥	Perpendicular, oder Bleyrechte Lini.
⊓	Gleich oder Gleichheit / oder / ist gleich.
⊏	Ist grösser / länger.
⊐	Ist kleiner / kürtzer.
⊔ bedeutet	Mehr / mit / oder Zusammensetzung mit einander.
—	Weniger / ohne / oder Abzug.
×	Vermehrung / Multiplication.
△	Triangel / Drey-Eck / dreyseitige Figur.
□	Quadrat / gleich vierseitige Figur / Vier-Eck.
▭	Parallelogeam, Winckelrechte ablange Vierung.
⊖	Cubus, Würffel / und auch ein Parallelepipedum.

Zu einem Beyspiel.

Man solte schreiben / der Winckel A. ist gleich dem ∠ B. und die Lini C. D. seye Parallel der Lini E. F. so setzt man bloß:

Der ∠ A. ist ⊓. dem ∠ B. und C. D. ist —, E. F.

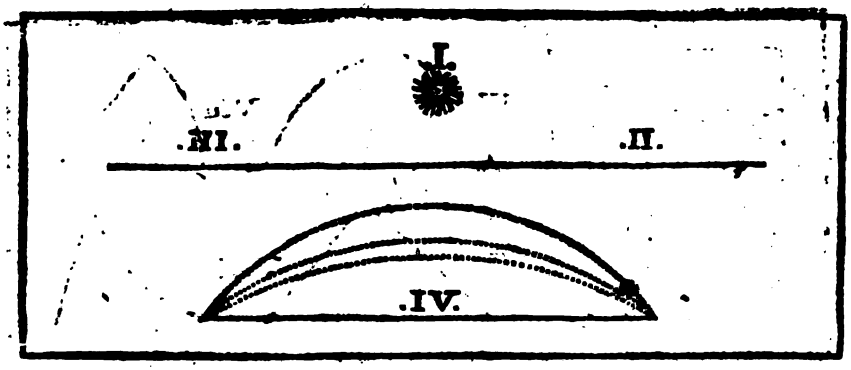
Item das Parallelogeam ist grösser als der Triangel FGH.

Viel kleiner aber / als das Quadrat MN. so stehet es also:

Das ▭ ist ⊏ / als der △ FGH. viel ⊐ aber / als das □ MN.

Letzlich der Winckel A sambt denen Winckeln B, und C. und D. ist gleich dem Winckel E. sambt dem Winckel F. stehet also geschrieben

Der ∠ A → B → C ist ⊓ / dem ∠ E → F.



Wort-Erklärungen.

I.

DEr Punct iſt ein Täpfflein / das in ſeiner Gröſſe unzertheilig iſt/ oder in welchem wir allhier keine Theile zu betrachten haben. Fig. I.

Gleich wie eins aller Zahlen / alſo iſt der Punct ein Anfang aller Gröſſe.

II.

Eine Lini / oder Strich/ iſt eine Länge ohne Breite. Fig. II.

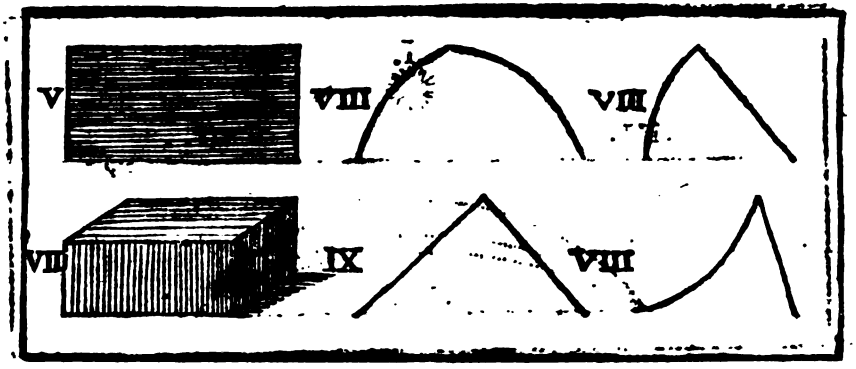
III.

Die euſſerſte Theile deren Linien ſeynd Puncten. Fig. III.

Dann eine Lini ihren Anfang von einem Punct nimmt/ und ſich an einem Punct endet.

IV.

Eine gerade Lini iſt/ welche Schnur eben / zwiſchen zwey Puncten ligt: oder eine gerade Lini iſt / die kürtzeſte unter allen / welche auß einem Punct/ in einen andern mögen gezogen werden. Fig. IV.



V.

Eine Ebne oder Fläche iſt/ welche nur allein eine Breite und Länge/ nicht aber eine Dicke hat. Fig. V.

VI.

Das Euſſerſte einer Fläche ſeynd Linien.

VII.

Eine gerade Fläche iſt/ welche Schnur eben zwiſchen ihren Linien ligt. Iſt gleich einem wohl polierten Marmorſtein. Fig. VII.

VIII.

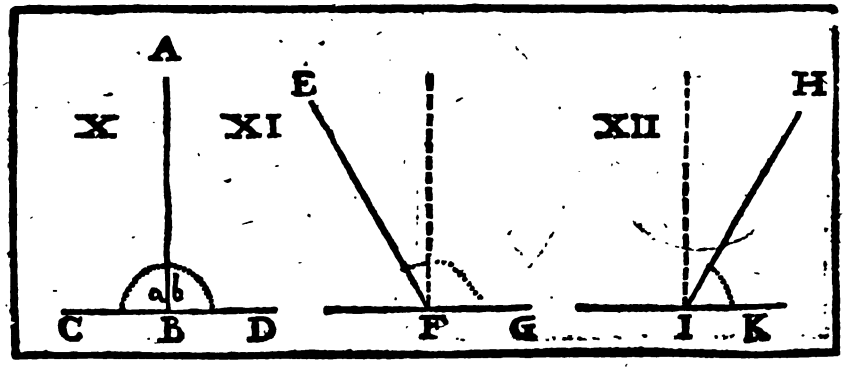
Ein flacher Winckel iſt/ wann auff einer geraden Fläche zwo Linien mit dem einen Ende ſich einander berühren/ und nicht Schnur gerad nach einander liegen/ ſondern eine Lini ſich gegen der andern neiget. Fig. VIII.

IX.

Wann diejenige Linien/ welche dieſen Winckel machen/ gerad ſeynd/ ſo wird er ein geradliniſcher Winckel genannt. Fig. IX.

Die zwo Linien/ welche den Winckel machen/ ſeynd genannt Seiten.

Und der Spitz/ oder Punct/ allwo ſie zuſammen ſtoſſen/ der Winckel/ oder Eck.



X.

Wan eine gerade Lini (A.B.) auff einer andern geraden Lini (C.D.) ſtehet/ und die zween Winckeln (a und b) welche ſie mit ihrem Anrühren verurſachet/ beyde gleich einander machet: ſo werden demnach beyde Rechte Wincklen genannt/ und diejenige gerade Lini (A B.) ſo auff der andern (C.D.) ſtehet/ wird die Bleyrechte/ oder Perpendicular der jenigen (C. D.) auff welcher ſie ſtehet/ geheiſſen. Fig. X.

XI.

Ein ſtumpffer Winckel iſt/ welcher gröſſer als ein rechter Winckel iſt/ gleich wie E.F. G. Fig. XI.

XII.

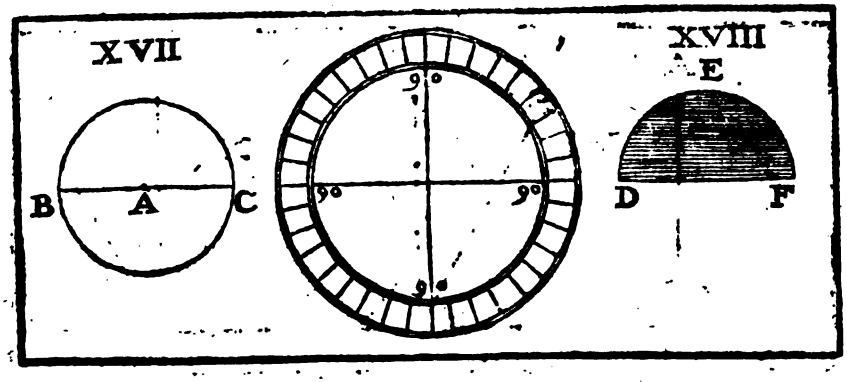
Ein ſcharffer Winckel iſt/ welcher kleiner/ als ein rechter Winckel iſt/ gleich wie H.I.K. Fig. XII.

XIII.

Das Eufferſte/ oder Rand/ in Latein Terminus, iſt eines jeden Dings letztes Ende.

XIV.

Ein Figur iſt/ welche von einem oder mehr Ränden beſchloſſen iſt.



XV.

Der Circkel iſt ein flache Figur / mit einer einigen Lini umbgeben / welche der Umbkreiß / Circumferenz, oder Peripheria genannt wird; Wenn man in dieſe auß einem gewiſſen Puncten / welcher in der Figur darinnen genommen wird / einige gerade Linien ziehet / ſo werden ſolche Linien einander in der Länge gleich ſeyn.

XVI.

Ein ſolcher gewiſſer Punct / wird der Mittel-Punct deß Circkels oder Centrum geheiſſen.

XVII.

Der Diameter eines Circkels / iſt eine gerade Lini / die durch den Mittel-Punct gehet / und mit ihrem Ende den Umbkreiß deß Circkels berühret / auch den gantzen Circkel in zwey gleiche Theile abtheilet / gleich wie B. A. C. Fig. XVII.

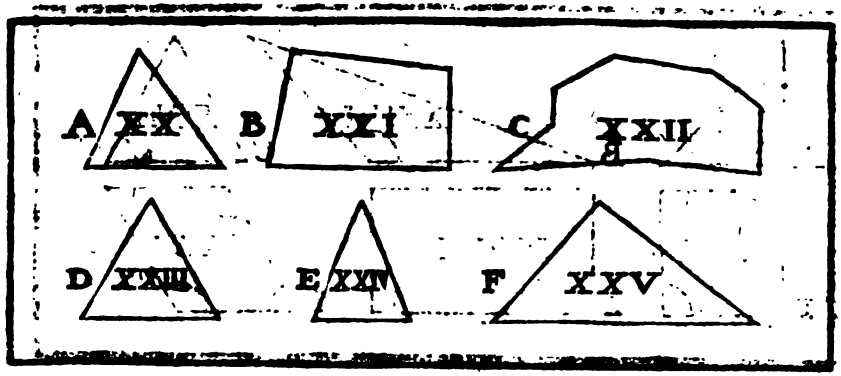
Ein halber Circkel iſt ein flache Figur / welche beſchloſſen wird mit einem Diameter, und einem halben Umbkreiß D. E. F. Fig. XVIII.

Den Umbkreiß eines gantzen Circkels pflegen die Mathematici in 360. gleiche Theile einzutheilen / welche ſie hernach Gradus nennen.

Einen Grad abtheilen ſie wiederumb in 60. Theil / oder Minuten / und eine Minuten in 60. Secunden.

Ein halber Umbkreiß haltet 180. Grad.

Ein Viertel-Bogen / oder Quadrant 90. Grad.



XIX.

Gerad-linichte Figuren ſeynd/ welche aller Orten mit geraden-Linien beſchloſſen ſeynd.

XX.

Dreyſeitige Figuren/ welche von drey geraden Linien beſchloſſen ſeynd/ gleich wie A.

XXI.

Vierſeitige/ die von vier geraden Linien beſchloſſen ſeynd/ gleich wie B.

XXII.

Vielſeitige/ die von mehr als vier geraden-Linien beſchloſſen werden/ als wie C.

XXIII.

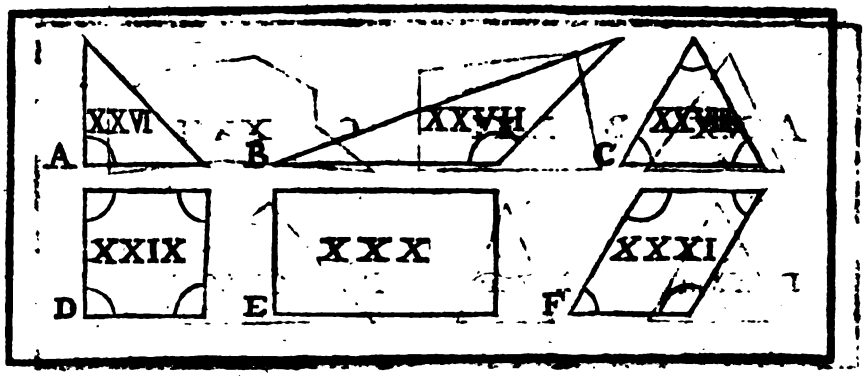
Unter denen dreyſeitigen Figuren/ iſt ein gleichſeitiger Triangel genannt/ welcher drey gleich lange Seiten hat/ wie D.

XXIV.

Der aber nur zwey gleich lange Seiten hat/ wird Iſoſceles geheiſſen/ wie E.

XXV.

Ein ungleichſeitiger/ das iſt/ deſſen drey Seiten ungleich ſeynd/ ein ſolcher Triangel wird Scalenum genannt/ wie F.



XXVI.

Uber dieſe iſt unter denen dreyſeitigen Figuren ein Recht-winckelichter Triangel derjenige/ welcher einen rechten Winckel hat/ wie A.

XXVII.

Ein ſtumpffwinclichter Triangel/ oder Amblygonium iſt/ welcher einen ſtumpffen Winckel hat/ gleich wie B.

XXVIII.

Ein ſcharffwinclichter Triangel/ oder Oxygonium iſt/ welcher drey ſcharffe Winckel hat/ gleich wie C.

XXIX.

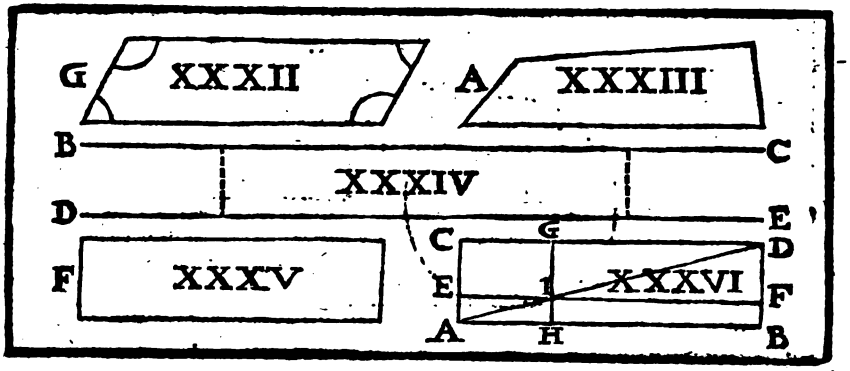
Unter denen vierſeitigen Figuren/ iſt ein Quadrat/ oder Vier-Eck genannt/ welches vier gleich lange Seiten/ und vier rechte Winckel hat/ gleich wie D.

XXX.

Die aber vier rechte Winckel/ nicht aber vier gleich lange Seiten hat/ wird ein winkelrechte ablange Vierung/ oder Rectangulum genannt/ wie E.

XXXI.

Die vier gleich lange Seiten hat/ aber keinen rechten Winckel/ wird eine geſchobene Vierung/ oder Rhombus genannt/ F.



XXXII.

Eine geſchobene verlängte Vierung / oder Rhomboides iſt genant / welche zwey Seiten / und zween Winckeln gegen einander über ſtehend / gleich groß hat / als wie G.

XXXIII.

Auſſer dieſen benandten vierſeitigen Figuren / werden alle andere / ungleiche Vierungen / oder Trapezia, geheiſſen. A.

XXXIV.

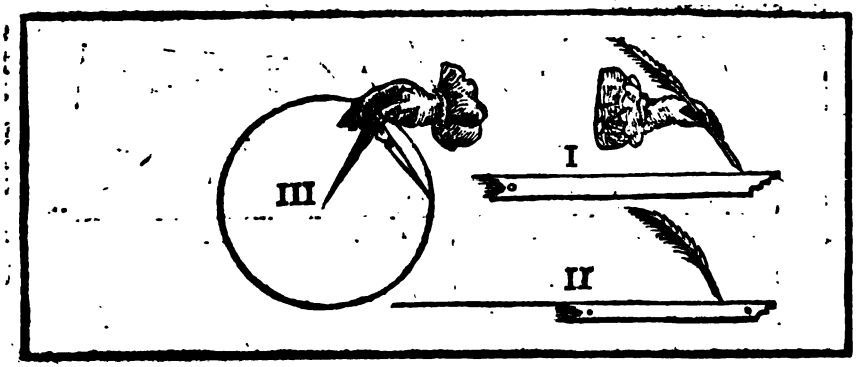
Gerade Parallel-Linien ſeynd / welche auff einerley Fläche liegen / und allzeit gleich weit von einander ſtehen / und ſich nimmermehr anrühren / noch zuſammen kommen / gleich wie BC. DE.

XXXV.

Ein Parallelogrammum iſt ein vierſeitige Figur / deſſen zwey gegenüberſtehende Seiten Parallel, oder gleich weit von einander ſeynd. F.

XXXVI.

Wann in einem Parallelogrammum (ABCD.) auß einem Winckel in dem andern gegen über ein Diameter (AD) gezogen / und darmit das Parallelogrammum in zwey gleiche Theile abgetheilet worden iſt; unterdeſſen aber man auch zwey Parallel-Linien (HG, EF) innerhalb dieſes Parallelograms ziehet / welche ſich in einen Puncten (I) deß Diameters (AD) ins Creutz durchſchneiden / und alſo vier Parallelogrammen machen: ſo werden hernach die zwey Parallelogrammen (HBIF, EICG) durch welche der Diameter (AD) nicht gehet / Complementen / oder Außfühlungen / die zwey andere aber (AHEI, IFGD) / durch welche der Diameter gehet / ſchlecht hinweg / die Parallelogrammen, ſo umb den Diameter ſtehen / genannt.



Begehrungen. Poſtulata.

Die Sach iſt in ſich ſelber klar / und bedarff keines Beweiſſes / man geſteht es gar gern / daß es ſeyn kan / nemlich:

I.

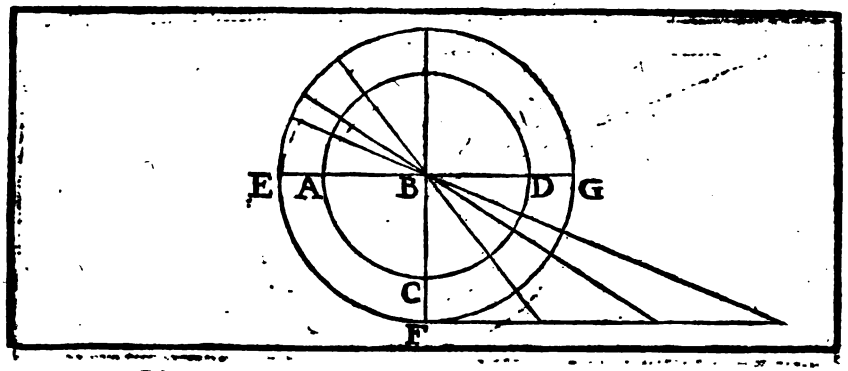
Von einem gegebenen Punct / zu einem andern Punct / eine gerade Lini zu ziehen. Fig. I.

II.

Eine gerade Lini hinauß gerade fort zu verlängern. Fig. II.

III.

Auß einem gegebenen Mittel-Punct / und gegebener Weite einen Circkel zu beſchreiben. Fig. III.



Allgemeine Wissenschafft. Axiomata.

I.

Die Dinge/ welche einem Ding insonderheit gleich seynd/ die seynd gleich unter einander.

Alldieweilen die Lini BA ⊓ ist der BC; und die BD auch ⊓ der BC durch die 15. Wort-Erklärung; so werden deßwegen alle drey BA, BD, BC unter einander ⊓ seyn.

II.

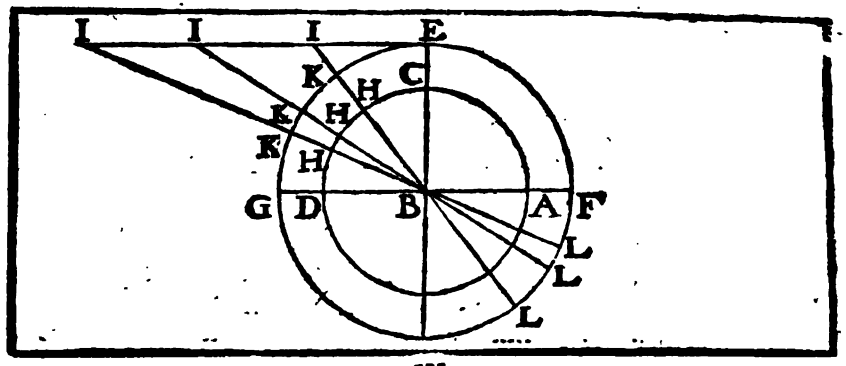
Wann gleiche Dinge zu gleichen Dingen hinzu gesetzt werden / so kommen gleiche Dinge herauß.

Weilen die AB ⊓ ist der CB, und die CB ⊓ der DB: setze hinzu die Gleiche AE, CF, DG; so kommen herauß die Gleiche BE, BF BG.

III.

So man von gleichem Dinge gleiches hinweg nimmt; so werden auch die übrigen Dinge einander gleich verbleiben.

Von denen Gleichen BE, BF, BG seynd hinweg genommen worden die Gleiche AB, CB, DB; die übrige AE, CF, DG werden auch gleich unter einander verbleiben.



IV.

Wann man zu ungleichen Dingen/gleiche Dinge hinzu ſetzet / ſo werden die zuſammen geſetzte auch ungleich ſeyn.

Wann man zu denen ungleichen Linien IK. die Gleiche BK. hinzu ſetzet/ So werden auch die gantze BI. einander ungleich ſeyn.

V.

So von ungleichen Dingen gleiche abgezogen werden / ſo werden auch die überbliebene einander ungleich verbleiben.

Wann man von denen ungleichen Linien BI. die Gleiche BK darvon ziehet/ So werden die überbliebene KI. einander noch ungleich ſeyn.

VI.

Alle Dinge/ welche eines andern Dings (abſonderlich gegen einander gehaltene) zwey/ drey/ viermahln/und ſo fort/ gröſſer ſeynd / die ſeynd gleich einander.

Eine jede KL abſonderlich/ iſt zwey mahln ſo groß als BF. derohalben ſeynd alle KL. gleich unter einander.

VII.

Diejenige Dinge/ ſo jedes abſonderlich gerad der halbe / dritte/ vierte Theil von einem andern Dinge iſt; die ſeynd auch gleich einander.

Alſo ſeynd alle KB. weilen ſie gerad die Helffte von GF ſeynd/ einander gleich.

VIII.

Wann zwey oder mehr Dinge im Sinne auff einander gelegter verſtanden werden/ und ſich durchauß zuſammen ſchicken/ auch keines das ander / weder in der Länge/ Dicke/ noch Breite übertreffe/ ſo ſeynd auch ſolche Dinge einander gleich.

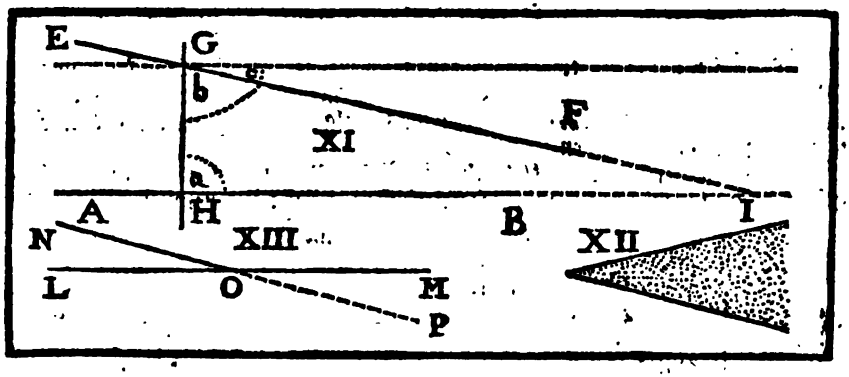
Alſo/ wann man in einerley Form etwas gieſſet/ oder machet/ gleich wie die Ziegelſteine/ ſo iſt klar/ daß ſolche gantz und gar einander gleich groß ſeyn werden: In denen flachen Figuren hat es eben dieſe Meinung / welche man insgemein Patronen / und Muſter nennet.

IX.

Das gantze iſt gröſſer/ als ſein Theil.

X.

Alle rechte Winckel ſeynd einander gleich.



XI.

Wann über zwey gerade Linien (AB und EF)/ eine andere gerade Lini (GH) überzwerg gezogen wird/ und die zwey inwendige Winckeln (a und b) mit einander kleiner machet/ als zwey rechte Winckeln (a und b — c): da man hernach solche zwey Linien hinauß verlängert/ werden sie endlich auff derselben Seiten/ allwo die zween Winckeln kleiner/ als zween rechte seynd/ in einem Puncten (gesetzt/ als wie in I.) zusammen kommen.

XII.

Zwey gerade Linien beschlieſſen keinen Platz/ und machen keine Figur: auffs wenigst gehöret die dritte darzu.

XIII.

Zwey gerade Linien (LO und NO) können nicht auß einer geraden Linie (OM) entspringen.

Dann wann die gerade Lini NO verlängert wird/ so geschicht es nach dem Puncten P, und nicht nach M: sonsten würden sie keine gerade/ ebne Linien seyn.

XIV.

Ein jedes gantzes Ding ist gleich allen seinen Theilen sammentlich: und hingegen alle Theile sammentlich seynd gleich seinem Gantzen.

XV.

Wann ein gantzes Ding eines andern gantzen/ und das Hinweggenommene deß andern Weggenommenen doppelt ist/ so wird auch das übrige deß andern übrigen doppelt seyn. u. s. f.

Anmerckungen.

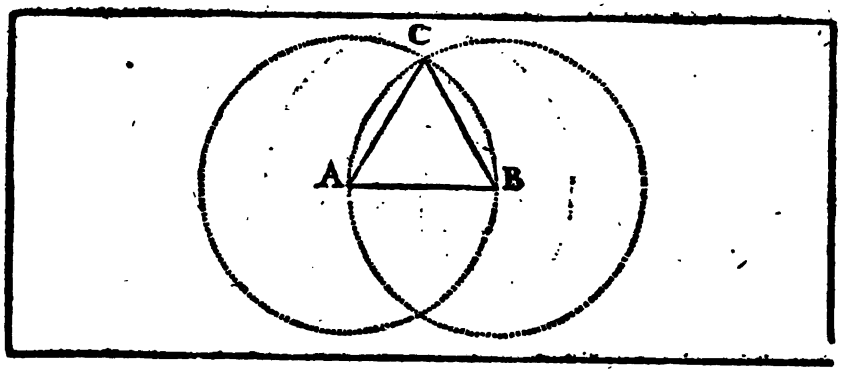
Obwolen man noch ein gröſſere Anzahl deren / der Welt bekannten gemeinen Wiſſenſchafften hätte hier bey- und aufforingen können ; ſo hat mans doch hierinnen mit Fleiß unterlaſſen / wohl wiſſend / daß das Folgende gnugſam mit Gegenwärtigen möge bewieſen werden.

Was den Beruff anlanget / welcher in dieſem Beweißthume immer ſtäts beygeführet wird / iſt ſolcher auff folgende Weiſe zu verſtehen : als nemlich

Ax.		Allgemeine Lehr / oder Grund-Spruch	Axioma.
Poſt.		Begehrung / Anforderung	Poſtulatum.
Def.		Wort-Erklärung	Definitio.
Corol.		Folge	Corollarium.
D.		Durch	Per.
B.	bedeutet	Buch	Liber.
Vorg.		Vorgab	Propoſitio.
Handg.		Handgriff	Praxis. Operatio.
Zub.		Zubereitung	Conſtructio.
An.		Anmerckung	Nota.
Vor.		Vorgehend	Antecedens.

Zu einem Beyſpiel / es ſtehet geſchrieben 12. v. 3. b. leſe es alſo :
Durch die zwölffte Vorgab deß dritten Buchs.
Man ſchreibt es aber noch kürtzer auff ſolche Weiß / d. 13 4. das iſt :
Durch die dreyzehende Vorgab deß vierdten Buchs.

Problema, Theorema, und Lemma, ſeynd drey Griechiſche Wörtlein / ſo Euclides denen Vorgaben vorſetzet / und wollen nichts anders ſagen / als daß die Vorgab entweder ein Handgriff / eine Betrachtung / eine Erleichterung / oder Hülff deß Nachgehenden ſeye / ohne welchem es ſonſten nicht genugſam klar könte bewieſen werden.



Die Erſte Vorgab. Handgriff.

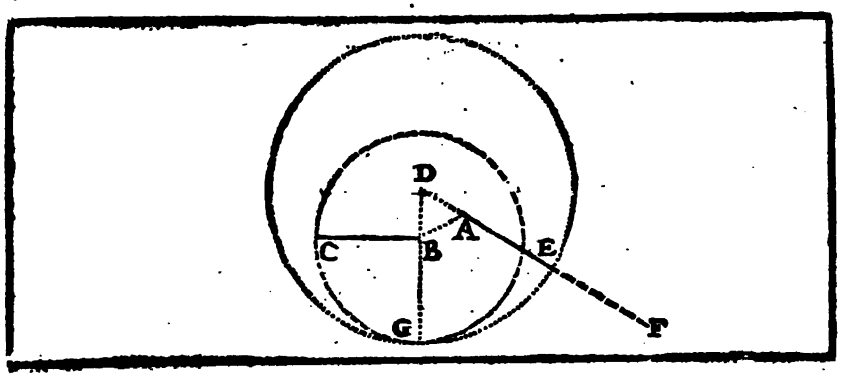
Auff einer gegebenen geraden Lini (AB) einen gleichſeitigen Triangel (ACB) zu machen.

Handgriff.

Aus denen zwey äuſſerſten Puncten A, und B.
mit der Weite der gegebenen Lini AB.
ſchreibe zween Circkel herumb:
Allwo diſe zwey Circkel ſich durchſchneiden / als wie in dem Puncten C.
Ziehe in ſolchen Durchſchnitts-Puncten C
die zwey geraden Linien AC, BC.
So iſt der gleichſeitige △ ACB verfertiget.

Beweiß.

Die Lini AC iſt ⊓ / der Lini AB. d. 15. def. 1.
Die Lini CB iſt auch ⊓ / der Lini AB. d. 15. def. 1.
Darumb ſeynd die drey Linien einander gleich. d. 1. ax.
Und deßwegen iſt der △ ACB ein gleichſeitiger △. d. 23. def. 1.
Welches zu machen ware.



Die I. I. Vorgab. Handgriff.

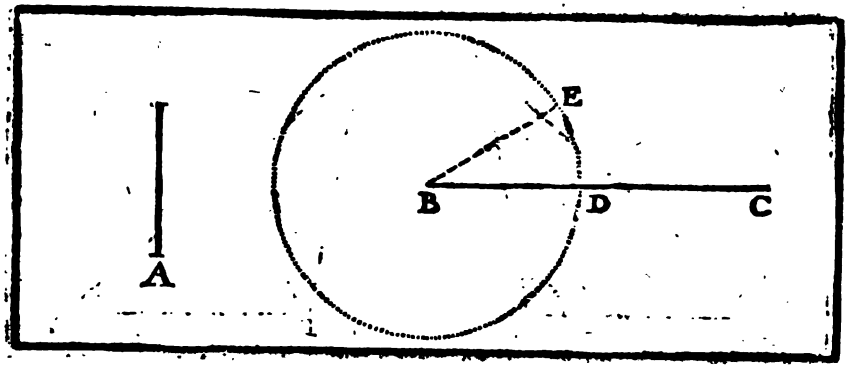
Auß einem gegebenen Puncten (A) eine gerade Lini (AE) zu ziehen / welche einer andern vorgegebenen geraden Lini (BC) gleich lang ſeye.

Handgriff.

Ziehe zuſammen die zween Puncten BA,	d. 1. poſt.
Auff der Lini AB mache den gleichſeitigen △ ADB.	d. 1. 1.
Aus dem Punct B, mit der Weite BC ſchreibe einen Circkel.	d. 3. poſt.
Verlängere die Seiten DB biß am Umkreiß G.	
und die Seiten DA hinauß ein F, nach Gebühr.	
Auß dem Punct D, mit der Weite DG, ſchreibe einen Circkel/ welcher die Lini DF durchſchneiden werde in E.	
Die Lini AE wird alsdann ∏ ſeyn/ der Lini BG.	

Beweiß.

Die Lini DB iſt ∏/ der Lini DA.	d. d. Handg.
und die Lini DG iſt ∏/ der Lini DE.	d. 14. def. 1.
Wann man von denen gleichen Linien DG, und DB, die gleiche Linien DB, und DA abziehet:	
So wird überbleiben die Lini BG ∏/ der Lini AE.	d. 3. ax.
Die Lini BG aber iſt ∏/ der Lini BC.	d. 15. def. 1.
Dahero wird auch die Lini AE ∏ ſeyn / der Lini BC.	
Welches zu machen ware.	



Die III. Vorgeh. Handgriff.

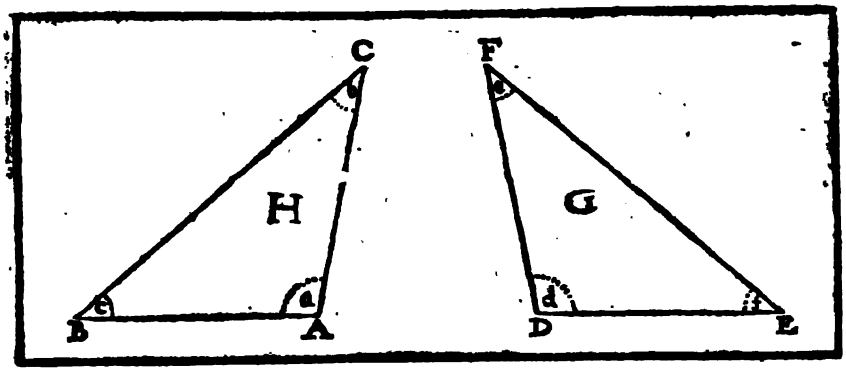
Von zwey gegebenen geraden Linien (A und BC) ungleicher Länge: von der Längern (BC) einen Theil (BD) / welcher gleich iſt der gegebenen Kürtzern Lini (A) / abzuſchneiden.

Handgriff.

Auß dem Punct B mache die Lini BE ⊓ / der Lini A. ð 2. i.
Schreibe auß dem Punct B, mit der Weite BE, einen Circkel / welcher die Lini BC durchſchneiden werde in D.
Nun ſage ich / daß das Stück / oder die Lini BD ⊓ ſeye abgeſchnitten worden / der gegebenen Lini A.

Beweiß.

Die Lini BD iſt ⊓ / der Lini BE.
die Lini BE aber iſt ⊓ / der Lini A. ð. 15. def. I.
Dahero wird auch die Lini BD ⊓ ſeyn / der Lini A, ð. d. Hand.
welche von der Längern BC iſt abgeſchnitten worden: ð. 1. ax.
Welches zu machen ware.



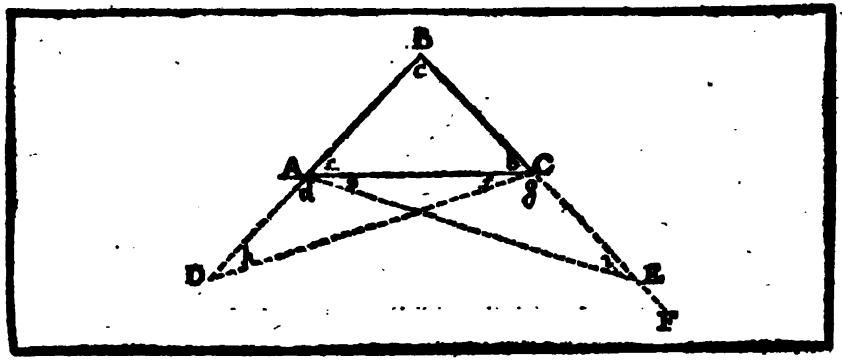
Die IV. Vorgab. Betrachtung.

Wann in zweyen Triangeln (H und G) zwo Seiten (AC, BC) eines / gleich ſeyn zweyen Seiten (DF, EF) deß andern / eine jede inſonderheit der andern (gleich wie AC ∏ / DF, und BC ∏ / EF) auch die zween Winckeln (b und c) / ſo von ſothanen gleichen Seiten gemacht werden / einander gleich ſeyn: alsdann werden auch die Baſes (AB und DE) einander gleich ſeyn; und der eine Triangel (H) wird ſich durchauß mit dem andern Triangel (G) vergleichen; auch die übrigen zwey Winckeln / ſo von gleichen Seiten beſchloſſen ſeynd / werden einander gleich ſeyn. (das iſt / der Winckel a wird ∏ ſeyn / dem Winckel d, und der Winckel c ∏ / dem Winckel f.)

Beweiß.

Weilen in dem △ H der ∠ b ∏ iſt / dem ∠ c in dem △ G, d. 8. Vorg.
und die Seiten AC ∏ / der Seiten DF. d. 8 Vorg.
Item die Seiten CB ∏ / der Seiten FE.
So iſt klar / daß / wann man den △ ACB auff den △ DFE alſo leget / daß der Spitz C auff den Spitz F / und die Seiten AC auff DF / und BC auff EF zu ligen kommen / auch nothwendig die Lini AB auff die Lini DE fallen und eintreffen werde / das iſt:
Die Baſis AB wird ∏ ſeyn / der Baſis DE; und ſo fort wird ſich der gantze △ H mit dem △ G durchauß zuſammen ſchicken / und einander gleich ſeyn. d. 8 ax.
Dahero auch der ∠ a ∏ ſeyn wird dem ∠ d; und der ∠ c ∏ / dem ∠ f. d. 8. ax.
Welches zu beweiſen ware.

(o)



Die V. Vorgab. Betrachtung.

In denen Triangeln (ABC) / welche zwo gleiche Seiten (AB, CB) haben/ seynd die zween Winckel (a und b) über der Basis (AC) einander gleich: und wann die zwo gleiche Seiten (AB, CB) verlängert werden / (als wie in D. und F.) so seynd auch die zween Winckel (d + e, und g + f) unter der Basis (AC) einander gleich.

Zubereitung.

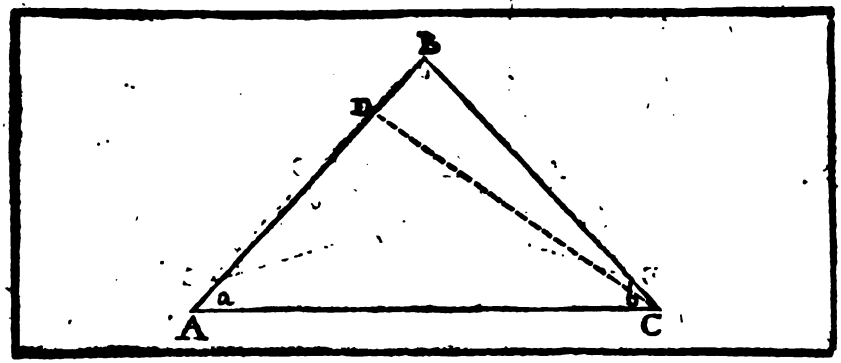
Mache CE ∏ / AD; und ziehe zusammen EA, und DC. { b. 3. 1. / b. 1. post.

Beweiß.

Betrachte erstlich die zwey △ ABE, und BCD, alsdann sage:
In dem △ ABE seynd die zwo Seiten AB, und BE ∏ / denen zwo Seiten CB, und BD im △ BCD / und der ∠ c ist beyden △ gemein. { b. d. Var. und Zus. 1
Darumb wird die Basis AE ∏ seyn / der Basis CD.
Und auch — die ∠ c + a / und ∠ i werden ∏ seyn / denen ∠ f + b, und ∠ h. b. 4. 1.
Betrachte zum andern die zwey △ ACE / und ACD / sprechend: { b. d. Zub. und d. Vor.
In dem △ ACE seynd die zwo Seiten AE, und CE ∏ / denen zwo Seiten CD, und AD im △ ACD / und der ∠ i ∏ dem ∠ h. b. d. Vor.
Folget / daß auch die übrige zween ∠ e / und f + g ∏ seyn werden / denen übrigen zween ∠ f / und e + d. b. 4. 1.
Das ist / der ∠ f + g ist ∏ / dem ∠ e + d unter der Basis.
Unterdessen ab ziehe von denen gleichen ∠ e + a / und f + b die gleiche ∠ e / und f. b. d. Vor.
So wird überbleiben der ∠ a ∏ / dem ∠ b über der Basis. b. 3. ax.
Welches zu beweisen ware.

Folge.

Ein jeder gleichseitiger Triangel ist auch gleichwinckliche.



Die VI. Vorgab. Betrachtung.

Wann in einem Triangel (ABC) die zwey Winckeln (a b) einander gleich ſeynd/ ſo werden auch die zwo Seiten (AB und BC)/ welche die gleichen Winckeln unterſpannen/ einander gleich ſeyn.

Beweiß.

Ob zwar dieſe Vorgab auß der vorgehenden für eine Warheit könte angenommen werden: ſo möchte dannoch einer einwerffen/ daß eine von denen zwo Seiten geſetzt/ als wie AB ⌐ wäre/ als die Seiten CB.

Mache derohalben nach deſſen Willen/ (wofern es möglich iſt) die Seiten AD ⊓/ BC/ und hange CD zuſammen.

Nunmehro/ weiles in dem △ ADC die Seiten AD ⊓ iſt/ der Seiten CB im △ ABC.

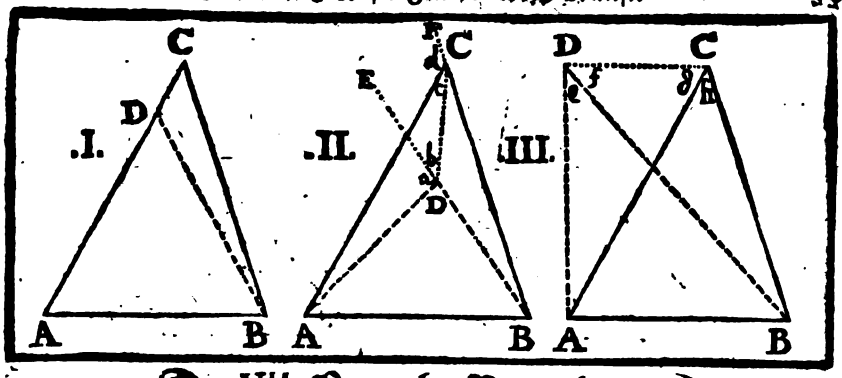
Und die Seiten AC beyden △ gemein; auch der ∠ a ⊓ iſt gegeben/ dem ∠ b, — d. d. Vorg.

Folget/ daß der △ ADC ⊓ ſeye/ dem △ ABC. — d. 4. 1.

(nemlich ein Theil ſeinem gantzen: ſo nicht ſeyn kan/ — d. 9. ax.

Deßwegen iſt es noch wahr/ daß die Seiten AB ⊓ ſeye der Seiten CB.

Welches zu beweiſen ware.



Die VII. Vorgab. Betrachtung.

Auff einer geraden Lini (AB) können nicht zwey andere gerade Linien (als wie AD, BD) auß einerley Ende (A,B) und gegen einerley Seiten/gleich denen ersten Linien (AC, BC, daß nemlich AD ∏ seye/AC; und BD ∏/BC) in einem andern Puncten (als nemlich in D) gezogen werden.

Dreyerley Fähle können in diesen Betrachtungen vorkommen.

Beweiß. I.

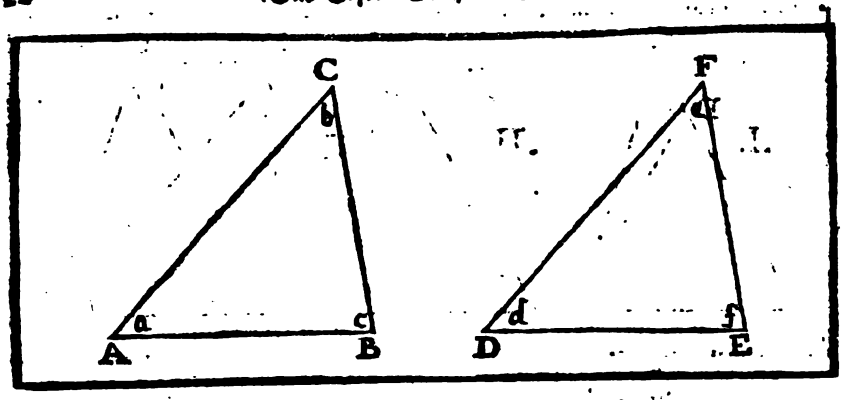
Wann man den Punct D in die Lini AC setzet.
So ist es in sich selbst klar/ daß die Lini AD nit ∏ seye/der Lini AC. d. 9. ax.

II.

Wann der Punct D innerlich in dem △ ACB gesetzt wird.
So ziehe AD, und BD zusammen.
Hernach verlängere nach Gebühr BD in E, uñ BC in F, und zihe DC zusamen/ d. 2. post.
Weilen nun die Lini AD ∏/ der Lini AC gesetzt wird/
So wird in dem △ ACD/ oder der Basis DC/ der ∠ a + b ∏/ seyn dem ∠ c. d. 5. 1
Abermahlen/weiln die Lini BD ∏/ der Lini BC gesetzt wird.
So wird in dem △ DBC/ unter der Basis DC, der ∠ b ∏ seyn/ dem ∠ c + d. d. 5. 1.
Welches aber nicht seyn kan/indeme der ∠ b (welcher kurtz vorhero nur ein Theil deß ∠ b + a, und dahero kleiner/als der ∠ c ware/) nunmehro aber ⌐/ als derselbe ∠ c seyn solte.

III.

Letzlich/wan der Punct D auſſerhalb den △ ABC gesetzt wird/
So ziehe zusammen AD, BD, DC. Dieweilen die Lini AD ∏/ der Lini AC gesetzt wird/ folget/ daß in dem △ DAC der ∠ e + f ∏ seye/ dem ∠ g. d. 5. 1.
Abermahlen/weilen man setzet die Lini BD ∏/ BC,
So wird in dem △ DBC der ∠ f ∏ seyn/ dem ∠ g + h. d. 5. 1.
Der ∠ f aber ware vorgehends nur ein Theil deß ∠ e + f, und folgends auch nur ein Theil deß ∠ g, und jetzund solte derselbe ∠ f ∏ seyn/dem noch grössern ∠ g + h; so wider die Vernunfft streitet. d. 9. ax.
Dahero man schliesset/daß auff einer geraden Lini nicht zwey andere gerade Linien auß einerley Ende/ und gegen einerley Seiten (gleich denen ersten Linien) in einen andern neuen Puncten können gezogen werden; sondern solche werden nothwendig mit denen erstgezogenen einfallen/und durch auß übereins kommen/ und nur eine Lini machen.
Welches zu beweisen ware.



Die VIII. Vorgab. Betrachtung.

Wann ein Triangel (ABC) die drey Seiten / andern dreyen Seiten eines andern Triangels (DEF)/ eine jede der andern inſonderheit gleich hat: ſo werden auch die drey Winckeln Eines/ ſo von gleichen Seiten unterſpannet ſeynd/ denen drey Winckeln deß andern / ein jeder inſonderheit dem andern gleich ſeyn.

Beweiß.

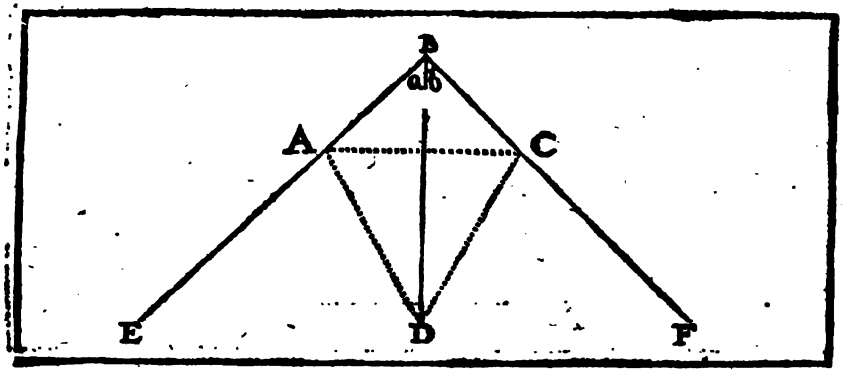
Betrachte im Sinne/ als wenn der △ ABC auff den △ DEF geleget wäre.

Alsdann/ weilen AB ∏/ iſt der DE: d. d. Vorg.
ſo werden ſich beyde Linien durchaus auff einander ſchicken. d. 8. ax.

Weilen auch AC ∏/ iſt der DF/ und BC ∏/ der EF. d. d. Vorg.
ſo wird der Spitz C gerad auff F zu liegen kommen / und nicht in einen andern Punct auſſer- oder innerhalb deß △ DFE fallen. d. 7. I.

Darumben werden ſich die △ ABC/ und DEF durchaus zuſammen ſchicken/ und einander gleich ſeyn/
und folgends auch der ∠ b ∏/ dem ∠ c.
Item der ∠ a ∏ dem ∠ d/ und der ∠ c ∏ dem ∠ f. } d. 8. ax.

Welches zu beweiſen ware.



Die IX. Vorgab. Handgriff.

Einen gegebenen gerad-liniſchen Winckel (a b F) in zwey gleiche Theile zu ſchneiden.

Handgriff.

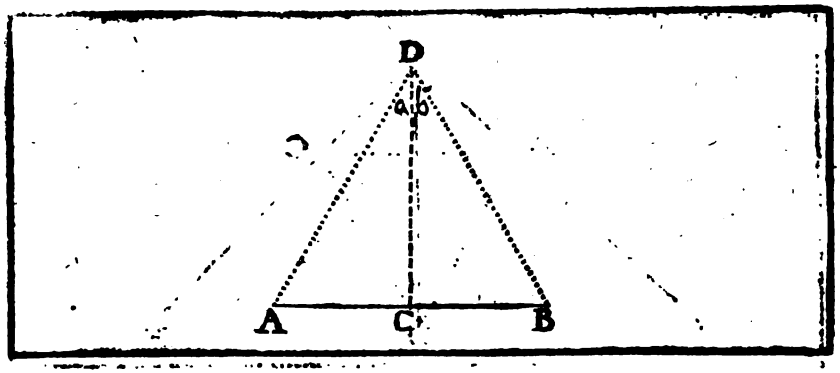
Mache AB ⊓/ der BC. d. 3. L.
Hange AC zuſammen.
Auff der Lini AC mache unter ſich den gleichſeitigen △ ADC. d. 1. 1.
Ziehe durch die Puncten B D eine gerade Lini/ welche den gegebenen Winckel a → b gleich entzwey theilen werde.

Beweiß.

In dem △ ABD iſt AB ⊓/ der BC in dem △ CBD. d. d. Handl.
Die Lini AD iſt auch ⊓/ der Lini CD. d. 1. L.
Und die Seiten BD iſt auch beyden △ gemein.
Darumb wird der ∠ a ⊓ ſeyn dem ∠ b. d. 8. 1.
Welches zu machen ware.

Folge.

Einen jeden gerad-liniſchen Winckel in gleiche Theile/ als in 4. 8. 16. ſo fort / abzutheilen / iſt mehr nichts nöthig/ als nur jederzeit den halben Winckel wiederum gleich entzwey zu ſchneiden.



Die X. Vorgab. Handgriff.

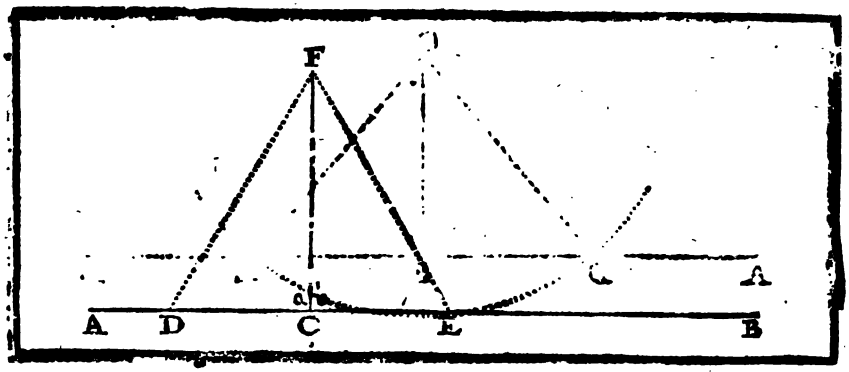
Eine gegebene gerade Lini (AB) in zwey gleiche Theile zu ſchneiden.

Handgriff.

Auff der Lini AB mache den gleichſeitigen △ ADB. d. 1. I.
Den Winckel a ⊸ b ſchneide gleich entzwey mit der geraden Lini DC/ d. 9. I.
Welche auch die gegebene Lini AB in Puncten C gleich entzwey ſchneiden werde.

Beweiß.

In dem △ ACD iſt AD ∏/ DB in dem △ BCD. d. 1. 1.
Item die Seiten CD/ iſt beyden △ gemein.
und der ∠ a iſt ∏ gemacht worden/ dem ∠ b. d. d. Hand.
So folget/ daß die Baſis AC ∏ ſeye/ der Baſis CB. d. 4. 1.
Welches zu machen ware.



Die XI. Vorgab. Handgriff.

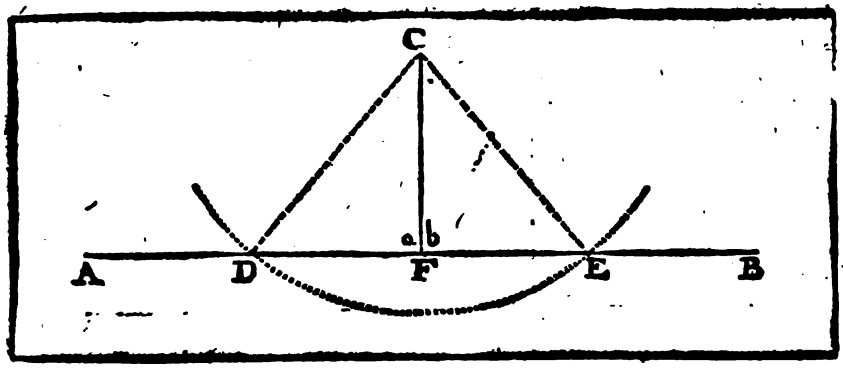
Auff einer geraden Lini (AB) auff einem gegebenen Puncten (a) eine bleyrechte Lini (ca) aufzurichten.

Handgriff.

Mache CD ∏/CE.
Auff der Weite DE mache den gleichseitigen △ DFE.
Ziehe durch die Puncten EC die gerade Lini FCA
welche die verlangte bleyrechte Lini seyn werde.

Beweiß.

In dem △ DCF ist CD ∏/CE in dem △ ECF/
und DF ist ∏/ EF.
die Seiten CF ist auch beyden △ gemein.
Dahero wird der gantze △ DCF ∏ seyn/ dem gantzen △ ECF.
und folgends auch der ∠ a ∏/ dem ∠ b.
Deßwegen ist CF eine bleyrechte Linie.
Welches zu machen war.



Die XII. Vorgab. Handgriff.

Auß einem gegebenen Puncten (c) / welcher auſſerhalb einer gegebenen geraden Lini (AB) iſt / eine bleyrechte Lini (CF) auff ſolche (AB) herunter zu laſſen.

Handgriff.

Auß dem Punct C ſchreibe nach Gebühr einen Circkel-Bogen / welcher die vorgegebene AB durchſchneide in zweyen Puncten / als wie in D / und E.

Zertheile DE in mitten entzwey im Puncten F. — 9. 10. I.

Ziehe die gerade Lini CF / welche die verlangte bleyrechte Lini ſeyn werde.

Beweiß.

In dem △ DFC iſt DF ∏ / EF in dem △ EFC / — 9. 8. Hand.

und DC iſt ∏ / EC. — 9. 15. def. I.

auch die Lini FC iſt beyden △ gemein

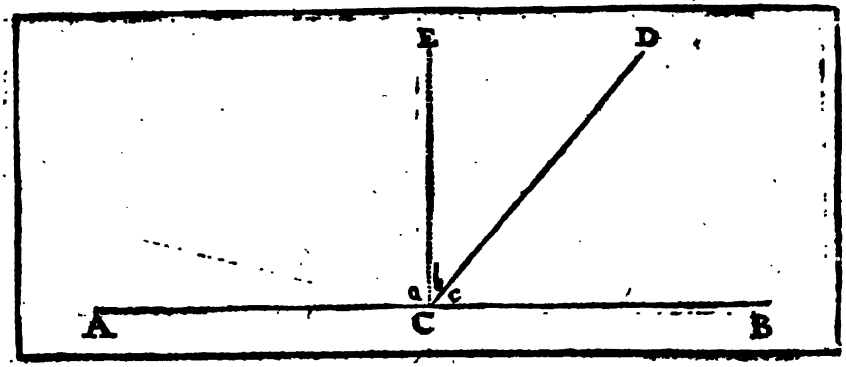
Darum wird der gantze △ DFC ∏ ſeyn / dem gantzen △ EFC. — 9. 8. I.

und folgends der ∠ a ∏ / dem ∠ b.

Deßwegen iſt die gerade Lini FC die bleyrechte Lini. — 9. 10. def. I.

auff der gegebenen Lini AB.

Welches zu machen ware.



Die XIII. Vorgab. Betrachtung.

Wenn eine gerade Lini (BC) auff einer andern geraden Lini (AB) ſtehet: ſo machet ſolche Lini (CD) zween Winckeln (a + b und c) / welche / oder zween rechte Winckeln / oder beyde zuſammen genommen / zween rechten gleich ſeynd.

Beweiß

Wenn die gerade Lini CD auff AB ſtehet / und beyde Winckeln a + b / und c einander gleich machet: ſo iſt klar / daß beyde Winckel rechte Winckeln ſeynd. §. 10. def. 1.

Solte aber die gerade Lini CD zween ungleiche Winckeln machen / nemlich den ∠ a + b [illegible] / als den ∠ c.

So erhöhe auß dem Punct C die bleyrechte CE. §. 10. 1.

Dieweilen nun denen zweyen ∠ b / und c [illegible] iſt / die Rechte ∠ b + c. nemlich die Theile ſeinem Gantzen.

Wenn man unterdeſſen / beyderſeits hinzu ſetzet den rechten ∠ a.

So werden ſo wohl die drey ∠ c / b / a [illegible] ſeyn / zweyen rechten ∠; als die zwey ∠ b + c und a.

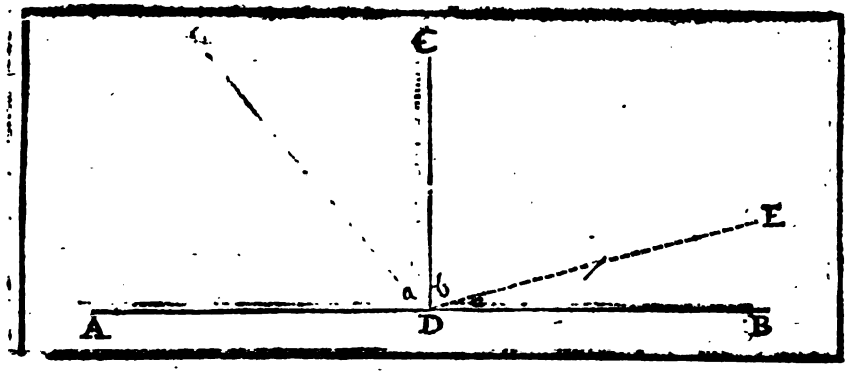
Dann es iſt klar / daß die drey Winckel c / b / a eben denſelben Raum / welchen die zween ∠ a / b + c / oder die zween ∠ a + b / einnehmen / begreiffen.

Welches zu beweiſen ware.

Folge.

Wann der eine Winckel c ein rechter iſt / ſo wird auch der andere Winckel a + b ein rechter ſeyn / wann er aber ein ſpitziger iſt / ſo werde der andere ein ſtumpffer Winckel ſeyn.

(o)



Die XIV. Vorgab. Betrachtung.

Wann auff einem Punct (D) in einer gegebener gerader Lini (DC) zwo gerade Linien (DA, DB) nicht auff eine Seiten gezogen ſeynd/ und hernachmahln die zween Winckeln (a, und b + c) zween rechten Winckeln gleich groß gemacht haben: ſo werden ſothane zwo Linien (DA, DB) ſchnur geradt ligen (das iſt/ die Lini ADB wird eine gerade Lini ſeyn.)

Beweiß.

Geſetzt/es wären die Linien AD/ und DB nicht eine ſchnurgerade Lini: ſo ſeye dann eine ſolche eine andere/ als wie DE/ welche mit AD eine ſchnurgerade Lini machen ſolte.

Darauff folget/ weilen die gerade Lini CD auff der vermeinten ſchnurgeraden Lini ADE ſtehet/

Daß die zwey ∠ a/ und b ∏ ſeyn/ zween rechten Winckeln. 13. 1.

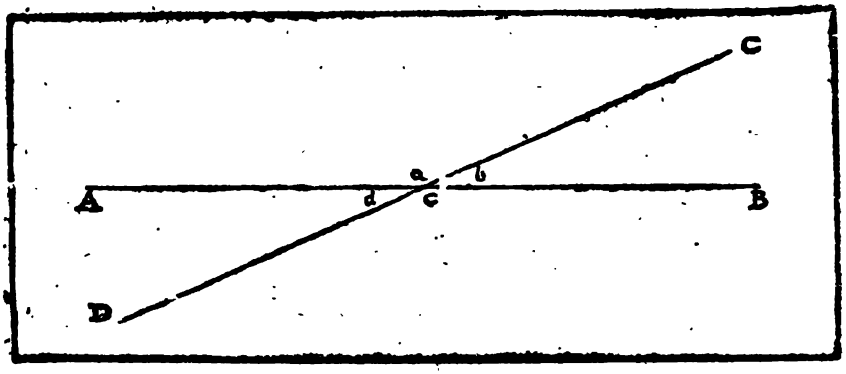
Nach der Vorgab aber ſeynd die ∠ a/ und b + c auch ∏/ zween rechten Winckeln.

Wann man nun beyderſeits den gemeinen ∠ a abziehet/ ſo wird überbleiben der ∠ b ∏/ dem ∠ b + c.

Welches nicht möglich iſt/ daß nemlich ein Theil ſeinem gantzen gleich ſeye. 9. ax.

Darumben iſt zu ſagen/ daß die Lini ADB allein dieſelbe ſchnurgerade Lini ſeyn müſſe.

Welches zu beweiſen ware.



Die XV. Vorgab. Betrachtung.

Wenn zwo gerade Linien (AB/ DC) ſich einander durchſchneiden; ſo werden ſie die zween Winckeln (a und c/ oder b und d)/ welche bey dem Punct der Durchſchneidung gegen einander über ſtehen/ einander gleich machen.

Beweiß.

Dieweilen CD auf AB ſtehet/ ſo werden die zween ∠ a und b ∏ ſeyn/ zween rechten ∠. d. 13. 1.

Ebnermaſſen/ weilen die Lini AB auff der Lini DC ſtehet/ ſo werden die zween ∠ b und c ∏ ſeyn/ zween rechten ∠. d. 13. 1.

Wenn man unterdeſſen beyderſeits den gemeinen ∠ b darvon ziehet; So wird überbleiben der ∠ a ∏/ dem ∠ c. d. 3. ax.

Nach ſolchem Beweiß wird auch der ∠ b ∏ ſeyn/ dem ∠ d.

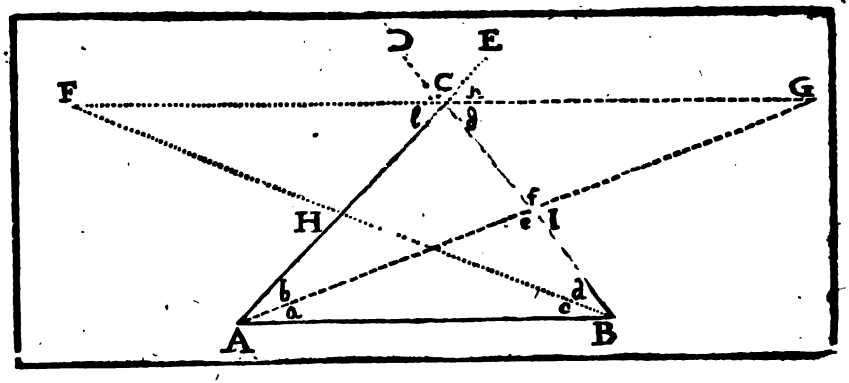
Welches zu beweiſen ware.

Folge. I.

Wenn zwo gerade Linien ſich einander durchſchneiden/ ſo werden die vier ∠ umb den Durchſchneids-Puncten/ gleich vier rechten ∠ ſeyn.

II.

Alle Winckeln/ ſo viel ihrer auß einem Punct mögen gezogen werden/ machen ſammentlich nicht mehr/ als nur vier rechte Winckeln.



Die XIV. Vorgab. Betrachtung.

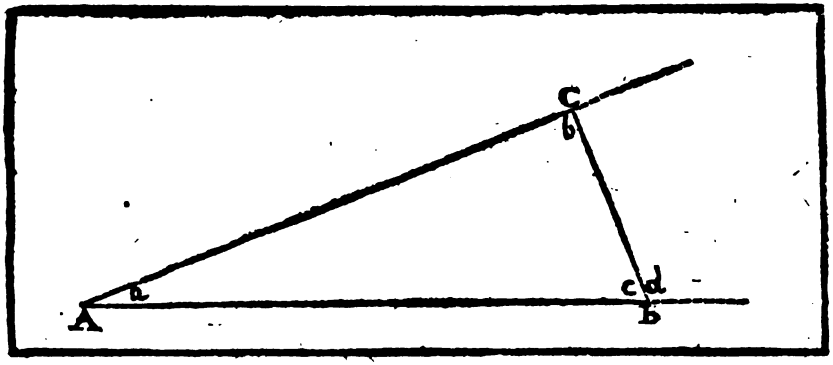
Wann eine Seiten (AC oder BC) eines Triangels (ABC) verlängert wird/ (als wie in E oder D): ſo wird der außwendige Winckel (h + g/ oder i + l) gröſſer ſeyn/ als ein jeder von denen zween inwendigen Winckeln (b + a/ oder d + c/ die dargegen über ſtehen.

Zubereitung.

Zertheile ſo wol BC/ als AC gerad entzwey in I und H. b. 10. 1.
Ziehe AIG/ und BHF durch I und H ſo weit hinauß/
Biß IG ∏ ſepe/ AI; und HF ∏/ HB.
Hange CG/ CF zuſammen.

Beweiß.

In denen zwey △ AIB/ GIC iſt BI ∏/ der CI. b. 9. Zub.
und AI ∏/ IG: auch der ∠ e iſt ∏/ dem ∠ f. b. 15. 1.
Dahero iſt der gantze △ AIB ∏/ dem gantzen △ GIC/ b. 4. 1.
und alſo folgends der ∠ C + d ∏/ dem ∠ g.
auff ſolche Weiſe iſt in denen △ BAH/ FHC der ∠ b + a ∏/ dem ∠ l.
Unterdeſſen iſt der ∠ g + h Γ als ſein Theil/ nemlich als der ∠ g/ b. 9. ax.
oder als der ∠ h/ welcher ſonſten ∏ iſt/ dem ∠ l. oder b + a } b. 15. 1.
Dahero wird auch der ∠ g + h Γ ſeyn/ als der ∠ c + d/ } und das vor.
oder/ als der ∠ a + b.
Welches zu beweiſen ware.



Die XVII. Vorgab. Betrachtung.

In einem jeden Triangel (ABC) ſeynd zween Winckel / man nehme zuſammen welche man wolle (als wie b und c) / kleiner als zween rechte Winckeln.

Zubereitung.

Verlängere die Seiten AB/ und AC.

Beweiß.

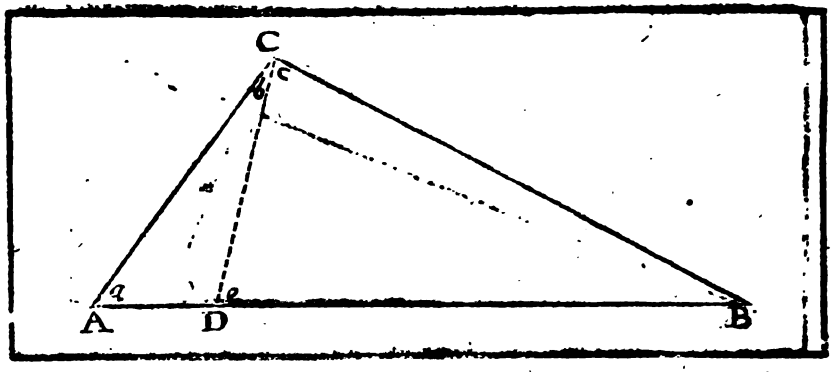
Der äuſſerliche ∠ d iſt ⌜ / als der innerliche ∠ b. — 16. 1.
Setze beyderſeits hinzu den gemeinen ∠ c.
So werden die zween ∠ d und c ⌜ ſeyn/
als die zween ∠ b und c. — 4. ax.
Die zween ∠ d und c aber ſeynd ⌐ / zween rechten ∠ — 13. 1.
Darum werden die zween ∠ b und c ⌝ ſeyn / als zween Rechte ∠.
Welches zu beweiſen ware.

Folge. I.

Wann in einem △ ein Rechter / oder ſtumpffer Winckel iſt /
So werden die zween übrige / ſpitzige / oder ſcharffe ∠ ſeyn.

II.

In denen drey gleichſeitigen △ ſeynd alle drey Winckel ſpitzig.



Die XVIII. Vorgab. Betrachtung.

In einem jedwedern Triangel (ABC) unterſpannet die längere Seite (AB) den gröſſern Winckel (b → c)

Beweiß.

Wenn man es nicht glaubet / ſondern ſaget/ daß die kürtzere Seiten BC einen gröſſern ∠ a unterſpanne.

So mache von B auß/ das Stück BD ⊓/ der Seite BC. d. 3. 1.
und ziehe DC. zuſammen.

Weilen in dem △CBD die Seite BD ⊓ iſt/ der Seiten CB/ d. d. Zuſ.
ſo wird der ∠ e ⊓ ſeyn/ dem ∠ c. d. 5. 1.

Der ∠ e aber/ als ein außwendiger ∠/ iſt ⊏/
als der inwendige ∠ a allein. d. 16. 1.

Darum wird auch der Winckel c ⊏ ſeyn/ als der ∠ a/ d. 9. ax.
und folgends der gantze ∠ b → c noch vil ⊏/ als der ∠ a.

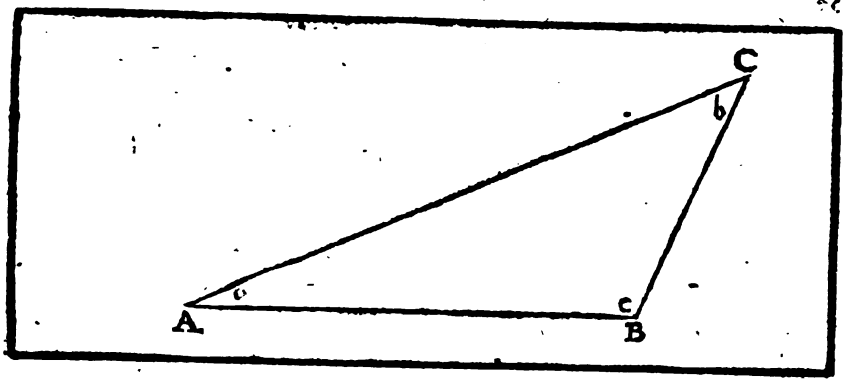
Darauß man ſchlieſſet/ daß alſo die kürtzere Seite BC
nicht von einem gröſſern/ ſondern von einem kleinern Winckel
unterſpannet werde.

Das iſt/ der gröſſere ∠ b → c unterſpannet die längere Seiten AB/
und der kleinere ∠ a/ die kürtzere CB.

Welches zu beweiſen ware.

Folge.

In einem ungleichſeitigen Triangel ſeynd alle drey Winckel einander ungleich.

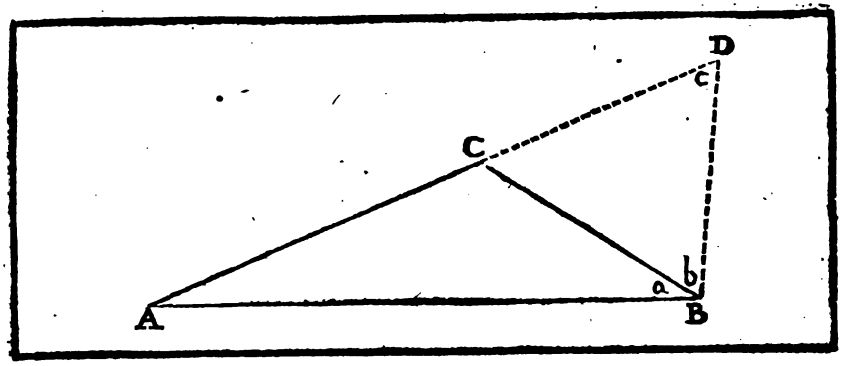


Die XIX. Vorgab. Betrachtung.

In einem Triangel (ABC) unterſpannet der gröſſere Winckel (c) die längere Seiten (AC):

Beweiß.

Solſt du es aber nicht glauben/ ſondern ſagen/ daß die Seiten AC nicht länger / als AB/ ſondern derſelben gleich ſeye.
So folget ſtracks darauff / daß auch der ∠ c ⊓ ſeye / dem ∠ b, ſo nicht ſeyn kan. d. 5. t.
Dann der ∠ c gleich anfangs der gröſſere gegeben worden iſt.
Solſt du nun ſagen / daß AC ⊓ wäre/ als AB/ ſo folget/ daß der ∠ c auch ⊓ wäre / als der ∠ b/ d. 18. t.
Welches eben wider die Vorgab ſtreittet.
Dahero muß nothwendig die Seiten AC / welche den gröſſern ∠ c unterſpannet/ die längere Seiten in dem △ ABC ſeyn.
Welches zu beweiſen ware.



Die XX. Vorgab. Betrachtung.

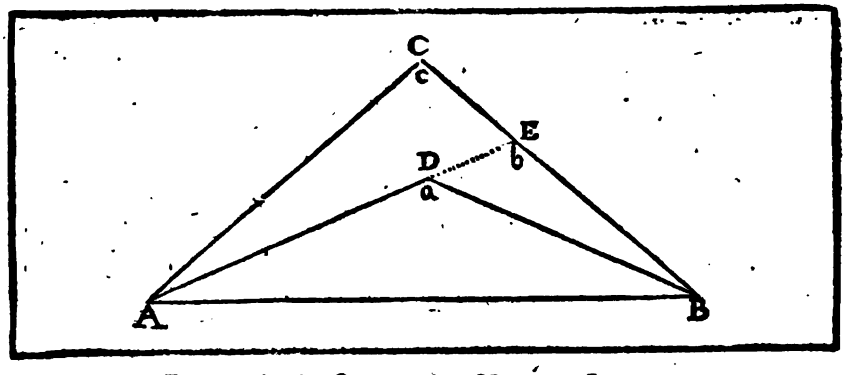
Eines jedwedern Triangels (ACB:) zwo Seiten zuſammen genommen/ (als wie AC + CB) ſeynd gröſſer/ als die dritte (AB) allein.

Zubereitung.

Verlängere AC/ biß daß CD ∏ ſeye/ der Seiten CB; ziehe DB zuſammen.

Beweiß.

In dem △ BCD iſt die Seiten CD ∏/ der Seiten CB.	d. d. Zub.
Darumb wird der ∠ b ∏ ſeyn/ dem ∠ c.	d. 5. 1.
Der ∠ b + a aber iſt Γ/ als der ∠ b.	d. 9. ax.
Folget/ daß auch der ∠ b + a Γ ſeye/ als der ∠ c.	
Ein gröſſerer Winckel aber unterſpannet eine längere Seiten.	d. 19. 1.
und ein kleinerer Winckel eine kleinere Seiten.	
Darumb wird die Seiten AD Γ ſeyn/ als die Seiten AB.	
Die Seiten AD aber iſt ∏/ denen zwo Seiten AC und CB.	d. d. Zub.
Deßwegen werden die zwo Seiten zuſammen genommen Γ ſeyn/ als die dritte AB.	
Welches zu beweiſen ware.	



Die XXI. Vorgab. Betrachtung.

Wenn auß beyden Enden einer Seiten (AB) eines Triangels (ABC) / zwo Linien (AD / BD) innerlich gezogen werden / alſo / daß ſie einen Triangel (ABD) machen: ſo werden ſolche zwo Linien (AD / und BD) kürtzer ſeyn / als die zwo Seiten (AC und CB) deß Triangels (ABC); der Winckel aber (a) / ſo dieſe zwo kürtzern Seiten machen / wird gröſſer ſeyn / als der Winckel (c) deß Triangels (ABC).

Zubereitung.

Verlängere AD in die Seiten deß △ ACB / nemlich in E.

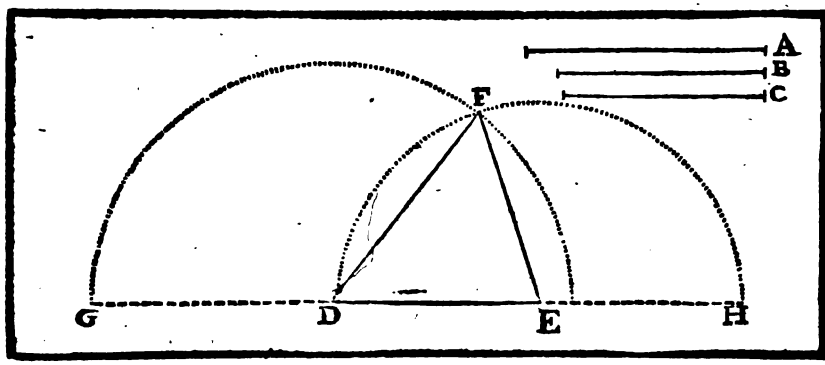
Beweiß.

I.

In dem △ AEC ſeynd die zwo Seiten AC / und CE Γ / als AE. d. 20. 1.
ſetze hinzu beyderſeits die gemeine Seiten EB.
So werden AC / und CB + EB / das iſt CB / Γ ſeyn / als AE + EB. d. 4. ax.
Eben in dem △ BDE werden die zwo Seiten DE / und EB Γ ſeyn / als DB. d. 20. 1.
ſetze hinzu beyderſeits die gemeine AD /
So werden EB / und ED + AD / das iſt AE Γ ſeyn / als DB + AD.
AC / und CB ſeynd aber bewieſen worden Γ / als AE + EB. d. d. Vor.
Darum werden AC / und CB noch viel Γ ſeyn / als AD / und DB.

II.

Der äuſſerliche ∠ a iſt Γ / als der innerliche ∠ b. d. 16. 1.
Dieſer ∠ b aber / als ein äuſſerlicher iſt auch Γ / als der innerliche ∠ c. d. d. ſelbe.
Dahero wird der ∠ a noch viel Γ / alß der ∠ c ſeyn.
Welches zu beweiſen ware.



Die XXII. Vorgab. Handgriff.

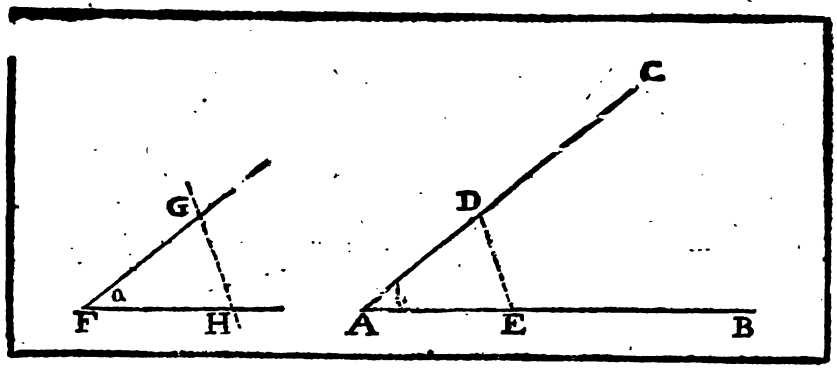
Auß drey gegebenen geraden Linien (GD/ DE/ EH)/ welche gleich ſeynd drey andern gegebenen geraden Linien (A/B/C/) einen Triangel (DEF.) zu machen; es müſſen aber allzeit zwo Linien zuſammen genommen/ länger als die dritte ſeyn.

Handgriff.

Denen gegebenen A/B/C nemme nach einander gleich die Linien GD/ DE/ EH gerabt in einer Lini fort.
Auß D mit der Weite GD ſchreibe einen Circkel GF. d. 3. poſt.
Item auß E mit der Weite EH ſchreibe einen andern Circkel/ welcher den erſten durchſchneidet in F.
Ziehe zuſammen FD/ und FE/ ſo iſt der △ DEF gemacht.

Beweiß.

In dem △ FDE iſt die Seiten DF ⊓ der DG/ oder der Lini A. } d. d. Hand.
Die Seiten FE iſt ⊓ der EH/ oder der Lini C. } d. 15. def. 1.
und letzlich DE iſt ⊓ gemacht worden/ der Lini B.
Dahero iſt der △ DFE auß denen vorgegebenen drey Linien verfertiget worden.
Welches zu machen ware.



Die XXIII. Vorgab. Handgriff.

Auß einem gegebenen Punct (A) auff einer gegebenen geraden Lini (AB) einen geradliniſchen Winckel (b) zu machen / welcher einem vorgegebenen Winckel (a) gleich groß ſeye.

Handgriff.

Ziehe überzwergs nach Gefähr die gerade Lini GH/ welche die beyde Seiten deß ∠ a durchſchneide in denen Puncten GH.

Mache AE ∏/ der FH.

Hernachmahlen auff AE mache den △ AED ∏/ dem △ FHG/ alſo/ daß die Seiten AD ∏ ſeye / der Seiten FG/ und ED ∏ / der GH. d. 3. 1. d. 22. 1.

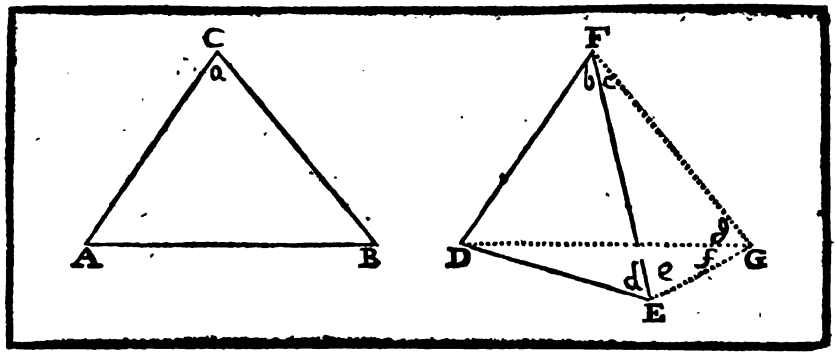
So wird der ∠ b ∏ gemacht worden ſeyn/ dem ∠ a.

Beweiß.

Es iſt klar auß vorgemachtem Handgriff/ weilen alle drey Seiten AE/ ED/ DA ∏ ſeynd gemacht worden/ denen drey Seiten FH/ HG/ GF.

Daß der △ AED ∏ ſeye/ dem △ FHG. d. 8. 1.
und folgends der ∠ b ∏ dem ∠ a.

Welches zu machen ware.



Die XXIV. Vorgab. Betrachtung.

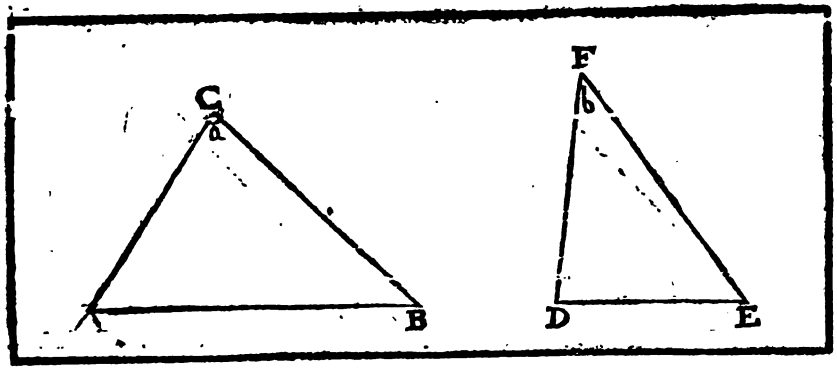
Wenn ein Triangel (ABC) zwo Seiten (AC und BC) gleich hat andern zwo Seiten (DF und EF) eines andern Triangels (DFE/ das ist/ AC ∏/ DF; und BC ∏/ EF)/ der eine Winckel aber (a) gröſſer ist als der andere (b): so wird auch die eine Basis (AB) länger seyn/ als die andere (DE).

Zubereitung.

Auß dem Punct F/ auff der Lini DF/ mache den ∠b + c ∏/ dem ∠a. d. 23. I.
Die Seiten FG aber ∏/ der Seiten FE/ oder CB/
So wird folgends die Basis DG ∏ seyn/ der Basis AB d. 4. I.
Ziehe unterdessen zusammen DG/ und EG.

Beweiß.

Wegen deren gleichen Seiten EF/ und GF.
wird der ∠g + f ∏ seyn/ dem ∠c d. 5. I.
Der gantze ∠d + e aber ist Γ/ als der ∠c. d. 9. ax.
Darum wird der ∠d + e auch Γ seyn/ als der ∠g + f:
Und so fort wird der ∠d + e noch viel Γ seyn/ als der ∠f allein.
Darauff folget/ daß die Lini DG (welche ∏ ist/ der Basis AB) d. 8. Zus.
auch gröſſer seye/ als die Basis DE. d. 19. I.
Welches zu beweisen ware.

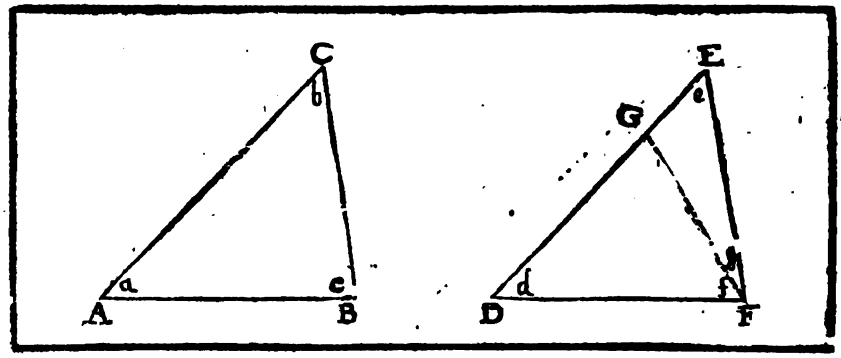


Die XXV. Vorgab. Betrachtung.

Wann ein Triangel (ABC) zwo Seiten (CA, CB) zweyen andern Seiten (DF, FE) eines andern Triangels (DEF), eine jede der andern inſonderheit gleich hat (nemlich AC ⊓ DF; und CB ⊓ FE), die eine Baſis (AB) aber länger iſt, als die andere Baſis (DE); ſo wird auch der eine Winckel (a), welcher von der längern Baſis (AB) unterſpannet iſt, gröſſer ſeyn, als der andere Winckel (b), welcher von der kürtzern Baſis (DE) unterſpannet iſt.

Beweiß.

Geſetzt man ſage, daß der ∠ a nicht ⌜ ſeye, als der ∠ b,
So muß er entweders ihme ⊓, oder kleiner ſeyn.
Solte er nun ⊓ ſeyn, dem ∠ b,
ſo folgete, daß die Baſis AB ⊓ wäre, der Baſis DE, 4. 1.
Welches aber wider die Vorgab ſtreitet.
Solte aber der ∠ a ¬ ſeyn, als der ∠ b,
ſo würde auch die Baſis AB ¬ ſeyn, als die Baſis DE, 24. 1.
Welches eben wider die Vorgab ſtreitet.
Dahero muß noch nothwendig die Baſis AB ⌜ ſeyn,
als die Baſis DE.
Welches zu beweiſen ware.



Die XXVI. Vorgab. Betrachtung.

Wenn in einem Triangel (ABC) zween Winckel (a und c) andern zweyen Winckeln (d und f → g) in einem andern Triangel (DEF) / ein Winckel dem andern inſonderheit / gleich ſeynd / und auch eine Seiten eines Triangels gleich iſt / einer Seiten deß andern / ſothane Seiten mögen hernachmahlen zwiſchen denen gleichen Winckeln liegen / oder von einem unter denſelben gleichen Winckeln unterſpannet ſeyn: ſo werden auch die übrige zwo Seiten eines Triangels / denen zwo übrigen Seiten deß andern Triangels / und auch der dritte übrige Winckel eines / dem dritten übrigen Winckel deß andern / und ſo fort der gantze Triangel (ABC) dem gantzen Triangel (DEF) gleich ſeyn.

Gegenwärtige Vorgab hat zween Fähle. In dem erſten können die gleiche Seiten zwiſchen denen zweyen gleichen Winckeln liegen: und in dem anderten können ſie nicht zwiſchen denen gleichen zweyen Winckeln liegen / ſondern nur von einem der gleichen Winckeln unterſpanet ſeyn.

Seye dahero der △ ABC / deſſen ∠ a und c ⊓ ſeynd / denen ∠ d und g → f in dem △ DEF.

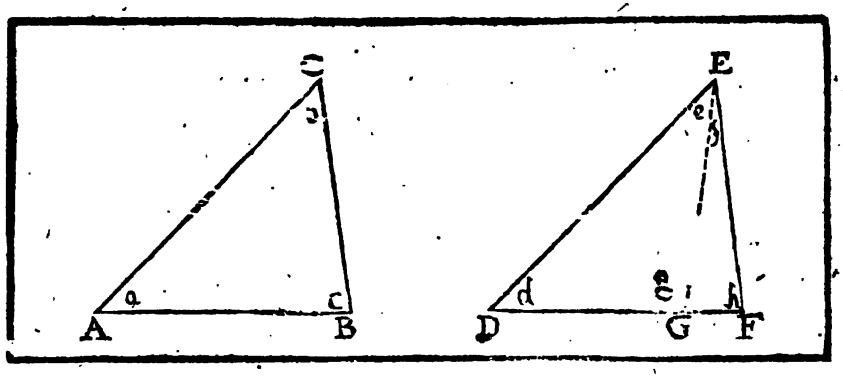
Und die Seiten AB / ſo zwiſchen denen gleichen ∠ a und c liget / ſeye ⊓ / der Seiten DE / welche eben zwiſchen denen gleichen ∠ d und f → g liget.

Demnach ſagt man / daß auch die übrige zwo Seiten AC / und CB ⊓ ſeyn / denen übrigen zwo Seiten DE / und EF / und der ∠ b ⊓ / dem ∠ e.

Beweiß

Beweiß deß Erſten Fahls.

Wolte man es nicht glauben / vermeinend es wäre die Seiten AC ⌝ / als die Seiten DE.
So mache dann (wann es möglich iſt) DG ⊓ / AC.
und ziehe GF zuſammen.
Nun iſt in dem △ ABC die Seiten AB ⊓ / der Seiten DF. d. d. Vorg.
und die Seiten AC ⊓ / der Seiten DG. d. d. Zub.
und der ∠ a ⊓ / dem ∠ d. d. d. Vorg.
Dahero auch der ∠ c ⊓ ſeyn werde / dem ∠ f. d. 4. I.
der ∠ c aber iſt anfangs geſetzt worden ⊓ / dem ∠ g → f.
Deßwegen unmöglich iſt / daß der ∠ c zugleich dem Theil f /
und dem gantzen g → f auff einmal gleich ſeyn ſolte.
Darauß man ſchlieſſet / daß die Seiten AC nicht kürtzer / als DE ſeyn:
Gröſſer kan ſie auch nicht ſeyn / ſonſten man eben in dergleichen
Unmöglichkeit fahlete.
Dahero ſchlieſſet man / daß geſtalt ſolcher Sachen / die beyde
Seiten eines Triangels denen beyden Seiten deß andern /
und letzlich der dritte Winckel eines / dem dritten Winckel
deß andern gleich / und ſo fort der gantze Triangel ABC d. 8. I.
gleich dem gantzen Triangel DEF ſeye.
Welches zum erſten zu beweiſen ware.

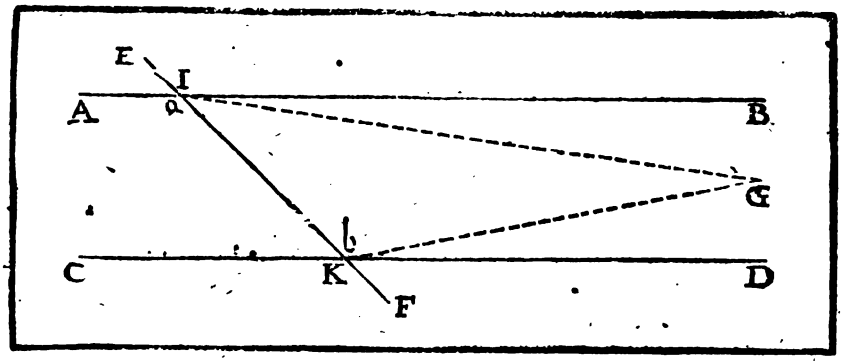


In dem anderten Fall.

Seye die Seiten AC/ ſo von dem ∠ c unterſpannet wird/ gleich der Seiten DE/ welche auch von dem gleichen ∠ h unterſpannet iſt/ (und wie vorgehends) ſeye auch der ∠ a ∏ dem ∠ d.
So ſage ich/ daß auch die zwo übrige Seiten CB und AB ∏ ſeyn werden/ denen zwo übrigen Seiten EF/ und DF, und der ∠ b ∏/ dem ∠ e ⇀ f.
Solte man es nicht geſtehen / ſonder einwenden/ es wäre AB ⌝/ als DF.
So mache/ (wan es möglich iſt) DG ∏/ AB.

Beweiß.

Dieweilen die zwo Seiten AC/ und AB ∏ ſeyn/ denen zwo Seiten DE/ und DG: und der ∠ a ∏/ dem ∠ d. { d. d. Vorg. / d. d. Zud.
So wird auch der ∠ c ∏ ſeyn dem ∠ g. d. 4. 1.
Der ∠ c aber iſt anfangs ∏ geſetzet worden/ dem ∠ h. d. d Vorg.
Dahero der ∠ g auch ∏ iſt/ dem ∠ h/ nemlich d. 1. ax.
Der äuſſerliche den innerlichen/ ſo nicht ſeyn kan. d. 16. 1.
Darumb iſt die Seiten AB nicht ⌝/ als die Seiten DF.
Sie kan auch nicht ⌜ ſeyn/ als DF. ſonſten käme man in die erſte Unmöglichkeit hinein.
Darauß iſt dann zu ſchlieſſen/ daß die zwo Seiten AB und CB ∏ ſeynd/ denen zwo Seiten DF und EF/ auch der ∠ b ∏/ dem ∠ e ⇀ f.
Und alſo der gantze △ ABC ∏/ dem gantzen △ DEF.
Welches zu beweiſen ware.



Die XXVII. Vorgab. Betrachtung.

Wenn eine gerade Lini (EF) über zwo andere gerade Linien (AB/CD) überzwerg gezogen wird / und die Winckeln (a und b) umwexlender Weiſe einander gleich machet: ſo werden ſolche zwo Linien (AB/CD) einander Parallel/ oder gleichlauffend ſeyn.

Beweiß.

Geſetzt/ man ſagete / daß die Lini AB nicht = wäre/ der Lini CD. ſo müſſen ſie nothwendig einmal zuſammen kommen. — d. 11. ax. 1.

Seye dann ein ſolcher Punct / daran ſie zuſammen kommen mögten/ (wann es möglich iſt) in G.

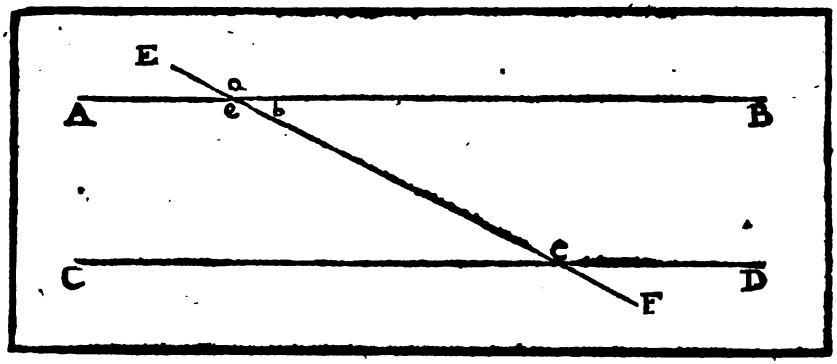
So erwächſet darauß weilen ſie gerade Linien ſeynd) ein △ IGK/ deſſen außwendiger ∠ a Γ ſeyn wird/ als der inwendige ∠ b. — d. 16. 1.

Der ∠ b aber/ iſt ⊓ geſetzt worden/ dem ∠ a. — d. d. Vorg.

Folgete/ daß der ∠ b auff einmahln ⊓/ und ¬ wäre/ als der ∠ a: welches nicht möglich iſt.

Dahero iſt es eine Warheit/ daß/ wann über zwo gerade Linien eine andere überzwerg gezogen wird/ und die Winckeln umwexlender Weiſe einander gleich machet / ſolche Linien niemahlen in einem Punct zuſammen kommen/ ſondern jederzeit einander Parallel/ oder gleich weit lauffen werden.

Welches zu beweiſen ware.



Die XXVIII. Vorgab. Betrachtung.

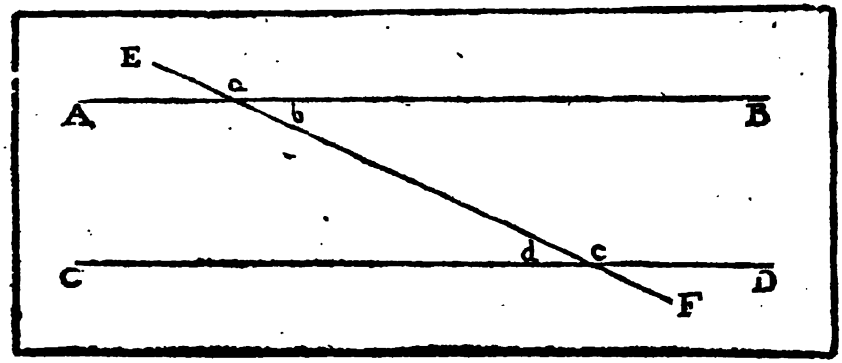
Wenn über zwo gerade Linien (AB/ und CD) eine andere gerade Linì (EF) überzwerg gezogen wird/ und den äuſſern Winckel (a) gleich machet dem innern (c)/ ſo ihme auff derſelben Seite entgegen ſtehet; oder die zween innerliche Winckeln (b und c)/ ſo auff einer Seiten gegen einander ſtehen/ zweyen rechten Winckeln gleich machet; ſo werden ſolche zwo Linien einander Parallel ſeyn.

Beweiß. I.

Der ∠ c iſt ∏/ dem ∠ a. d. d. Vorg.
der ∠ a aber iſt ∏/ dem ∠ e. d. 15. 1.
Darumb wird auch der unwexlende ∠ c ∏ ſeyn/ dem ∠ a d. 1. ax.
und folgends die Lini AB = ſeyn/ der Lini CD. d. 27. 1.

II.

Die ∠ a/ und b ſeynd ∏/ zween rechten Winckeln. d. 13. 1.
Der ∠ b/ und ∠ c ſeynd auch ∏/ zween Rechten Winckeln. d. d. Vorg.
Wenn man nun beyderſeits den gemeinen ∠ b. darvon zihet/
ſo wird verbleiben der ∠ a ∏/ dem ∠ c. d. 3. ax.
Dahero wird durch den bewieſenen erſten Theil dieſer Vorgab
(weilen der ∠ a ∏ iſt dem ∠ c)
Die Lini AB = ſeyn/ der Lini CD.
Welches zu beweiſen ware.



Die XXIX. Vorgab. Betrachtung.

Wenn über zwo gerade Parallel-Linien (AB und CD) eine andere gerade Lini (EF) überzwerg gezogen wird: ſo machet ſie erſtlich die zween Winckel (b und d) umwexlender Weiſe einander gleich; alsdann auch die zween innerliche Winckel (b und c)/ ſo auff einer Seiten gegen einander ſtehen/ gleich zweyen rechten; letzlich den äuſſern Winckel (a) gleich/ dem innern (c)/ der ihme auff derſelben Seiten entgegen ſtehet.

Beweiß.

I.

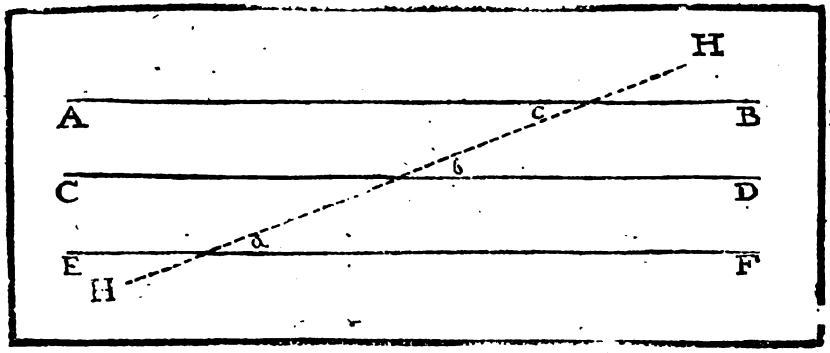
Weilen AB ‖ gegeben iſt/ der CD. — d. b Vorg.
So muß nothwendig der ∠ b ⊓ ſeyn/ dem ∠ d. — d. 27. I.
Sonſten kommeten ſie in einem Punct zuſammen. — II. ax. I.

II.

Der ∠ b iſt ⊓/ dem ∠ d. — d. d. 1. Theil.
ſetze hinzu beyderſeits den gemeinen ∠ c:
So werden die ∠ b/ und c ⊓ ſeyn/ denen zween ∠ d → c.
Die zween ∠ d → c ſeynd aber ⊓/ zween rechten ∠. — d. 13. I.
Darum werden auch die zween ∠ b/ und c ⊓ ſeyn/ zween rechten ∠.

III.

Die zween ∠ b und c ſeynd ⊓/ zweyen rechten ∠. — d. d. 2. Theil.
Item die zween ∠ a und b ſeynd ⊓/ zweyen rechten ∠. — d. 13. I.
Wenn man beyderſeits den gemeinen ∠ b abziehet/
So wird überbleiben der ∠ a ⊓/ dem ∠ c.
Welches zu beweiſen ware.



Die XXX. Vorgab. Betrachtung.

Die gerade Linien (AB und EF)/ welche einer andern geraden Lini (CD) Parallel ſeynd; dieſe ſeynd auch unter einander Parallel.

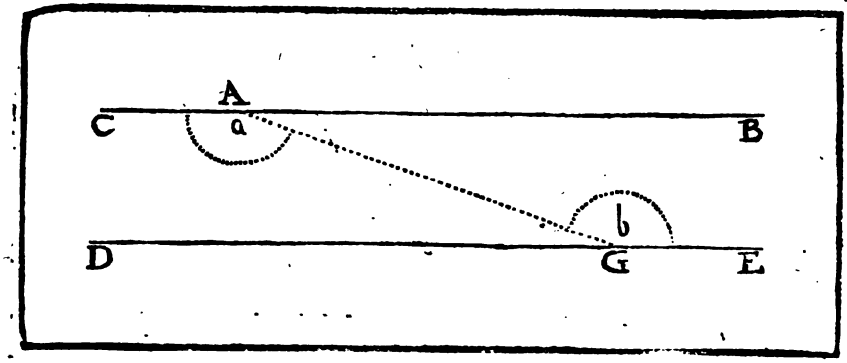
Zubereitung.

Ziehe überzwerg die gerade Lini GH.

Beweiß.

Dieweilen AB = iſt/ der Lini CD.	d. d. Vorg.
ſo wird der ∠ c ⊓ ſeyn/ dem ∠ b.	d. 29. 1
Item/ weilen EF = iſt/ der Lini CD/	d. d. Vorg.
ſo wird auch der ∠ a ⊓ ſeyn/ dem ∠ b.	d. 29. 1.
und dahero wird auch der ∠ a ⊓ ſeyn/ dem ∠ c.	d. 1. ax.
Worauf folget/ daß die Lini AB = ſeye/ der Lini EF.	d. 27. 1.

Welches zu beweiſen ware.



Die XXXI. Vorgab. Handgriff.

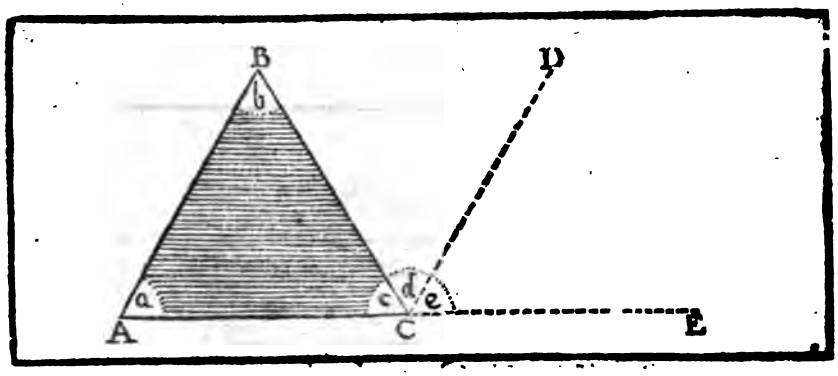
Auß einem gegebenen Puncten (A) eine gerade Lini (CB) zu ziehen/ welche einer gegebenen geraden Lini (DE) Parallel lauffe.

Handgriff.

Ziehe auß dem Punct A eine gerade Lini AG/ welche mit der gegebenen DE einen ∠ b nach Gefallen mache.
Hernach mache den ∠ a ⊓/ dem ∠ b. d. 23. 1.
Und ziehe dardurch die gerade Lini CAB/
Welche mit der gegebenen Lini DE Parallel lauffen werde.

Beweiß.

Dieweilen die zween ∠ a und b umwexlender Weiſe einander gleich ſeynd gemacht worden.
So folget/ daß die gerade Lini CB = lauffe/ der Lini DE/ d. 27. 1.
Welches zu machen ware.



Die XXXII. Vorgab. Betrachtung.

Wann nach Gefallen eine Seiten (AC) eines Triangels (ABC) verlängert wird (gleich wie in E) ſo wird der äuſſere Winckel (d + e) gleich ſeyn denen zween Winckeln (b und a)/ welche innerhalb deß Triangels dieſem entgegen ſtehen; und in einem jedwedern Triangel ſeynd die drey innere Winckel (a/b/c/) ſammentlich/ gleich/ zween Rechten.

Zubereitung.

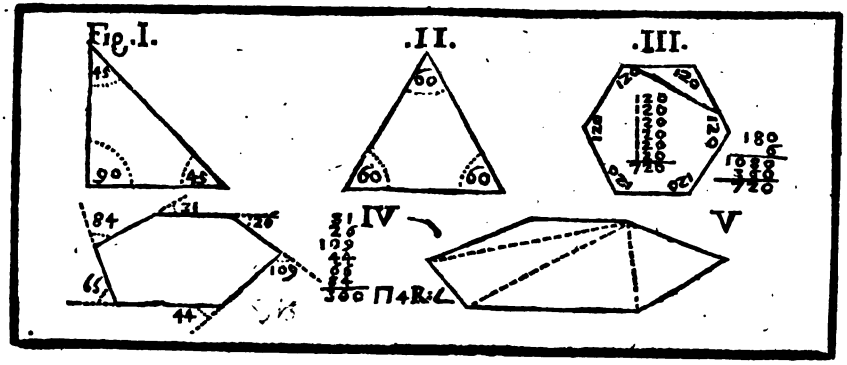
Ziehe auß C die gerade Lini CD/ — d. 31. I.
Welche = lauffe der Seiten AB.

Beweiß.

Dieweilen die gerade Lini BC über die zwo Parallel-Linien AB/ und CD überzwerg iſt gezogen worden/ ſo wird dardurch der ∠ b ⊓ ſeyn/ dem ∠ d. — d. 29. I.
Abermahln/ indeme wiederumb über die zwo Parallel-Linien AB/ und CD die gerade Lini ACE gehet/
So wird auch der ∠ a ⊓ ſeyn/ dem ∠ c. — d. 29. I.
Dahero werden dann beyde ∠ b und a ⊓ ſeyn/ dem äuſſern ∠ d + c.

II.

Der ∠ d + c iſt ⊓/ denen zween ∠ a und b. — d. d. Vor.
ſetze beyderſeits hinzu den gemeinen ∠ c.
So werden die drey ∠ a/ b/ c ⊓ ſeyn/ denen ∠ d + e und c.
Die ∠ d + e und c ſeynd aber ⊓/ zween rechten ∠. — d. 13. I.
Folget/ daß auch die drey ∠ a/ b/ und c zuſammen/ ⊓ ſeynd/ zween rechten Winckeln.
Welches zu beweiſen ware.



Folge. I.

Drey Winckeln ſammentlich in einem △ ſeynd ⊓/ denen drey ∠ ſammentlich in einem andern △.

Und wenn zween ∠ eines △ ⊓ ſeynd/ zween ∠ eines andern △; So wird auch der übrige dritte ∠ ⊓ ſeyn/ dem übrigen dritten ∠ deß andern △.

II. In einem Rechtwincklichten △/ welcher zwo gleiche Seiten hat/ werden die andern zween Winckel halb Rechte ſeyn/ das iſt/ ein jeder von diſen wird 45. Grad halten/ Fig. I.

III. In einem gleichſeitigen △ gelten ein jeder Winckel ⅔ von zween Rechten/ daß iſt 60. Grad Fig. II.

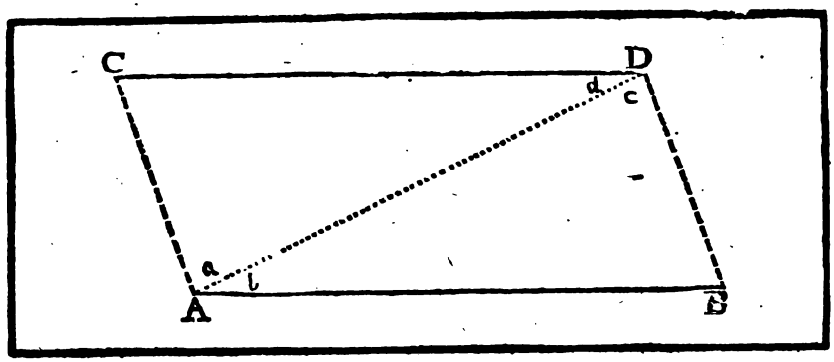
Anmerckung. I.

In einer geradliniſchen Figur machen alle innerliche Winckeln ſammentlich/ zweymaln ſo viel Rechte ∠ (weniger vier Rechte) als die Figur Seiten hat. Fig. III.

II. Alle äuſſere Winckeln einer geradliniſchen Figur machen ſammentlich nicht mehr/ als nur vier rechte Winckel. Fig. IV.

III. Eine geradliniſche Figur wird auß einem innern Winckel in ſo vie △/ weniger zwey/ als die Figur Seiten hat/ abgetheilet:

Und die Winckeln ſammentlich deren △ machen eben ſo viel/ als alle Winckeln ſammentlich der gegebenen Figur. Fig. V.



Die XXXIII. Vorgab. Betrachtung.

Wann zwo gerade Linien (AB/ CD)/ welche andere zwo gerade Linien (AC/ BD)/ welche einander gleich und Parallel ſeynd/ an beyde Seiten zuſammen hängen/ ſo ſeynd dieſelbe auch einander gleich/ und Parallel. (das iſt/ AB wird gleich/ und Parallel ſeyn/ der Lini CD.

Zubereitung.

Ziehe die beyde überzwerg ſtehende Ende A/ D/ deren Parallel-Linien AC/ BD mit einer geraden AD zuſammen.

Beweiß.

Weilen die gerade Lini AD überzwerg über die zwo Parallel-Linien AC/ BD ſtehet/

So wird in dem △ ACD der ∠ a ⊓ ſeyn/ dem ∠ c in dem △ ABD. d. 29. 1.

Die Seiten AC iſt auch ⊓ geſetzt worden/ der Seiten BD. d. d. Vorg.

und die Seiten AD iſt beyden △ gemein.

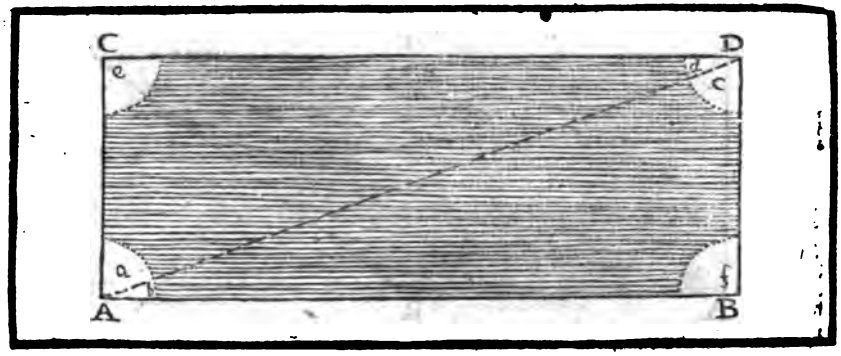
Dahero wird auch die Baſis CD ⊓ ſeyn / der Baſis AB/ d. 4. 1.

und der ∠ d ⊓/ dem ∠ b.

Dieſe ∠ d und b aber ſtehen gegen einander umwerlender Weiſe.

Deßwegen wird auch die Lini CD = ſeyn/ der Lini AB. d. 27. 1.

Welches zu beweiſen ware.



Die XXXIV. Vorgab. Betrachtung.

In allen Parallelogrammen ſeynd die Seiten (AB/CD/und AC/BD)/ ſo gegen einander über ſtehen/ und auch die Winckel über Ecke (a + b und d + c/ oder e und f) einander gleich; und ſchneidet der Diameter (AD) ein jedes Parallelogram in zwey gleiche Theile/ oder Triangeln.

Beweiß.

Dieweilen AB = iſt der CD/ und AC = der BD; ſo wird der ∠ d ∏ ſeyn/ dem ∠ b. — d. 35. def. 1.

und der ∠ c ∏/ dem ∠ a. — d. 29. 1.

Nemlich die Winckeln umwexlender Weiſe;

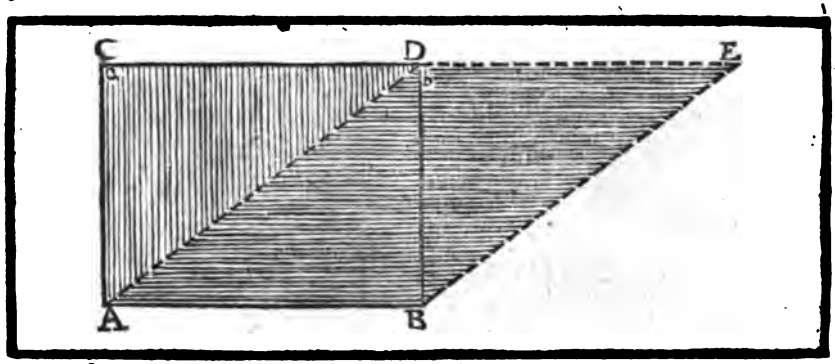
Dahero wird in denen △ ACD/ und ABD/ (weilen der ∠ a ∏ iſt/ dem ∠ c/ und der ∠ d ∏/ dem ∠ b/ und die Seiten AD beyden △ gemein) auch der dritte ∠ e ∏ ſeyn/ dem dritten ∠ f. — d. d. Vor. — d. 26. 1.

Und folgends die Seiten DC/ CA ∏ ſeyn/ denen Seiten AB/ BD.

Welches das erſte zu beweiſen ware.

Hernach/ weilen der gantze △ ACD ∏ iſt/ dem gantzen △ ABD. ſo ſchlieſſet man billich darauß/ daß der gezogene Diameter AD/ das Parallelogram ABCD gleich entzwey geſchnitten habe. — d. d. Vor.

Welches zu beweiſen ware.



Die XXXV. Vorgab. Betrachtung.

Die Parallelogramen (CB/ AE)/ ſo auff einerley Baſis (AB/) und zwiſchen zweyen Parallel-Linien (AB/ CE) ſtehen/ die ſeynd einander gleich.

Mercke/ daß man in dieſer Vorgab nicht verſtehe/ als wann die zwey Parallelogrammen gleiche Winckeln/ und Seiten hätten/ ſondern man ſaget nur/ daß ſie gleiche Inhalt begreiffen.

Dreyerley Fehle/ wegen unterſchiedlicher Stellung/ können ſich hierinnen begeben.

I. Wann das andere ▭ mit einer Seiten ED hart an die Seiten CD deß erſten ▭ ſtoſſet.

Beweiß.

Betrachte die drey △ ACD/ BDE/ und ADB.

Hernach ſage/ weilen die Seiten DE ∏ iſt/ der Seiten AB/ — d. 34. 1.

AB aber ∏ iſt der Seiten CD. — d. 34. 1.

ſo wird auch die Seiten DE ∏ ſeyn/ der Seiten CD. — d. 1. ax.

Unterdeſſen iſt die Seiten BD ∏/ der Seiten AC. — d. 34. 1.

Und der äuſſere ∠ b ∏/ dem innern ∠ a. (dann AB = iſt/ der CD) — d. 35. def. 1. und 29. 1.

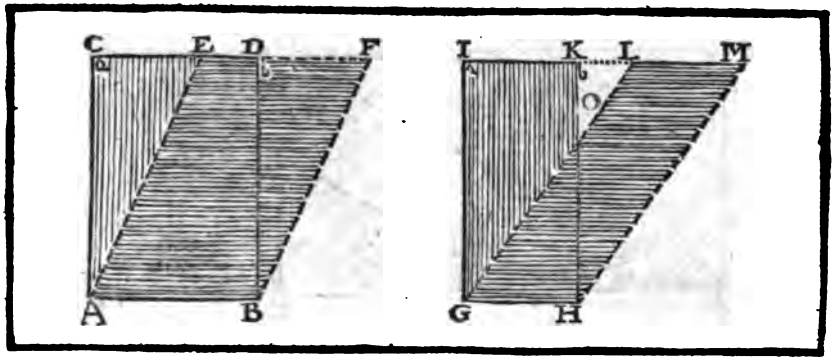
Deßwegen wird der △ BDE ∏ ſeyn/ dem △ ACD. — d. 4. 1.

Setze hinzu beyderſeits den gemeinen △ ADB/

So werden die zwey ▭ ADEB/ und ACDB darauß entſtehen/

Welche auch einander ∏ ſeyn werden. — d. 2. ax.

Welches zu beweiſen ware.



II. Wenn das andere ▭ mit einer Seiten FE in der Seiten CD deß ersten lieget.

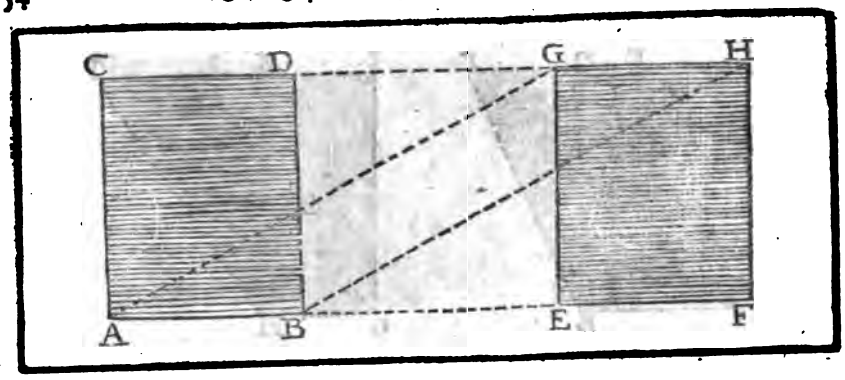
Beweiß.

Die Seiten CD ist ∏ der Seiten AB; und AB ist ∏ der EF. d. 34. I.
Folget / daß auch CD ∏ seye der EF. d. 1. ax.
Ziehe darvon ab beyderseits die gemeine Lini ED.
so wird überbleiben CE ∏ DF. d. 3. ax.
Wiederumb / ist die Seiten AC ∏ / der Seiten BD / d. 34. I.
und der ∠ a ∏ dem ∠ b. = { d. 29. I. / uñ 35. def. I.
Darumb wird der △ ACE ∏ seyn / dem △ BDF. d. 4. I.
Setze hinzu beyderseits das gemeine Trapezium ABDE.
So wird das ▭ ABCD ∏ seyn / dem ▭ ABFE.

III. Wenn das andere ▭ mit einer Seiten LM völlig ausser der ersten Seiten IK. lieget.

Beweiß.

Wie schon in dem vorgehenden bewiesen worden ist / wird IK ∏ seyn der LM.
Setze nun beyderseits hinzu die Lini KL.
So wird die gantze Lini IL ∏ seyn / der gantzen Lini KM. d. 2. ax.
Unterdessen ist IG ∏ der KH / und der ∠ a ∏ / dem ∠ b. { d. 34. I. / d. 29. I.
Folget dahero / daß der △ GIL ∏ seye / dem △ HKM. d. 4. I.
Ziehe nun beyderseits ab den gemeinen △ KOL.
So wird überbleiben das Trapezium GOKI ∏ / dem Trapezium HOLM.
Setze unterdessen beyderseits hinzu den gemeinen △ GOH /
So wird endlich das ▭ GHIK ∏ seyn / dem ▭ GHLM.
Welches zu beweisen ware.



Die XXXVI. Vorgab. Betrachtung.

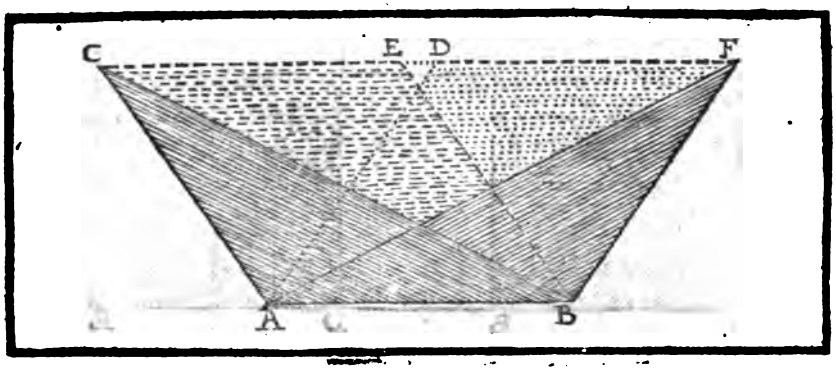
Die Parallelogrammen (CB/GF)/ ſo gleiche Baſes (AB/ EF) haben / und zwiſchen einerley Parallel-Linien (AF/CH) ligen: die haben einen gleichgroſſen Jnhalt.

Zubereitung.

Ziehe AG/ BH mit geraden Linien zuſammen/ ſo entſtehet das ▭ ABGH.

Beweiß.

Das ▭ ABCD iſt ∏ / dem ▭ ABHG/ d. 35. 1.
Das ▭ ABHG aber iſt ∏/ dem ▭ EFHG/ d. 35. 1.
Dahero wird auch das ▭ ABCD ∏ ſeyn/ dem ▭ EFGH. d. 1. ax.
Welches zu beweiſen ware.



Die XXXVII. Vorgab. Betrachtung.

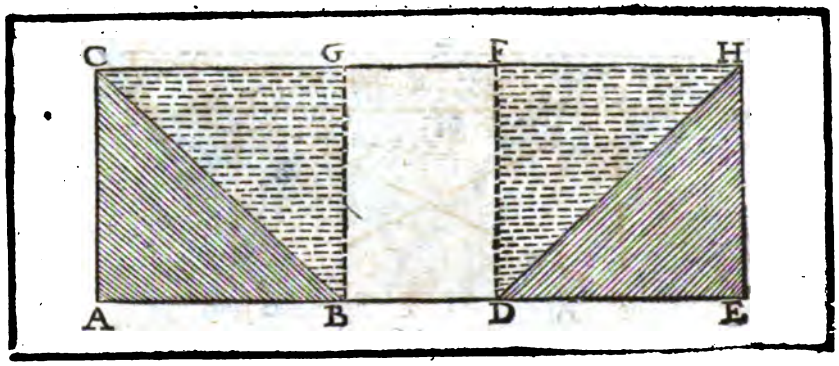
Alle Triangel (als wie ACB/ und ABF)/ welche auff einerley Baſis (AB) und in einerley Parallel-Linien (AB/ CF) ſtehen; die ſeynd einander gleich (oder ſo ein Ding)/ ſie begreiffen einen gleichen Inhalt.

Zubereitung.

Ziehe auß B die Lini BE/ welche ═ laufft mit AC/
Und AD/ welche ═ lauffe mit BF. d. 31. 1.

Beweiß.

Das ▭ ABCE iſt ⊓/ dem ▭ ABDF. d. 35. 1.
Die △ ABC/ und ABF ſeynd aber gerad die Helffte deren beyden gleichen ▭ ABCE/ und ABDF. d. 34. 1.
Darum wird der △ ABC ⊓ ſeyn/ dem △ ABF. d. 7. ax.
Welches zu beweiſen ware.



Die XXXVIII. Vorgab. Betrachtung.

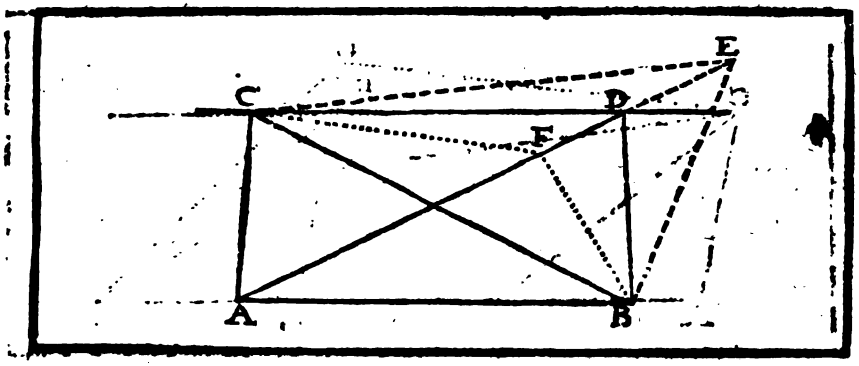
Alle Triangel (als wie ACB/DEH)/ ſo auff gleichen Baſes (AB/DE)/ und zwiſchen einerley Parallel-Linien (AE/CH) ſtehen; die ſeynd einander gleich.

Zubereitung.

Auß dem Punct B/ziehe die gerade Lini BG =/ AC. p. 31. I.
Und auß dem Punct D. die Lini DF =/ EH.

Beweiß.

Das ▭ ABCG/iſt ∏/ dem ▭ DEFH/ p. 36. I.
Ihre Helffte aber ſeynd die △ ABC/ und DEF. p. 34. I.
Dahero wird auch der △ ABC ∏ ſeyn/ dem △ DEF. p. 7. Ax.
Welches zu beweiſen ware.

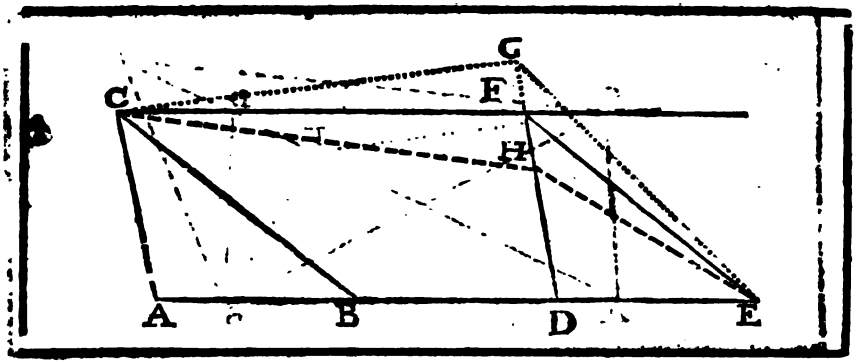


Die XXXIX. Vorgab. Betrachtung.

Die Triangeln gleiches Inhalts (ABC/ ABD) welche auff einerley Baſis (AB)/ und auff einerley Seiten hinauffwerts ſtehen / die ſtehen zwiſchen einerley Parallel-Linien (das iſt CD wird Parallel lauffen mit AB).

Beweiß.

Geſetzt es wäre CD nicht = AB/ ſondern es eine andere gerade Lini/ gleich wie CE (wann es doch möglich iſt) = der Lini AB.
So verlängere AD biß an die vermeinte = Lini in dem Punct E/ und ziehe B/ und E zuſammen.
Demnach wird der △ ACB ∏/ ſeyn dem △ AEB. 6. 37. 1.
Dem △ ACB aber iſt ∏ geſetzt worden/ der △ ADB/ d. d. Vorg.
Folget/ daß der △ ADB/ auch ∏ wäre/ dem △ AEB. d. 1. ax. 3.
Nemlich ein Theil ∏/ ſeinem gantzen.
Welches wider die Vernunfft ſtreitet. d. 9. ax.
Darumb iſt nicht CE/ ſondern die CD iſt noch = / der AB.
Solte man weiter ſetzen/ daß die gerade CF = wäre/ der Lini AB.
ſo würde es eben wider die Vernunfft herauß kommen:
daß nemlich das gantze ∏ wäre/ einem von ſeinen Theilen.
Dahero iſt es beſtändig wahr/ daß CD = ſeye der AB.
Welches zu beweiſen ware.

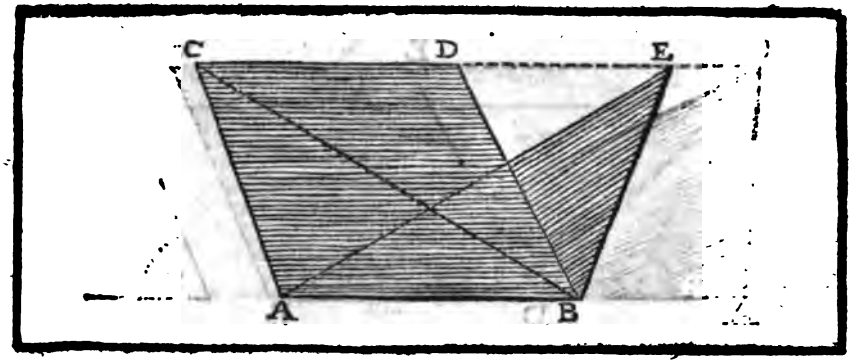


Die XL. Vorgab. Betrachtung.

Die Triangeln gleiches Inhalts (ABC/ DEF)/ ſo auff gleichen Baſes (AB/ DE) und auff einerley Seiten hinauſſwerts ſtehen: die ſtehen auch in einerley Parallel-Linien (das iſt CF wird Parallel ſeyn der AE)

Beweiß.

Solte CF nicht = der AB ſeyn/ ſondern eine andere/ als wie CG (wann es möglich iſt)
So verlängere DF in die vermeinte Parallel in Puncten G/ und ziehe GE zuſammen.
Darauff folget/ daß der △ ABC ⊓/ ſeye dem △ DGE/ — d. 38. 1.
Der △ ABC aber iſt ⊓ geſetzt worden/ dem △ FDE. — d. d. Vorg.
Darumb wird auch der △ DEF ⊓ ſeyn müſſen dem △ DEG. — d. 1. ax.
Welches wider die Vernunfft iſt/ daß ein Theil ⊓ ſeye/ ſeinem Gantzen.
Dahero ſaget man noch/ daß CF allein = ſeye/ der AE.
Würde aber ein anderer einwerffen/ daß CH = wäre/ der AE.
So kommete eben ſelbe Unmöglichkeit herauß/ nemlich/
Daß ein gantzes ⊓ wäre/ einem von ſeinen Theilen/
Alſo iſt es eine unfehlbare Warheit/ daß die Lini CF allein der Lini AB = ſeye.
Welches zu beweiſen ware.



Die XLI. Vorgab. Betrachtung.

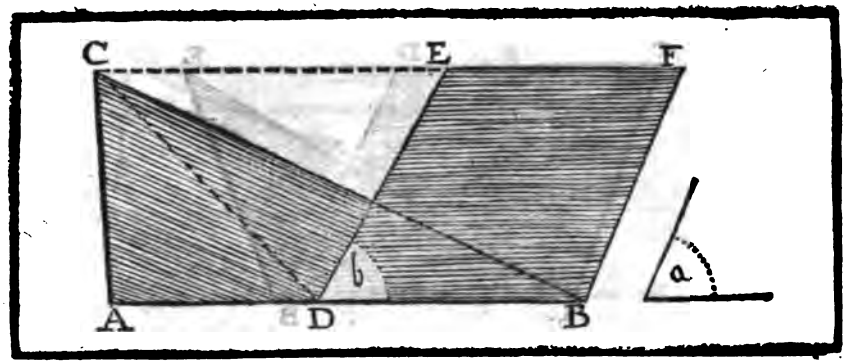
Wenn ein Parallelogram (ABCD) mit einem Triangel (ABE) eine gemeine Baſis (AB) hat/ und zwiſchen einerley Parallel-Linien (AB/CE) ſtehen: ſo wird das Parallelogram noch einmal oder doppelt ſo groß ſeyn / als der Triangel.

Zubereitung.

Ziehe den Diameter CB.

Beweiß.

Der △ ABE iſt ∏/ dem △ ABC. d. 37. I.
Das ▭ ABCD aber iſt doppelt/ oder noch einmahln ſo groß als der △ ABC. d. 34. II.
Folget/ daß auch das ▭ AECD doppelt/ oder noch einmahln ſo groß ſeye/ als der △ ABE.
Welches zu beweiſen ware.



Die XLII. Vorgab. Handgriff.

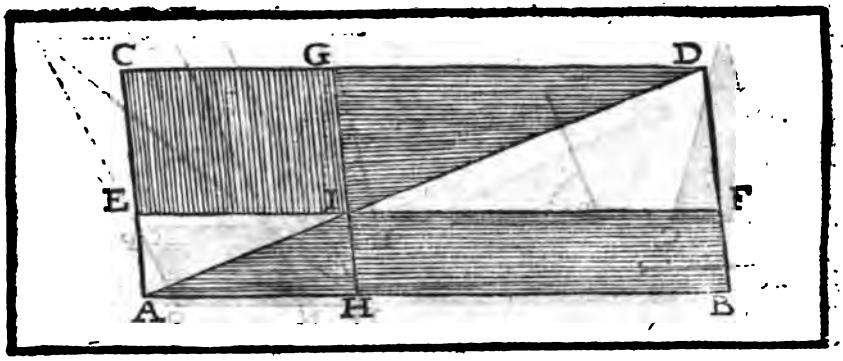
Einem vorgegebenen Triangel (ABD) ein gleiches Parallelogram (DBEF) zu machen / alſo / daß ein Winckel (b) gleich ſeye / einem andern vorgegebenen geradlinischen Winckel (a).

Handgriff.

Zertheile die Baſis AB mitten entzwey in D. p. 10. I.
Ziehe CD zuſammen.
Auß C ziehe CF —/ der Baſis AB. p. 31. I.
Mache auß dem Punct D mit der Lini DE
deti ∠b ⊓/ dem ∠a. p. 23. I.
Ziehe auß B die Lini BF —/ der Lini DE. p. 31. I.
So wird das gemachte ▭ DBEF ⊓ ſeyn/ dem △ ADE.
und den ∠b ⊓ haben / dem vorgegebenen ∠a.

Beweiß.

Der △ ACD iſt ⊓/ dem △ DCB. p. 38. I.
Dahero wird der △ DCB gerad die Helffte von dem △ ABC ſeyn.
Unterdeſſen iſt derſelbe △ DCB auch gerad die Helffte von dem ▭ DEFB. p. d. Handg. und 41. I.
Dahero wird der gantze △ ABC ⊓ ſeyn/ dem gemachten ▭ DEFB. p. 6. ax.
Deſſen ∠b auch ⊓ iſt/ dem gegebenen ∠a. p. d. Hand.
Welches zu machen ware.

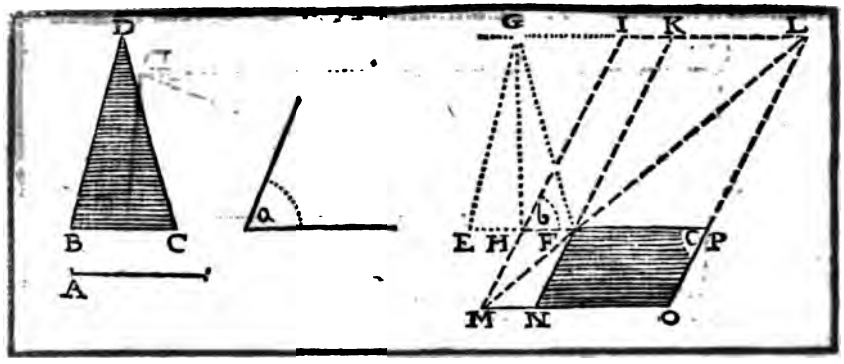


Die XLIII. Vorgab. Betrachtung.

In allen Parallelogramen (als wie ABCD) seynd die Complementen/ oder Außfüllungen (als wie HBIF / EICG) einander gleich.

Beweiß.

Weilen der Diameter AD das ▭ ABCD gerad entzwey theilet. d. 34. 1.
so wird der △ ACD ⊓ seyn/ dem △ ABD.
Eben auff solche Art/ indeme die ▭ HE und FG gerad entzwey
durch ihre Diametern AI / und ID geschnitten werden.
So wird der △ AEI ⊓ seyn/ dem △ AHI/ und
der △ IGD ⊓/ dem △ IFD.
Wann man nun von denen zwey grossen und gleichen △ ACD.
und ABD beyderseits / erstlich die zwey gleiche △ AEI
und AHI; alsdann auch die zwey gleiche △ IGD/ und IFD/
abziehet;
So ist klar/ daß über bleiben werde die Außfüllung EIGC ⊓/
der Außfüllung HBFI.
Welches zu beweisen war.



Die XLIV. Vorgab. Handgriff.

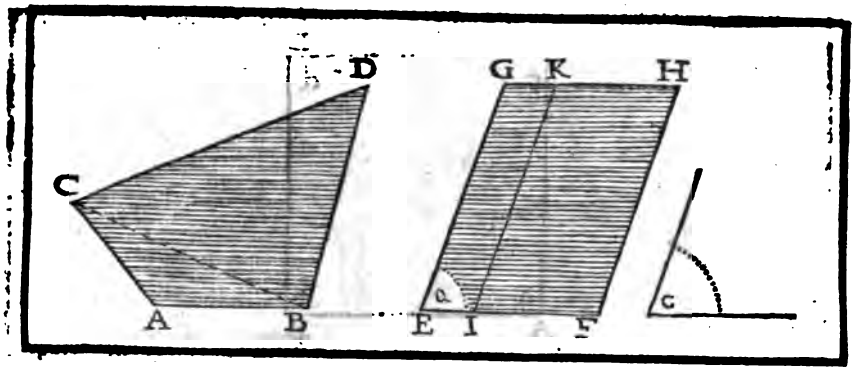
Auff einer vorgegebenen geraden Lini (A) ein Parallelogram (NPOF) gleich groß einem vorgegebenen Triangel (BCD) zu machen/welches auch einem Winckel (c) gleich einem andern furgegebenen geradlinischen Winckel (a) habe.

Handgriff.

Mache den △ EFG ⊓/ dem △ BCD. d. 22. 1.
Das ▭ HFIK mache ⊓/ dem △ EFG/
Welches dem ∠ b ⊓ habe / dem vorgegebenen ∠ a. d. 42. 1.
Verlängere EF / und mache FP ⊓/ der Lini A.
Auß P ziehe die Lini PL = der FK/ d. 31. 1.
Welche die verlängte GIK in Punct L durchschneide.
Auß dem Punct L/ und durch den Punct F ziehe den Diameter LF/ biß er die verlängte IH durchschneide in dem Punct M.
Auß dem Punct M ziehe die Lini MO =/ der Lini HP/ d. 31. 1.
Welche die verlängte LP durchschneide in Punct O.
Unterdessen verlängere KF biß in Punct N.
So wird das ▭ NOFP ⊓ gemacht worden seyn/
Dem △ EFG / oder dem gleichen △ BDC/
und der ∠ c ⊓/ dem ∠ a;
und die Lini FP ⊓/ der Lini A.

Beweiß.

Die Außfüllung FO ist ⊓/ der Außfüllung FI. d. 43. 1.
Das ▭/ oder Außfüllung FI ist ⊓ gemacht worden/
dem △ EFG/ oder BCD. d. d. Hand.
Darumb wird die Außfüllung / oder ▭ FO ⊓ seyn/
dem vorgegebenen △ BCD.
So hat es auch die Seite FP/ und NO ⊓/ der Lini A/ und dem
∠ c ⊓ dem ∠ a. d. d. Hand.
(dann der ∠ c ist ⊓ dem ∠ b/ d. 29. 1.
und der ∠ b ist ⊓ gemacht worden/ dem ∠ a).
Welches zu machen ware.



Die XLV Vorgab. Handgriff.

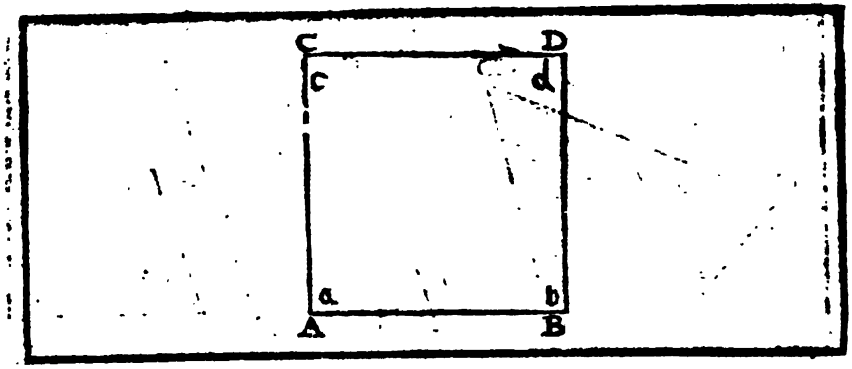
Ein Parallelogram (GF) zu machen/ welches einer andern vorgegebenen geradliniſchen Figur (ABCD) gleich ſeye/ und einen Winckel (a) gleich einem andern vorgegebenen geradliniſchen Winckel (c) habe.

Handgriff.

Zertheile die geradliniſche Figur in lauter △.
nemlich in den △ ABC/ und BCD.
Mache das ▭ GI ∏/ dem △ ABC/ d. 42. 1.
Welches dem ∠a ∏ habe/ dem vorgegebenen ∠ c.
Verlängere EI/ und mache auff IK das ▭ KF ∏/ dem △ BCD/ d. 44. 1.
So wird das groſſe ▭ EGHF darauß entſpringen/
Welches ∏ iſt der vorgegebenen Figur ABCD.

Beweiß.

Das ▭ GI iſt ∏/ dem △ ABC/
und das ▭ KF iſt ∏/ dem △ BCD. } d. d. Hand.
Die zwey △ ABC/ und BCD machen aber die Figur ABCD:
und die zwey ▭ GI/ KF machen auch das groſſe und
einige ▭ EFGH.
Dahero folget/ daß das ▭ EH ∏ ſeye/ der vorgegebenen
geradliniſchen Figur ABCD.
ſo iſt auch der ∠a ∏/ gemacht worden dem ∠ c. d. d. Hand.
Welches zu machen ware.



Die XLVI. Vorgab. Handgriff.

Auff einer gegebenen geraden Lini (AB) ein Quadrat / oder gleiches Vier-Eck (ABCD) zu machen.

Handgriff.

An beyden Enden A / und B erhöhe zwo ⊥ AC / und BD / welche gleich lang ſeyn müſſen / der Lini AB. d. 11. 1.
Ziehe zuſammen die Puncten CD mit einer geraden Lini / ſo iſt das □ ABCD verfertiget.

Beweiß.

Die ∠ a / und b ſeynd zween rechte ∠. d. d. Hand.
darum iſt AC ═ der BD. d. 28.
Die Lini AC iſt ∏ / der Lini BD. d. d. Hand.
Dahero wird die Lini CD ═ ſeyn / der Lini AB / d. 33. 1.
und folgends wird AD ein ▭ ſeyn. d. 35. def. 22.
Weilen aber die zwo Seiten CA / BD ∏ ſeynd gemacht worden der dritten Seiten AB.
und auch CD / ohne das ∏ iſt der Seiten AB. d. 34. 1.
So wird dann AD ein gleichſeitiges ▭ ſeyn /
Unterdeſſen ſeynd die ∠ a / und b zwey Rechte / d. d. Hand.
Dahero werden auch die überſtehende zwey ∠ c / und d zwey Rechte ſeyn. d. 34. 1.
Und deßwegen wird AD ein □ / oder Vier-Eck ſeyn / d. 29. 1.
Welches zu machen ware.

Anmerckung. I.

Ein jedes ▭ / welches umb einen rechten ∠ zwey gleich lange Seiten hat / iſt ein □.

II.

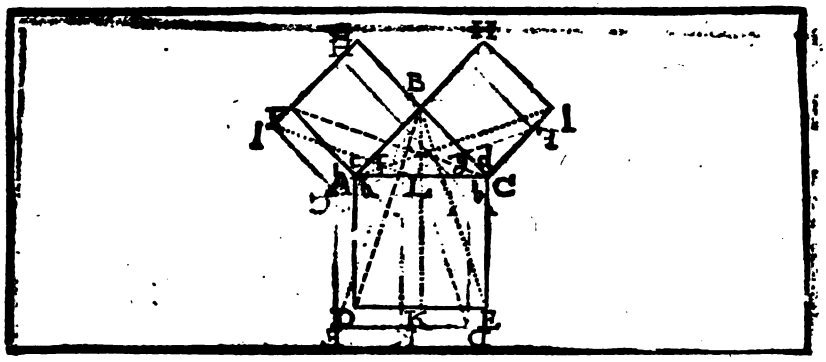
In einem jeden ▭ / welches einen Rechten ∠ hat / werden auch die übrige drey ∠ Rechte ſeyn.

III.

Auff gleich geraden Linien / ſeynd die darauff gemachte □ einander gleich groß.

IV.

Gleich groſſe □ / das iſt / welche einen gleichen Inhalt begreiffen / ſtehen auff gleich geraden Linien.



Die XLVII. Vorgab. Betrachtung.

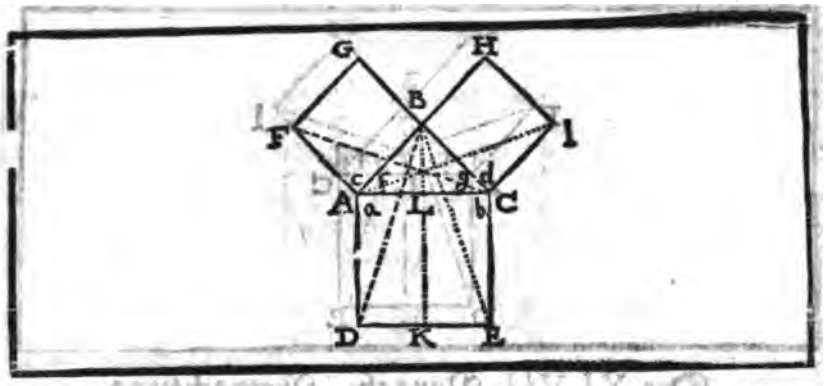
In dem Rechtwincklichten Triangel (als wie ABC) ist das Quadrat (AE) auff der Seiten (AC)/ welche den Rechten Winckel (ABC) unterspannet; gleich so groß/ als die zwey Quadraten (CH/ und AG)/ welche auff denen zwey andern Seiten (AB/ BC)/ so den rechten Winckel beschliessen/ gemacht werden.

Zubereitung.

Auß dem Punct B ziehe die gerade Lini BK ⊏/ der AD oder CE. d. 31. 1.
Ziehe zusammen mit geraden Linien AI/ CF/ DB/ und EB.

Beweiß.

Der ∠ b ist ⊓/ dem ∠ d.
(dann wegen der ▭/ AE/ CH/ beyde ∠ rechte seynd).
Setze beyderseits hinzu den gemeinen ∠ g.
So wird auch der ∠ b → g ⊓ seyn/ dem ∠ d → g.
Nunmehro ist denen zwey △ ECB/ und ACI.
erstlich der ∠ b → g ⊓/ dem ∠ d → g.
Und die zwo Seiten EC/ CB ⊓/ denen zwo Seiten AC/ CI.
(dann AE und CH/ wie vorgemeldet/ □ seynd)
Dahero wird der △ ECB ⊓ seyn/ dem △ ACI. d. 4. 1.
Unterdessen ist das ▭ KLCE doppelt deß △ ECB. d. 41. 1.
Und auch das ▭ BHIC ist doppelt deß △ ACI. d. d. selbe.



Folget / daß auch das ▭ KLCE ſeye dem □ BHIC. d. 6. ax.
Ferner/ weilen der ∠ c ⊓ iſt/ dem ∠ a. d. 29. def. I.
ſetze zu dieſen beyderſeits hinzu den gemeinen ∠ f.
So wird auch der ∠ c → f ⊓ ſeyn dem ∠ a → f.
Nun betrachte die zwey △ FAC/ und BAD/ allwo
die Seiten FA ⊓ iſt/ der Seiten AB; und AC ⊓ der AD. d. 29. def. I.
und wie ſchon bewieſen/ der ∠ c → f ⊓ iſt/ dem ∠ a → f.
Darumb iſt der △ FAC ⊓ dem △ BAD. d. 4. I.
Unterdeſſen iſt das ▭ LKDA doppelt deß △ BAD/ d. 41. I.
und das □ ABCF doppelt deß △ FAC. d. 41. I.
Folget/ daß auch das ▭ LKDA ⊓ ſeye/ dem □ ABGF. d. 6. ax.
Weilen aber beyde ▭ LKDA/ → ABGF das □ AE machen.
So ſchlieſſet man/ daß alſo das □ AE ⊓ ſeye / beyden □ CH/ und
AG ſammentlich.
Welches zu beweiſen ware.

Anmerckung.

Hieraus iſt leichtlich abzunehmen/ daß in denen △/ das □/ ſo auff einer Seiten welches einen ſpitzigen ∠ unterſpannet/ gemacht wird/ ⌝ ſeye/ als beyde □ ſammentlich/ ſo auff denen übrigen zwo Seiten/ welche den ſpitzigen ∠ beſchlieſſen/ gemacht werden.

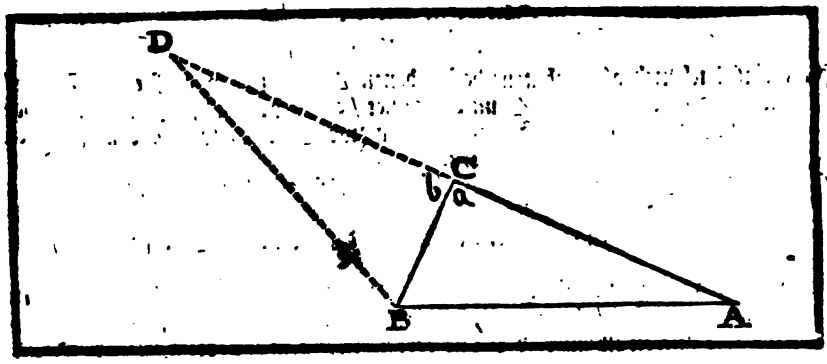
In denen ſtumpffwinclichten △ aber/ iſt das □/ ſo auff der Seiten/ welche den ſtumpffen ∠ unterſpannet/ gemacht iſt/ allzeit ⌜/ als beyde □ ſammentlich/ ſo auff denen zwo Seiten/ welche den ſtumpffen ∠ beſchlieſſen/ gemacht ſeyn.

Die Urſach iſt augenſcheinlich/ dann wann man den ſtumpffen ∠ ſolcher Geſtalt zuſammen ziehet/ biß er endlich ⊓ wird/ einem Rechten ∠; die zwey Seiten aber allweil in einerley Länge verbleiben/ alsdann die Seiten/ welche den ſtumpffen ∠ unterſpannet/ kleiner werden wird.

Entgegen/ wann man den ſpitzigen ∠ ſo lang von einander ziehet/ biß er letzlich einem Rechten ∠ ⌜⌝ werde/ die übrige zwo Seiten aber/ welche den ſpitzigen ∠ beſchlieſſen/ allzeit in einerley Länge verbleiben/ ſo wird die Seiten/ welche den ſpitzigen ∠ unterſpannet/ ⌜ werden.

In der vorhergehenden iſt unterdeſſen bewieſen worden/ daß das □/ ſo auff der Seiten gemacht iſt/ welches den rechten ∠ unterſpannet/ ⊓ ſeye/ denen zwey □ ſammentlich/ ſo auff denen übrigen Seiten gemacht ſeynd.

So folget ja klar/ daß das □/ ſo auff der Seiten gemacht iſt/ welches den ſtumpffen ∠ unterſpannet/ ⌜/ und hinwiederumb das □/ ſo gemacht iſt auff der Seiten/ welche den ſpitzigen ∠ unterſpannet/ ⌝ ſeye/ als die zwey □ ſammentlich auff denen übrigen zwo Seiten/ ſo gedachte ∠ beſchlieſſen.



Die XLVIII. Vorgab. Betrachtung.

Wann das Quadrat auff einer Seiten (als wie AB) in einem Triangel (ACB) gleich iſt/ denen andern zweyen Quadraten ſammentlich/ welche auff denen andern zwo Seiten (AC/ BC) beſchrieben werden: ſo wird der Winckel (a)/ welcher von ſothanen andern zwo Seiten beſchloſſen iſt/ ein rechter Winckel ſeyn.

Zubereitung.

Auff CB erhöhe auß dem Punct C die L CD. 11. 1.
Mache CD ∏/ der Seiten AC; und ziehe DB zuſammen.

Beweiß.

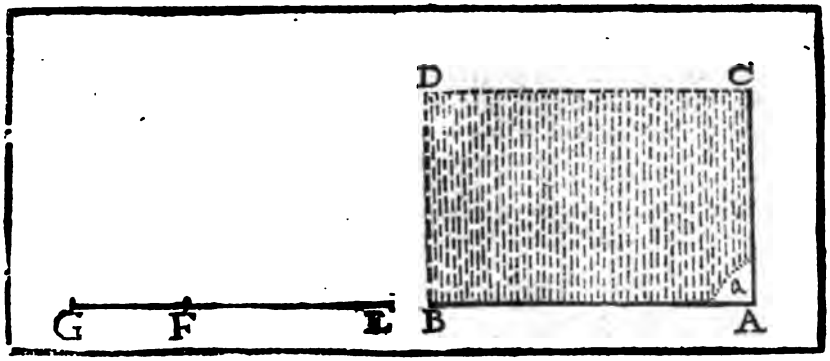
Der ∠ b in dem △ BCD iſt ein Rechter ∠/ d. 6. Zuh.
Darumb wird das □ auff DB ∏ ſeyn/ denen zwey □ auff BC/ CD. d. 47. 1.
Die Lini CD iſt unterdeſſen ∏ gemacht worden/ der Lini CA. d. d. Zuh.
Folget/ daß auch das □ auff DB ∏ ſeye/ denen zwey □ auff BC/ CA.
Denen □ auff BC/ und CA aber iſt ∏ gegeben/ das □ auff BA. d. d. Vor.
Dahero wird das □ auff BD ∏ ſeyn/ dem □ auff BA.
Und folgends durch die vierdte Anmerckung der 46. Vorg. dieſes Buchs wird die Lini BA ∏ ſeyn/ der Lini BD.
Dahero wegen der drey gleichen Seiten wird der △ ABC ∏ ſeyn/ dem △ BCD. d. 8. 1.
Und weilen der ∠ b ein Rechter ∠ iſt/ ſo d. d. Zuh.
Folget letzlich/ daß auch der ∠ a ein Rechter ∠ ſeyn muß.
Welches zu beweiſen war.

Das

Anderte Buch

Deß Teutsch-redenden

Euclides.



Wort-Erklärungen.

I.

Ein Recht-winclichtes Parallelogram iſt/ welches von zwey geraden Linien (AB BC) beſchloſſen wird/ und einen rechten Winckel (a) hat.

Dieſes iſt alſo zu verſtehen/ nemlich/ daß ein Recht-winclichtes Parallelogram nur zwey gewiſſe Linien (deren eine die Baſis/ die andere aber die Höhe genant wird) einen Raum darmit einzuſchlieſſen/ nöthig habe: dann wann einer ſich ihme im Sinne einbildet/ daß die Höhe AC der Länge AB nach/ allzeit I. biß an das Ende B fortgeſchoben werde/ ſo ſolte zweiffelsohne ein ſolcher Fortſchub den Raum CABD hinterlaſſen/ an welchen die zwey Seiten CD/ und BD gleich und Parallel ſeyn werden/ denen zwo überſtehenden Seiten AB/ und AC. Und dahero die Figur CABD ein Parallelogram durch die 35. def. deß 1. Buchs/ und zwar wegen der 1 ein Rechtwinclichtes ſeyn werde. Deswegen man ſchlieſſet/ daß zu Erkennung deß Begriffs/ oder Raums eines Rechtwinclichten Parallelograms bloſſe zwey Seiten/ welche den Rechten Winckel begreiffen/ nöthig ſeyn.

Anmerckung. I.

Ein Rechtwinclichtes Parallelogram/ welches auch eine Winckelrechte Figur genannt iſt/ wird in dieſem Buch ſo wol für ein Quadrat/ als für ein gewöhnliches Parallelogram/ welches bloß die überſtehende Seiten einander ⊓/ ═/ und einen Rechten Winckel hat/ genommen.

II.

Ein Winckel-Rechtes Parallelogram von zwey gleichen Seiten wird in dieſem Buch mit dem Zeichen ▭/ und ein Winckelrechtes Parallelogram von vier gleichen Seiten/ das iſt/ ein Quadrat mit dem Zeichen □ angedeutet.

III.

III.

An ſtatt daß man ſonſten ein ▭/ oder □ mit vier Buchſtaben beſchreibet/ als wie hier das ▭ ABCD/ ſo pflegt man Kürtze halber/ daſſelbe nur mit drey Buchſtaben zu bezeichnen/ von welchen der mittlere den Rechten Winckel/ und die andere zwey/ die zwey Seiten andeuten/ gleich wie in dem ▭ CAB ſeynd die zwo Seiten CA/ AB/ mit welchen der Rechte ∠ a beſchloſſen iſt. Doch werden die gemachte ▭ bloß nur mit zwey Buchſtaben/ welche längſt dem Diameter gegen einander über ſtehen/ beſchreiben/ alſo an ſtatt ABDC/ oder CAB ſchreibet man allein AD/ oder BC.

IV.

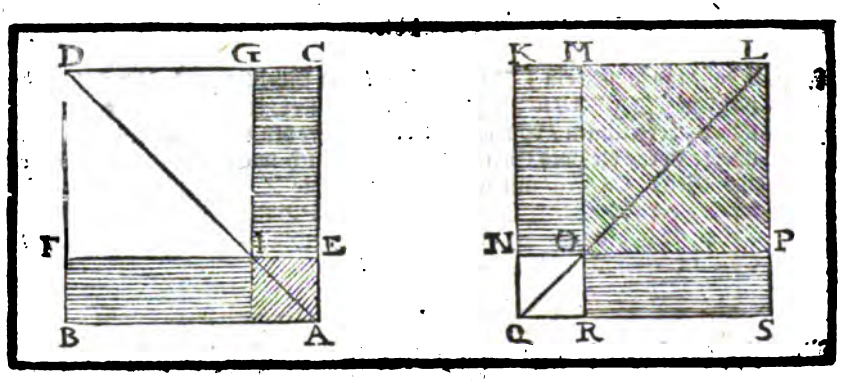
Man pflegt auch ſchlecht hinauß eine gerade Lini zu ziehen/ gleich wie GE/ und ſolche an einen gewiſſen Punct/ als wie in F durchzuſchneiden/ welches hernachmahlen ein Recht-winckelichtes Parallelogram bedeutet/ welches von denen zwey Seiten GF/ FE (ſo umb den rechten Winckel F ſtehen) beſchloſſen iſt/ und alſo geſchrieben wird/ das ▭ EFG/ oder GFE.

V.

Wann die Baſis eines ▭/ oder □ durch die Höhe; oder entgegen/ die Höhe durch die Baſis vermehret wird/ ſo überkommt man in Zahlen den Inhalt deß ▭/ oder □. Geſetzt das ▭ AD habe die Höhe AC von 6/ und die Baſis AB von 12 Klafftern. Wann nun 6 durch 12/ oder 12 durch 6. vermehret wird/ ſo kommen in Product 72 Klaffter/ (welche aber Quadrat-Klafftern ſeynd/ deren ein jedes in der Länge und Breite juſt ein Klaffter hat) für den Inhalt deß ▭ AD herauß.

Herentgegen/ wann man den Inhalt eines ▭/ oder □ durch die Anzahl der Höhe zertheilet/ ſo kriegt man im Quotient die Anzahl der Länge der Baſis; oder wann man den Inhalt durch die Anzahl der Länge zertheilet/ ſo hat man im Quotient die Anzahl der Länge der Höhe.

Zu einem Exempel zertheile 72 mit der Höhe 6/ ſo haſt im Quotient 12 für die Länge der Baſis; zertheileſt aber 72 mit der Baſis 12/ ſo kommt ein Quotient herauß 6. für die Länge der Höhe.



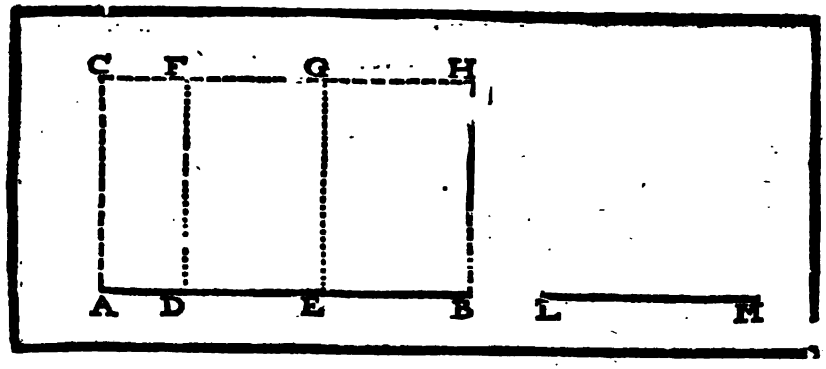
II.

In einem jeden Parallelogram werden die zwey Auffüllungen / oder Complementen/ sambt einem auß denen zwey übrigen Quadraten / durch welche der Diameter gehet / der Winckelhacken / oder in Griechischer Sprach/ Gnomon geheissen.

Auff zweyerley Art mag dieser Winckelhacken gemacht werden. Dann erstlich kan man zu denen zwey Außfüllungen das gröſſere Quadrat / hernach auch das kleinere Quadrat darzu nehmen.

In dem Parallelogram AD seynd zu dem Winckelhacken BIC (dann man solchen bloß mit drey Buchstaben anzudeuten pfleget) die zwey Auffüllungen BI/ und IC/ und das kleinere □ ID genommen werden.

Zu dem Winckelhacken KOS aber in dem Parallelogram QL / seynd die zwo Auffüllungen KO/ OS/ und das gröſſere □ OL gebraucht worden.



Die I. Vorgab. Betrachtung.

Wenn zwo gerade Linien (AB/ LM) ſeynd/ und man eine darvon (als wie AB) in unterſchiedene Theile/ gleiche oder ungleiche (nemlich allhier in die ungleiche AD/ DE/ EB) zertheilet: ſo wird das Parallelogram (AH)/ welches von denen zwey geraden Linien (AB/ LM) beſchloſſen worden iſt/ gleich ſeyn/ allen denen Parallelogramen ſammentlich (nemlich (AF/ DG/ EH)/ ſo von der unzertheilten Lini (LM)/ und einem jedwedern Theil der zertheilten Lini (AB) gemacht worden iſt.

Das iſt/ das ▭ AH iſt ∏/ denen ▭ AF/ + DG + EH.

Zubereitung.

Auß beyden Enden der Lini AB erhöhe die ⊥ AC/ und BH/ welche gleich lang ſeyen/ der gegebenen LM. — 11. 1.

Ziehe die zween Puncten CH mit einer geraden Lini zuſammen/ ſo entſtehet daraus das ▭ AH/ deſſen eine Seiten AB zertheilt/ die andere aber AC (ſo ∏ iſt der LM) unzertheilt iſt. — 1. def. 2.

Unterdeſſen ziehe auß denen Puncten D/ E die Linien DF/ EG ‖/ der Seiten AC/ oder BH biß in die Seiten CH. — 31. 1.

So kommen die drey ▭ AF/ DG/ EH hierauß/ welche zweinar Seiten die Lini AC/ (oder die gleiche LM)/ zu der andern aber die gegebene Theile AD/ DE/ und EB haben. — 1. def. 2. und 43. 1.

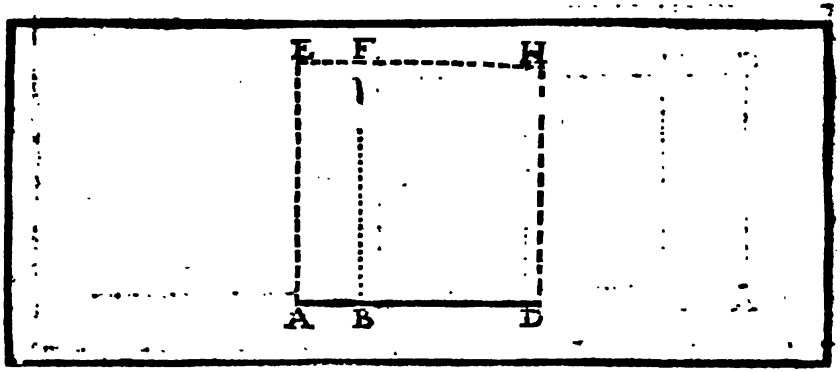
Beweiß.

Erſtlich iſt auß der Zubereitung klar/ daß die ▭ AF/ DG/ EH Eine Seiten ∏/ der gegebenen unzertheilten Lini LM/ zu der andern aber die Theile AD/ DE EB der zertheilten Lini AB haben. — 1. d. Zub.

Anderten iſt augenſcheinlich/ daß das ▭ AH/ welches zu einer Seiten AC (oder die gleiche LM)/ zu der andern aber die zertheilte AB hat/ ∏ ſeye/ denen ▭ AF + DG + EH. — 1. 4. ax. 1.

(Dann das gantze iſt ∏/ allen ſeinen Theilen ſammentlich).

Welches zu beweiſen ware.



Die II. Vorgab. Betrachtung.

Wenn man eine gerade Lini (AD) nach Gefallen zertheilet (als wie in B)/ so werden die Parallelogrammen (AF/BH)/ welche von der gantzen Lini/ und denen Theilen begriffen werden/ gleich seyn/ dem Quadrat (AH) welches auff der gantzen Lini (AD) ist beschrieben worden.

Das ist/ die ▭ AF + BH seynd ⊓/ dem □ AH.

Zubereitung.

Auff AD mache das □ AG. d. 46. 1.

Auß dem Punct B ziehe die Lini BE —/ der Seiten AE. oder DH. d. 31. 1.

Daraus entstehen nun die zwey ▭ AF/ und BH/ welche zu einer Seiten die Lini AD/ zu der andern aber die Abschnitte AB/ BD haben. d. 33. 1. uñ 1. def. 2.

Beweiß.

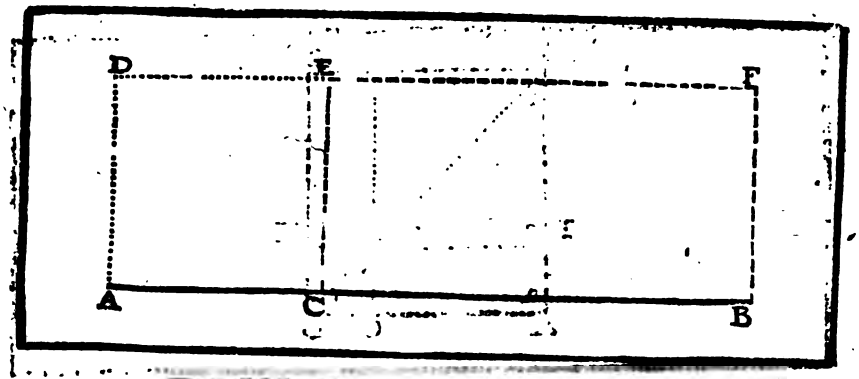
Weilen AH ein □ ist/ d. 6 Zus.
so werden die vier Seiten einander ⊓ seyn.

Dahero ist klar/ daß die zwey ▭ AF/ und BH zu einer Seite die gantze Linien AD (dann AE/ und DH/ oder BF derselben AD ⊓ seynd) zu der andern Seite aber/ die Abschnitte/ oder Theile AB/ BD haben.

Unterdessen ist augenscheinlich zu sehen/ daß gedachte zwey ▭ AF/ BH eben den Raum/ welchen das Quadrat AH hat/ einnehmen.

Dahero werden die zwey ▭ AF + BH ⊓ seyn/ dem □ auff AD (nemlich die Theile sammentlich seynd ⊓/ ihren Gantzen:)

Welches zu beweisen ware.



Die III. Vorgab. Betrachtung.

Wann man eine gerade Lini (AB) nach Gefallen (als wie in C) zertheilet: ſo wird das Parallelogram (AF)/ welches von einem Theil (AC)/ und der gantzen Lini (AB) iſt gemacht worden/ gleich ſeyn/ dem Quadrat (AE)/ ſo gemacht iſt auff einem Theil (AC)/ und dem Parallelogram (CF)/ welches von einem (AC)/ und dem andern Theil (CB) iſt beſchloſſen worden.

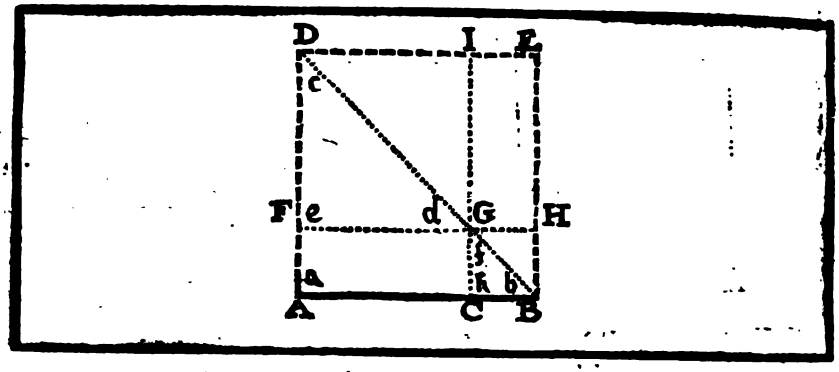
Das iſt/ das ▭ AF iſt ⊓/ dem □ AE → ▭ CF.

Zubereitung.

Mache auff dem Theil AC das □ AE.
Auß dem Ende B erhöhe die ⊥ BF. d. 46. 1.
Verlängere DE/ biß ſie BF in F berühre/ d. 11. 1.
So erwachſen hierauß/ das □ AE/ und das ▭ CF. d. 31. 1. uñ 1. def. 2.

Beweiß.

Es iſt klar/ daß das □ AE ihre Seiten ⊓ hat/ dem einen Theil AC.
So hat auch das ▭ CF wegen deß □ AE die eine Seiten CE ⊓/ dem einen Theil AC/ und zu der andern Seite/ den andern Theil CB. d. v. Zub.
Dieſes □ AE ſambt dem ▭ CF nehmen unterdeſſen denſelben Raum ein/ welchen das ▭ AF beſchlieſſet/ ſo zu einer Seiten die gantze AB/ und zu der andern den Theil AC/ oder AD hat.
Dahero iſt das ▭ AF ⊓/ dem □ AE → ▭ CF. d. 14. ax. 1.
(das gantze ſeinen Theilen ſamtmenlich.)
Welches zu beweiſen ware.



Die IV. Vorgab. Betrachtung.

Wann man eine gerade Lini (AB) nach Gefallen zertheilet (als wie in C)/ so wird das Quadrat (AE)/ welches auff der gantzen Lini (AB) ist beschrieben worden/ gleich seyn/ denen zwey Quadraten (BG/ und GD)/ so auff beyden Theile (AC/BC) gemacht/ und denen zwo Winckelrechten Figuren (AG/GE)/ welche von denen beyden Theilen (AC/CB) seynd beschlossen worden.

Das ist/ das □ AE ist ∏/ denen zweyen □ DG + GB + zweyen ▭ AG + GE.

Zubereitung.

Mache auff AB/ das □ AE. b. 46. I.
Ziehe den Diameter BD.
Auß C ziehe die Lini CI ═/ der Seiten BE/ oder AD. b. 31. I.
allwo sie der Diameter durchschneidet/ nemlich in Punct G.
Durch diesen Punct ziehe die Lini FH ═/ der Seiten AB/ oder DE.
Nunmehro stehet zu beweisen/ daß die ▭ DG/ und GB zwey □ seynd/ und zu ihren Seiten die Theile AC/ CB haben.
Hernach/ daß die ▭ AG/ und GE auch von denen zwey Seiten AC/ CB beschlossen seynd.

Beweiß.

Weilen AE ein □ ist/ b. d. Zub.
so werden die vier Seiten einander ∏ seyn.
Dahero in dem △ DAB/ wegen der gleichen Seiten AD/ AB
seynd die zwey ∠ c und b einander ∏. b. 5. I.
Unterdessen ist der ∠ a ein Rechter ∠. b. 9. I.
Folget/ daß also die ∠ c und b zwey halbrechte seynd. b. Cor. 2. 32. II.

Ferner iſt in dem △ DFG der ∠ e ein Rechter ∠ — d. 29. 1.
und der ∠ c ein halb Rechter. — d. 9. Von
Dahero wird auch der dritte ∠ d ein halb Rechter ſeyn. — d. Cor. 1. 32. 1.
und folgends der ∠ d ⊓ ſeyn/ dem ∠ e.
Deßwegen iſt auch die Seiten FD ⊓/ der Seiten FG. — d. 6. 1.
Auff ſolche Art wird bewieſen/ daß auch DI ⊓ ſeye/ der IG.
Unterdeſſen iſt DF = / der GI: und FG = / der DI. — d. d. Zub.
darumb iſt GD ein ▭. — d. 35. def. 1.
Und zwar wegen dergleichen Seiten FD/ FG/ und denen vier Rechten ∠/ ein □ — { d. 34. 1. und 29. def. 1.
Eben auff dieſe Weiſe wird BG ein □ ſeyn.
Weilen nun das □ BG auff den Theil CB ſtehet/ und das □ GD die Seite GF ⊓ hat/ der Lini AC. — d. 34. 1.
So folget letzlich/ daß dieſe zwey □ BG/ und GD zu ihren Seiten die Theile AC/ CB haben/ welches das erſte zu beweiſen ware.
Nunmehro/ indeme BG ein □ iſt/ ſo wird CG ⊓ ſeyn/ der GH. das iſt/ beyde Seiten CG/ und GH ſeynd ⊓/ dem Theil CB. — d. 34. 1.
Auch/ weilen GD ein □ iſt/ ſo wird FG ⊓ ſeyn/ der GI. das iſt/ beyde Seiten FG und GI ſeynd ⊓/ dem Theil AC. — d. 34. 1.
Dahero ſeynd beyde ▭ AG/ GE von gleichen Seiten FG/ GC/ und IG/ GE (welche ⊓ ſeynd/ denen Theilen AC/ CB) beſchloſſen.
Letzlich iſt augenſcheinlich/ daß dieſe zwey □/ ſambt denen zwey ▭/ das □ AE außfüllen.
Dahero iſt das □ AE ⊓/ denen zwey □ DG/ CB + zwey ▭ AG + GE.
Welches zu beweiſen ware.

Folge. I.

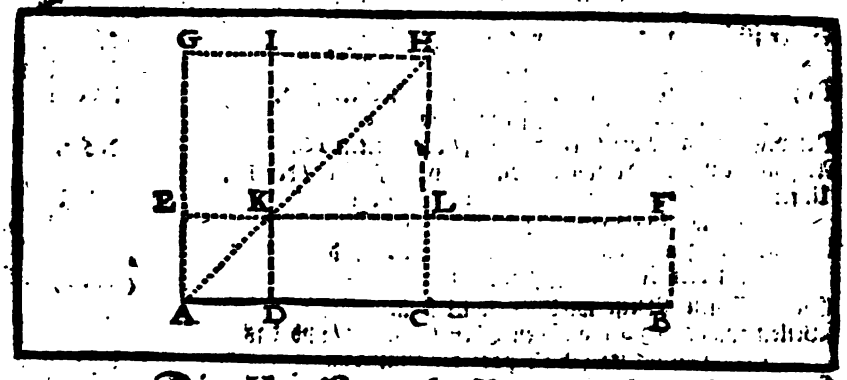
Die Parallelogrammen umb den Diameter eines Quadrats ſeynd □.

II.

Der Diameter ſchneidet die ∠ in denen □ gleich entzwey/ gleich wie es von denen ▭ in der 34. Vorg. deß 1. Buchs iſt bewieſen worden.

III.

Wann eine gerade Lini juſt entzwey getheilet wird/ ſo iſt das beſchriebene □ auff derſelben Lini ⊓/ 4 □/ welche ihre Seiten ⊓ haben/ der Helffte derſelben Lini: dann alle dieſe vier ⌴ können umb den Diameter geſetzt werden; ſo folget auß dieſen/ daß ein □ auff der Helffte derſelben Lini $\frac{1}{4}$ von dem □ auff der gantzen Lini ſeye.



Die V. Vorgab. Betrachtung.

Wann man eine gerade Lini (AB) in zwey gleiche Theile (in C)/ und in zwey ungleiche (als wie in D) zertheilt: so wird das Quadrat (AE) auff der halben Lini (AC)/ gleich seyn / der winckelrechten Figur (DF)/ welche von denen zwey ungleichen Theilen (AD/DB) ist beschrieben worden/ sambt dem Quadrat (KH)/ welches auff dem mittlern Theil (CD) ist gemacht worden.

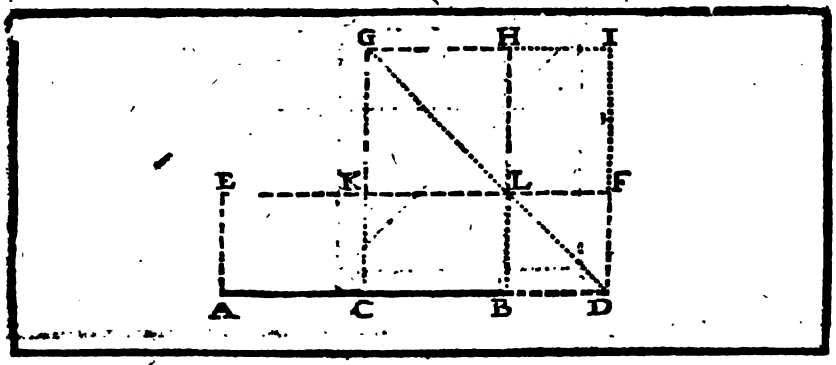
Das ist/ das □AH ist ⊓/ dem ▭DF + □KH.

Zubereitung.

Mache auff der halben AC das □AH/ und ziehe den Diameter AH.
Auß D ziehe die Lini DI ⎓/ der AG oder CH/ welche den gezogenen Diameter AH in Punct K durchschneidet. d. 31. 1.
Durch K ziehe die Lini EF ⎓/ und ⊓ lang/ der Lini AB. 2.
Hange letzlich B/ F zusammen.

Beweiß.

Es ist klar/ das AK/ KH □ seynd / und zu dero Seite die ungleiche Theile AD/ DC haben; daß auch DF ein ▭ von denen Theilen AD/ DB seye. d. 1. Cor. 4. 2. und 34. 1.
Nunmehro/ theilen das ▭ CK ⊓ ist/ dem ▭ KG, setze beyderseits hinzu das gemeine □ AK. d. 43. 1.
So wird das ▭ CE ⊓ seyn/ dem ▭ GD. d. 2. 1.
Das ▭ CE aber ist ⊓/ dem ▭ CF. d. 36. 1.
Darumb wird auch das ▭ GD ⊓ seyn/ dem ▭ CF.
Setze nun hinzu beyderseits das gemeine ▭ CK.
So wird der Winckelhacken GKG ⊓ seyn / dem ▭ DF.
Setze letzlich beyderseits hinzu das gemeine □ KH.
So wird das □ AH ⊓ seyn / dem ▭ DF + □ KH.
Welches zu beweisen ware.



Die VI. Vorgab. Betrachtung.

Wann man eine gerade Lini (AB) in zwey gleiche Theile (als wie in C) theilet / und eine andere gerade Lini (BD) daran ſtoſſet: ſo wird die winckelrechte Figur (AF)/ welche von der gantzen Lini (AB)/ und dem Zuſatz (BD) als einer einigen geraden Lini / und von dem Zuſatz (BD)/ als der andern Lini iſt gemacht worden/ ſambt dem Quadrat (KH) der halben Lini (CB) gleich ſeyn/ dem Quadrat (CI)/ welches auff der halben Lini (CB)/ und dem Zuſatz (BD)/ als einer einigen Lini iſt beſchrieben worden.

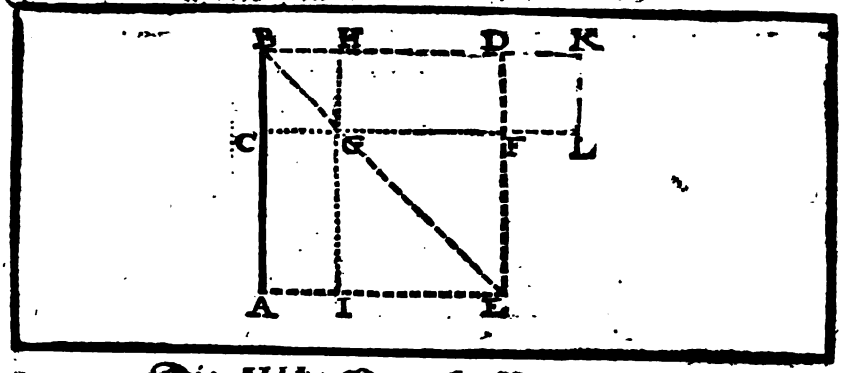
Das iſt/ das ▭ AF + □ KH iſt ⊓/ dem □ CI.

Zubereitung.

Auff der Lini CD mache das □ CI/ und ziehe den Diameter DG. d. 46 1.
Aus B ziehe die Lini BH ═/ der Seiten DI/ oder CG; alwo ſie den Diameter/ nemlich in dem Punct L durchſchneidet/ d. 31. 1.
Durch dieſen ziehe die Lini FE ═ / und ⊓ lang/ der AD. d. 31. 1.
Hange letzlich A/ E zuſammen.

Beweiß.

Erſtlich ſeynd DL/ LG □ / welche zu dero Seiten die Theile BD/ und CB haben. d. 1. Cor. 4. 2.
Hernach iſt klar/ daß AF ein ▭ von denen Seiten AD/ DF ſeye.
Alsdann/ weilen das ▭ EC ⊓ iſt/ dem ▭ CL. d. 36. 1.
das ▭ CL aber ⊓ iſt/ dem ▭ LI. d. 43. 1.
So wird auch das ▭ EC ⊓ ſeyn/ dem ▭ LI. d. 1. ax. 1.
Setze unterdeſſen beyderſeits hinzu das gemeine ▭ CF.
Folget/ daß auch das ▭ AF ⊓ ſeye/ dem Winckelhacken ILC.
Letzlich ſetze beyderſeits hinzu das gemeine □ KH.
So wird das ▭ AF + □ KH ⊓ ſeyn / dem □ CI.
Welches zu beweiſen ware.



Die VII. Vorgab. Betrachtung.

Wann man eine gerade Lini (AB) nach Gefallen/ (als wie in dem Punct C) zertheilet: so wird das Quadrat (AD) der gantzen Lini/ sambt dem Quadrat (FK) deß einen Stücks (CB)/ gleich seyn/ zweymahln der Winckelrechten Figur (AH/ oder HL)/ welche von der gantzen Lini (AB)/ und dem einen Stück (CB) beschlossen ist/ sambt dem Quadrat (EG) deß andern Stücks (AC).

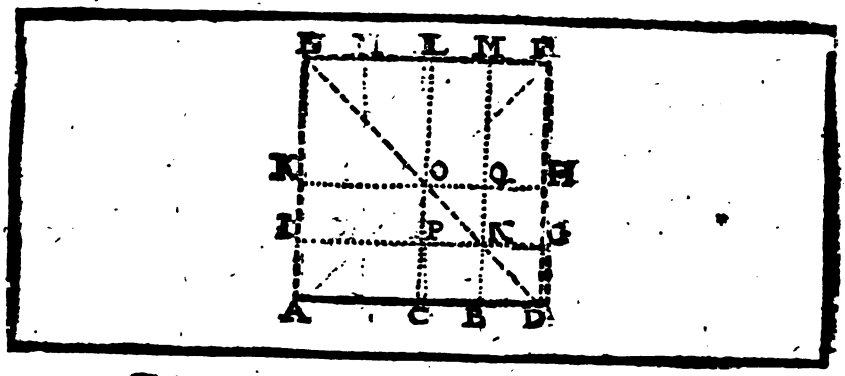
Das ist/ das □ AD + □ BG ist ⊓/ 2 ▭ AH + □ GE.

Zubereitung.

Schreibe auff der Lini AB das □ AD. d. 46. 1.
Ziehe den Diameter BE.
Hernach ziehe auß C die Lini CF ═/ der Lini BD/ oder AE. d. 31. 1.
allwo nun CF den Diameter durchschneidet/ nemlich in G/
Ziehe durch solchen Punct G die Lini HI ═/ der Seiten AB/ oder ED. d. 31. 1.
Letzlich auff DF (welche ⊓ ist/ der CB) mache das □ FK. d. 34. 1. und 46. 1.

Beweiß.

Nach der ersten Folge der vierdten Vorgab dieses Buchs seynd BG/ und EG □/ welche zu dero Seite die ungleichen Theile CB/ und AC haben. d. 34. 1.
Alsdann/ indeme CB/ und FD einander ⊓ seynd/ d. 34. 1.
so wird auch das □ BG ⊓ seyn/ dem □ FK. d. 3. Cor. 46. 1.
Und folgends die übrige drey Seiten deß einen □ ⊓ seyn/ denen übrigen drey Seiten deß andern □/ das ist/ eine jede Seiten darvon/ wird sonderlich ⊓ seyn/ dem Stück/ oder Theil CB.
Hergegen/ weilen das ▭ AG ⊓ ist/ dem ▭ GD. d. 43. 1.
und wann man entzwischen beyderseits die gleichen □ BG und FK hinzu setzet/
So wird auch das ▭ AH/ welches von der gantzen Lini AB/ und dem Stück CB (oder von dergleichen BH beschlossen ist) ⊓ seyn/ dem ▭ GK.
Unterdessen nehmen die zwey gleiche ▭ AH + GK/ (oder mit einem Wort/ das ▭ AH zweymahlen genommen/) sambt dem □ GE eben den Raum ein/ welchen das □ AD/ sambt dem □ FK (oder das gleiche □ BG begreiffet.
Dahero schlieffet man/ daß das □ AD + dem □ BG ⊓ seye/ d. 14. 2x. 1.
2 ▭ AH + □ GE. Welches zu beweisen ware.



Die VIII. Vorgab. Betrachtung.

Wañ man eine gerade Lini (AB) nach Gefallen in zwey Theile (als wie in C) zertheilet: so werden die vier winckel-rechte Figuren sammentlich/ welche von der gantzen Lini (AB)/ und dem einen Theil (CB) seynd beschlossen worden/ und mit dem Quadrat (EO) von dem andern Theil (AC) / gleich seyn/ dem Quadrat (AF)/ welches auff der gantzen Lini (AB)/ und dem einen Theil (BD/ welcher gleich ist der CB)/ als einer einigen geraden Lini (AD) ist beschrieben worden.

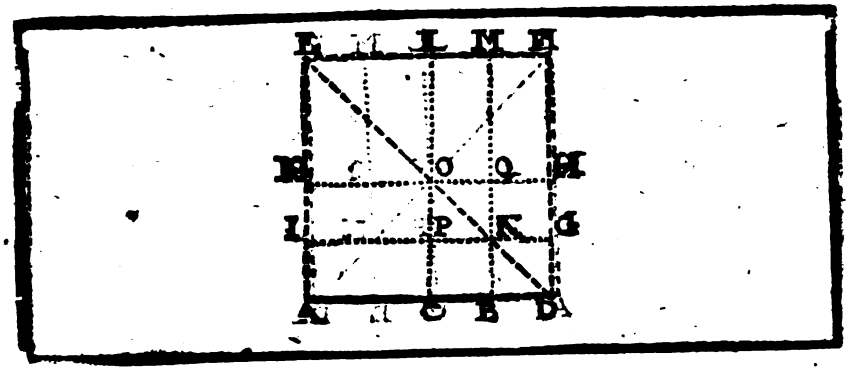
Das ist / 4 ▭ AN + □ EO seynd ⊓/ dem □ AF.

Zubereitung.

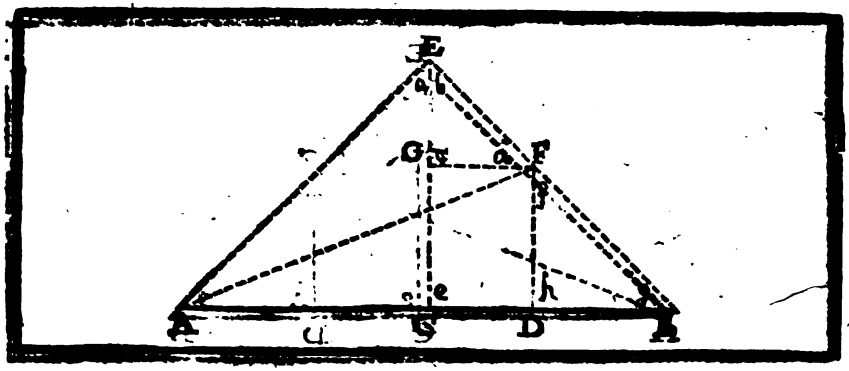
Verlängere AB/ und mache BD ⊓/ CB.
Schreibe auff der gantzen AD/ das □ AF. d. 46. 1.
Auß C/ und B ziehe die Linien CL/ BM =/ der DF/ oder AE/ d. 31. 1.
Ziehe den Diameter ED/ welcher CL in O/ und BM in N durchschneidet.
Durch O/ und N ziehe die Linien HK/ GI =/ der AD/ oder EF.

Beweiß.

Indeme DN/ NO/ OE/ auch NE umb den Diameter ED stehen/ so seynd sie □. d. 1. Cor. 4. 2.
Und zwar OE wird das □ deß andern Theils AC seyn. (dann die Lini KO ⊓ ist/ der AC.) d. 34. 1.
Ferner/ weilen die Lini PN ⊓ ist/ dem einen Theil CB/ d. 34. 1.
und CB ⊓ ist/ der Lini BD. d. d. Zub. 1.
So wird das □ PQ ⊓ seyn/ dem □ BG/ d. 3. Cor. 46.
und deßwegen werden auch die Linien BN/ NQ/ und GN/ PN/ erstlich unter sich/ alsdann auch ⊓ seyn/ dem Theil CB. d. 1. ax. 1.



Dahero seynd die zwey ▭ AN/ IQ von dem einen Theil CB/
und der gantzen AB beſchloſſen.
(dann IN ⊓ iſt/ der AB)
Unterdeſſen wegen deß □ NE iſt die Linî NM ⊓/ der Linî IN/ d. 34. 1.
(oder der gleichen AB)
Darumb iſt auch das dritte ▭ NF von der gantzen AB/ und
dem einen Theil GB (dann GN ⊓ iſt/ CB) beſchloſſen. d. d Vor.
Letzlich/ wann man an ſtatt deß □ PQ das gleiche □ BG
zu dem ▭ OM hinzu ſetzet/ ſo hat man das vierdte ▭
PM/ welches von der gantzen AB dann PL ⊓ iſt/ der NM)/ d. 34. 1.
und dem einen Theil CB ſo ⊓ iſt/ der PN beſchloſſen worden iſt.
Nunmehro begreiffen obgemeldte 4 ▭/ welche von der gantzen AB/
und dem einen Theil CB beſchloſſen ſeynd/ ſambt dem □ OE/
deß andern Theils KO/ eben den Raum/ welchen das □ AF
begreiffet/ ſo auff der zuſammen geſetzten AD von der gantzen
Linî/ und dem einen Theil iſt gemacht worden.
Dahero iſt das ▭ AN viermahlen + □ EO ⊓/ dem □ AF.
Welches zu beweiſen ware.



Die IX. Vorgab. Betrachtung.

Wann man eine gerade Lini (AB) in zwey gleiche Theile (als wie in C)/ und noch darzu in zwey ungleiche Theile (als wie in dem Punct D) zertheilet: so werden die Quadraten/ welche auff denen zween ungleichen Theilen (AD/ DB) gemacht worden seynd / beyde zusammen/ zweymahlen so groß seyn/ als die zwey Quadraten/ welche auff der halben Lini (AC)/ und der mittlern (CD) seynd beschrieben worden.

Das ist/ das □AD + □DB ist ⊓/ 2 □AC + 2 □CD.

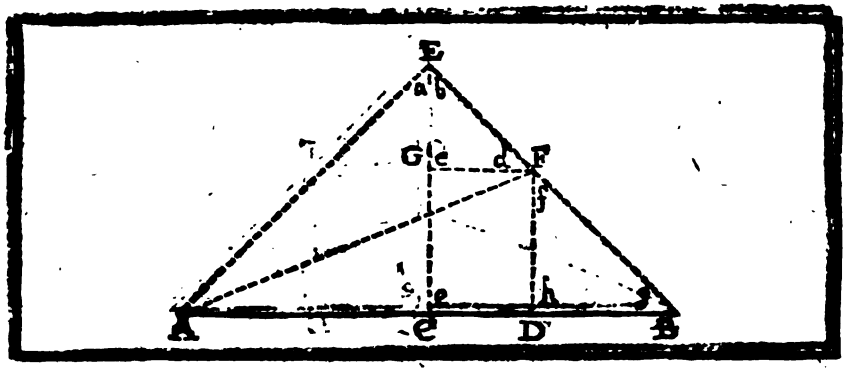
Zubereitung.

Erhöhe auß C die ⊥CE/ so ⊓ ist/ der Heiffte CB/ oder AC. d. 11. 1.
Ziehe A/ E und B/ E zusammen.
Auß D erhöhe die ⊥DF/ welche die EB im Punct F durchschneidet/ d. 11. 1.
Durch den Punct F ziehe GF ⊥/ der AB. d. 31. 1.
Hange letzlich A/ F zusammen.

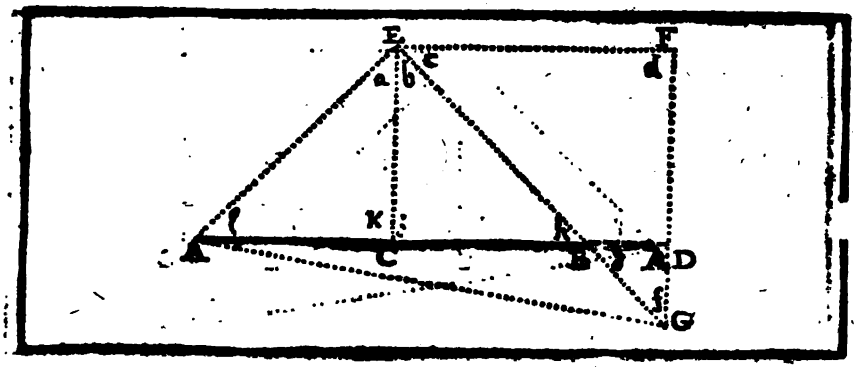
Beweiß.

In dem △ECB ist wegen deren gleichen Seiten EC/ CB der ∠b ⊓/ dem ∠g. d. d. Zub.
Dahero / weilen der ∠c ein rechter ∠ ist gemacht worden/ wird so wohl der ∠b/ als der ∠g ein halb rechter ∠ seyn. d. 2. Cor. 32. 1.
Auff solche Weise wird auch der ∠a in dem △ECA ein halbrechter ∠ seyn.
Und dahero der ∠a + b ein gantz Rechter.
Unterdessen / weilen GF = gemacht ist/ der AB/ so wird der ∠C auch ein rechter ∠ seyn. d. 29. 1.

Es



Es ist auch bewiesen worden / daß der ∠ b ein halb-rechter seye.
Darumb wird auch der ∠ d ein halb-rechter seyn. d. 32. 1.
Und deßwegen die Seiten GE ⊓ seyn / der Seiten GF. d. 6. 1.
(das ist / dem Theil CD) d. 34. 1.
Auff diese Art / weilen in dem △ FDB der ∠ h auch ein
Rechter ∠ ist. d. d. Zub.
Und der ∠ g ein halb-rechter bewiesen worden ist /
so wird auch der dritte ∠ f ein halb-rechter seyn. d. 32. 1.
Dahero ist die Seiten DF ⊓ / der Seiten DB. d. 6. 1.
Diesem nach ist das □ auff AE ⊓ / denen zwey □ auff AC / und CE / d. 47. 1.
oder (welches ein Ding ist) das □ auff AE ist ⊓ / 2 □ AC.
(dann AC ⊓ ist der CE.) d. d. Zub.
Auff solche Weise ist auch das □ auff EF ⊓ / denen zwey □ auff EG / d. 47. 1.
und GF; oder (so eines ist).
Das □ auff EF ist ⊓ / 2 □ auff GF / (oder dergleichen / CD).
Denen beyden □ aber auff AE / und EF ist ⊓ / das □ auff AF. d. 47. 1.
Dahero ist das □ auff AF ⊓ / 2 □ AC / und 2 □ CD.
Unterdessen seynd wegen der ⊥ DF dem □ auff AF ⊓ / die zwey □ d. 42. 1.
auff AD / und DF / (oder dergleichen DB.)
Dahero schliesset man / daß die zwey □ auff AD und DB
⊓ seynd / 2 □ AC → 2 □ CD / (oder / so eine Sach ist) / die zwey □
auff denen ungleichen Theilen AD / und DB zusammen / seynd zwey-
mahln grösser / als die zwey □ auff der halben Lini AC / und
der mitlern Lini CD zusammen.
Welches zu beweisen ware.



Die X. Vorgab. Betrachtung.

Wann ein gerade Lini (AB) in zwey gleiche Theile (als wie in C) zertheilet iſt/ und man derſelben eine andere (BD) gerädt nach der Länge daran ſetzet/ ſo wird das Quadrat auff der gantzen Lini/ ſambt dem Zuſatz/ als einer einigen Lini (AD)/ ſambt dem Quadrat deß Zuſatz (BD) zweymahln ſo groß ſeyn/ als die andere zwey Quadraten von der halben Lini (AC)/ und dem Quadrat/ welches auff der halben Lini/ und dem Zuſatz/ als einer einigen Lini (CD) beſchrieben wird.

Das iſt/ das □ AD → □ BD □/ 2 □ AC → 2 □ CD.

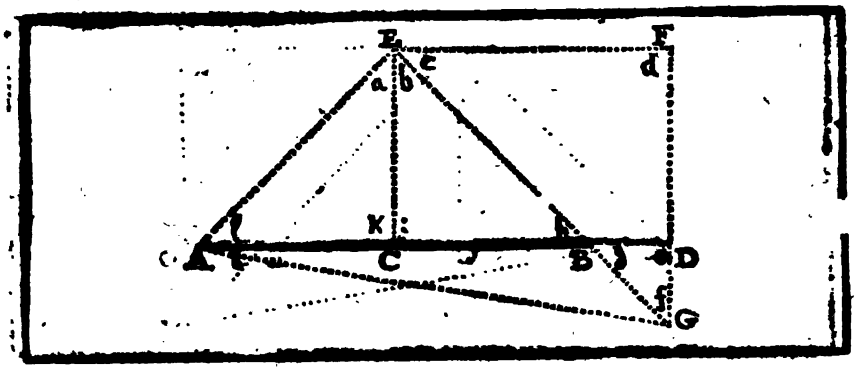
Zubereitung.

Auß C erhöhe die ⊥ CE/ welche □ ſeye/ der Helffte AC/ oder CB. 3. II. I.
Hange A/E/ und B/E zuſammen.
Durch D ziehe GDF —/ der Lini CE. 3. 31. I.
Abermahlen durch E ziehe EF —/ der CD/ biß ſie GDF durchſchneide in dem Punct F.
Alsdann verlängere EB/ biß ſie GDE im Punct G durchſchneide.
Hange letzlich G/A zuſammen.

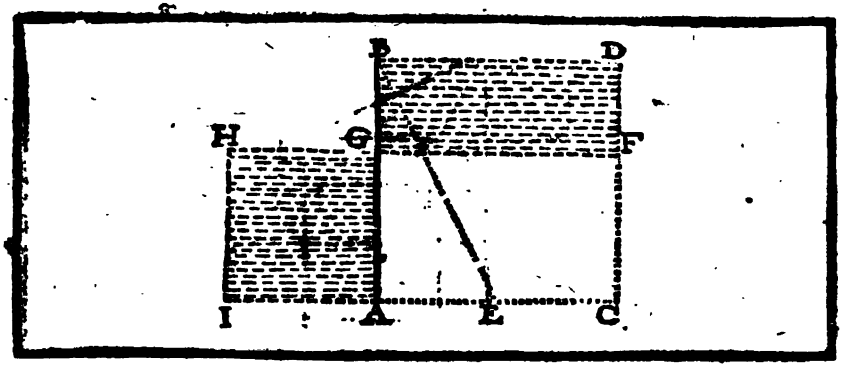
Beweiß.

In dem △ ECA iſt die Seiten EC □/ der Seiten AC. 3. 3. Zuſ.
Dahero wird auch der ∠ a □ ſeyn/ dem ∠ l. 3. 5. I.
Und wegen deß rechten ∠ k werden dann beyde ∠ a und l zween halb rechte ∠ ſeyn. 3. 2. Cor. 32. I.
Auff ſolche Weiſe ſeynd in dem △ BCE beyneben ∠ b und b auch zwey halb rechte ∠.
Dahero iſt auch der ∠ a → b ein gantz rechter ∠.

Ferner



Ferner/ indeme GF — iſt/ der CE/ — d. d. Zuh.
so wird der ∠ f ∏ ſeyn/ dem ∠ b. das iſt — d. 29. I.
der ∠ f wird auch ein halbrechter ∠ ſeyn.
So iſt auch in dem △ BDG der ∠ g ein halbrechter ∠/
(dann der ∠ g ∏ iſt/ dem halbrechten ∠ h) — d. 15. I.
Dahero muß der dritte ∠ e nothwendig ein rechter ∠ ſeyn. — d. 32. I.
Und entzwiſchen wegen der gleichen ∠ iſt GD ∏/ BD. — d. 6. I.
Nunmehro iſt auch der ∠ d ein rechter — Winckel.
(dann wegen daß EF = iſt CD/ ſo iſt der ∠ d ∏/ dem ∠ e). — d. 29. I.
Deßwegen in dem △ EFG/ weilen der ∠ f ein halbrechter/
und der ∠ d ein rechter ſchon bewieſen worden iſt.
Auch der dritte ∠ c ein halbrechter ∠ ſeyn werde. — d. 32. I.
und darumb iſt GF ∏/ dem EF/ — d. 6. I.
welche auch ∏ iſt/ der Lini CD. — d. 34. I.
Hernach/ weilen das □ auff AE ∏/ 2 □ auff AC. — d. 47. I.
(dann AC ∏ iſt/ CE/ und das □ AE beyden □ ∏ iſt) — d. d. Zuh.
Setze hinzu beyderſeits das gemeine □ auff EG/
ſo wird das □ auff AE → □ auff EG ∏ ſeyn/ 2 □ auff AC
→ □ auff EG.
Unterdeſſen iſt beyden □ auff AE → □ auff EG ∏/ das □ auff AG. — d. 47. I.
Und denen 2 □ auff AC → □ auff EG ſeynd ∏/ dieſelbe
2 □ auff AC/ und die zwey □ auff EF → FG (das iſt) — d. 47. I.
2 □ auff CD (dann ſchon bewieſen worden iſt/ daß EF/ und
GF ∏ ſeynd/ der Lini CD) — d. d. Vor.
Dahero wird das □ auff AG ∏ ſeyn/ denen 2 □ auff AC →
2 □ auff CD.
Letztlich ſeynd dem □ auff AG ∏/ die zwey □ auff AD/ und DG. — d. 47. II.
(oder auff der gleichen BD).
Darumb wird auch das □ AE → □ BD ∏ ſeyn/ 2 □ AC → 2 □ CD.
Welches zu beweiſen ware.



Die XI. Vorgab. Handgriff.

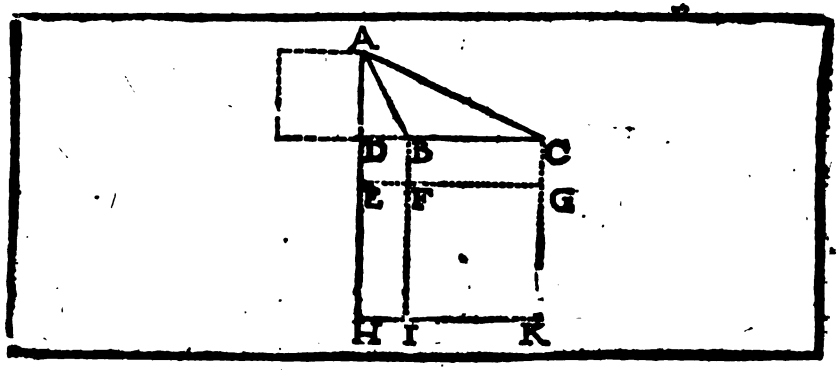
Eine vorgegebene gerade Lini (AB) ſolcher geſtalt entzwey zu theilen / (nemlich in G) / daß die winckelrechte Figur (GD) / welche von der gantzen Lini (AB) / und dem andern Theil (GB) beſchloſſen wird / gleich ſeye / dem Quadrat (AH) welches auff dem einen Theil (AG) beſchrieben wird.

Handgriff.

Schreibe auff AB das □ AD. d. 46. I.
Zertheile eine Seiten / als wir AC in mitten in E. d. 10. I.
Ziehe E / B zuſammen.
Verlängere unterdeſſen die Seiten AC alſo / biß daß EI ⊓ ſeye der Lini EB.
Auff AI mache das □ AH.
Verlängere die Seiten HG / biß ſie die Seiten CD im Punct F. berühre.
Nun ſagt man / daß das gemachte □ auff AG ⊓ ſeye / dem ▭ GD / welches von der gantzen AB / und dem andern Theil GB iſt beſchloſſen worden.

Beweiß.

Dieweilen die Lini CA geradt entzwey iſt zertheilet / d. d. Hand.
und derſelben das Stück AI in der Länge nach daran geſetzet worden.
So wird das ▭ CH (welches von der zuſammengeſetzten CI und dem Zuſatz AI / oder IH iſt beſchloſſen worden) ſambt dem □ auff AE ⊓ ſeyn / dem □ auff EI / (oder dergleichen BE). { d. 6. 2. und d. Hand.
Unterdeſſen iſt das □ auff EB ⊓ / denen zwey □ auff AB / und auff AE. d. 47. I.
Dahero folget / daß das ▭ CH + □ auff AE ⊓ ſeye / denen zwey □ auff AB / und AE.
Wann man nun beyderſeits das gemeine □ auff AE abziehet / ſo wird das ▭ CH ⊓ ſeyn / dem □ auff AB.
(das iſt / dem □ AD).
Wann man abermahlen beyderſeits das gemeine ▭ CG darvon ziehet /
So wird dann letzlich überbleiben das □ AH ⊓ / dem ▭ GD.
Welches zu machen ware.



Die XII. Vorgab. Betrachtung.

In denen ſtumpffwincklichten Triangeln (ABC) iſt das Quadrat der einen Seiten (AC)/ ſo den ſtumpffen Winckel (B) unterſpannet/ gröſſer/ als die zwey Quadraten auff deren zwo Seiten (AB/BC)/ welche den ſtumpffen Winckel (B) begreiffen; umb die Winckelrechte Figur/ ſo zweymahlen gemacht wird/ von dieſen beyden Seiten einer (als wie hier von BC)/ und von dem Zuſatz (BD)/ in welchen die Bleyrechte (AD) auff dem Spitze (A) fället.

Das iſt/ das □ auff AC iſt Γ/ als die □ auff AB/ und BC umb das ▭ CBD zweymahlen genommen/ (oder ſo ein Ding iſt)

Das □ auff AC iſt ⊓/ denen □ auff AB + □ auff BC + 2 ▭ CBD.

Zubereitung.

Verlängere CB/ und laſſe darauff aus dem Spitz A die ⊥ AD herunter fallen. d. 12. 1.

Alsdann zu leichterm Verſtand mache auff die Lini CD die Figur/ welche in der 4. Vorgab dieſes Buchs iſt gemacht worden.

Letztlich auff DA beſchreibe ein □. d. 46. 1.

Beweiß.

Dieweilen die Lini CD zertheilet iſt in B.

So wird das □ auff DC ⊓ ſeyn denen zwey □ auff BC/ und BD/ und der winckelrechten Figur/ welche mit BC/ und BD beſchloſſen iſt/ zweymahlen genommen. d. 4. 2.

Das iſt/ das □ auff CD iſt ⊓/ denen 2 □ auff DB + □ auff BC = + 2 ▭ CBD.

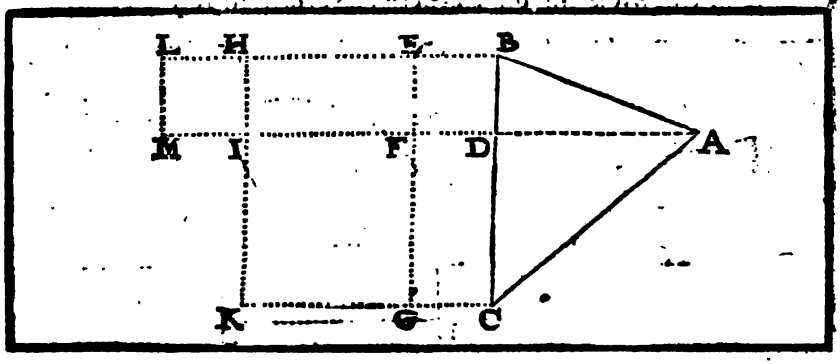
Setze nun beyderſeits hinzu das gemeine □ auff DA.

ſo wird das □ auff CD + □ auff DA ⊓ ſeyn denen 2 □ auff DB + □ auff BC + 2 ▭ CBD/ + □ auff DA.

Weilen aber das □ auff AB ⊓ iſt/ denen □ auff DB + □ auff DA/ und denen zwey □ auff CD + □ auff DA ⊓ iſt/ das □ auff AC. d. 47. 1. d. d. ſel.

So wird auch das □ auff AC ⊓ ſeyn/ dem □ auff AB + auff BC + 2 ▭ CBD.

Welches zu beweiſen ware.



Die XIII. Vorgab. Betrachtung.

Jn denen ſcharffwincklichten Triangeln (ABC)/iſt das Quadrat der Seiten (AC)/ welches den ſcharffen Winckel unterſpannet/ kleiner/ als die zwey Quadraten auff denen andern zwo Seiten (CB/BA)/ welche den ſcharffen Winckel (B) machen/ zweymahln umb die winckelrechte Figur/ ſo zu einer Seiten deß Triangels ſolche Seiten/ in welche die auß dem Spitz (A) heruntergelaſſene Bleyrechte Lini (AD) fehlet/ und zu der andern/ das Stück (DB)/ ſo zwiſchen der Bleyrechten Lini/ und dem ſcharffen Winckel lieget/ hat.

Das iſt/ das □ auff AC iſt ⌝/ als die zwey □ auff AB/ und BC umb das ▭ zwey mahlen/ ſo von BC/ und BD beſchloſſen iſt; oder

Das □ auff AC + 2 ▭ von BC/ und BD iſt ⊓/ denen zwey □ auff AB/ und BC.

Zubereitung.

Auß dem Spitz A laſſe auff BC herunter fallen die ⊥ AD. ℔. 12. 1.

Hernach (damit es klärer verſtanden werde) mache auff die Seiten BC eine dergleichen Figur/ wie in der ſiebenden Vorgab dieſes Buchs iſt angewieſen worden.

Beweiß.

Die Lini BC iſt ungefähr im Punct D zertheilt worden.

Dahero iſt das □ auff BC ſambt dem □ auff BD ⊓/ dem □ auff CD ſambt dem ▭ von CB/ und DB zweymahln genommen. ℔. 7. 2.

Das iſt/ das □ auff BC + □ auff BD iſt ⊓√ dem □ auff DC + 2 ▭ von CB/ und DB.

Wann man nun beyderſeits das gemeine □ auff DA hinzu ſetzet; ſo werden die drey □ auff BC + auff BD + auff DA ⊓ ſeyn/ denen zwey □ auff DC + DA + 2 ▭ von CB/ und DB.

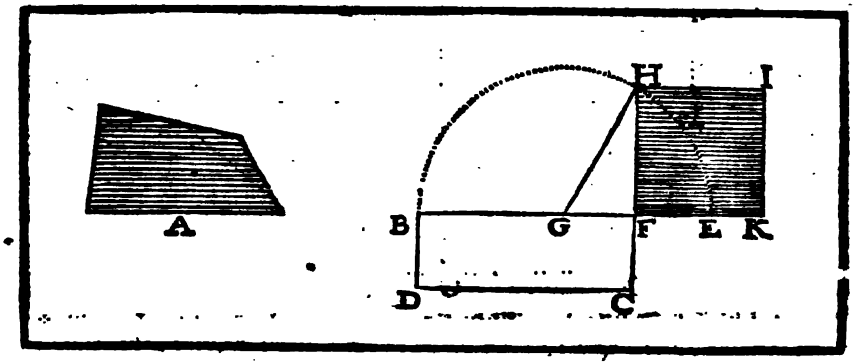
Unterdeſſen iſt denen zwey □ BD/ und DA ⊓/ das □ auff AB. ℔. 47. 1.

und denen zwey □ auff DC/ und DA iſt ⊓/ das □ auff AC. ℔. 47. 1.

Folget dahero/ daß auch die □ auff BC + AB ⊓ ſeyen/ dem □ auff AC + 2 ▭ von BC/ und BD. (oder ſo ein Ding)

Das □ auff der Seiten AC iſt ⌝/ als die zwey □ auff AB und BC/ umb das ▭ zweymahlen/ ſo von BC/ und BD beſchloſſen iſt.

Welches zu beweiſen ware.



Die XIV. Vorgab. Handgriff.

Einer vorgegebenen geradlinischen Figur (A) ein gleich grosses Quadrat (FI) zumachen.

Handgriff.

Mache das ▭ DF ⊓/ der geradlinischen Figur A. d. 45. 1.
Verlängere die Seiten BF/ und mache FE ⊓/ der Seiten FC.
Zertheile die Lini BE mitten im Punct G. d. 10 1.
Aus dem Punct G schreibe mit der Weite GB/ oder GE einen halben Zirckel BHE.
Verlängere die Seiten CF biß an den umbkreiß in H.
Auff FH mache das □ FI. d. 46. 1.
Nun sage ich/ daß das □ FI ⊓ seye/ dem ▭ DF/ und folgends der Figur A.
Ziehe vorhero G/ H zusammen.

Beweiß.

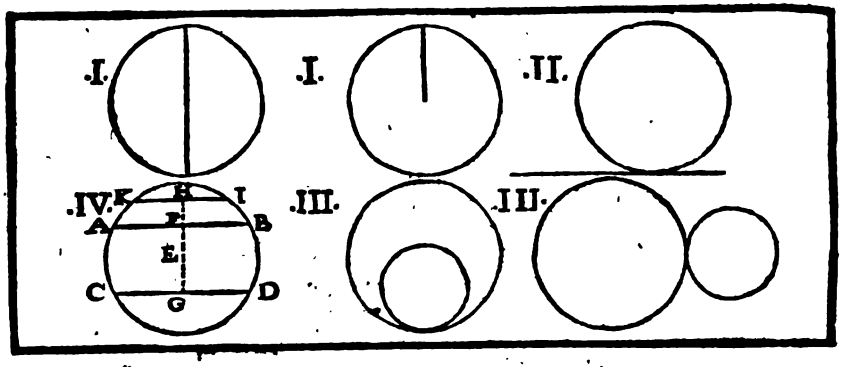
Die Lini BE ist gleich in G/ und ungleich in F zertheilet. d d. Hand.
Dahero ist das ▭ DF → □ auff GF ⊓/ dem □ auff GE/ oder d 5. 2.
auff dergleichen GH. d. 15. def. 1.
Urterdessen ist das □ auff GH ⊓ denen beyden □ auff FH → auff GF. d. 47. 1.
Wann nun beyderseits das gemeine □ auff GF darvon gezogen wird/
So ist klar/ daß das ▭ DF ⊓ verbleiben werde/ dem □ auff FH.
Weilen aber das ▭ DF ⊓ ist gemacht worden/ der Figur A. d. d. Hand.
Folget dahero/ daß auch die Figur A ⊓ seye / dem □ FI.
Welches zu machen ware.

Das

Dritte Buch

Deß Teutschredenden

Euclides.



Wort-Erklärungen.

I.

Man ſaget / daß die Zirckeln einander gleich ſeynd / wenn ſie gleiche halbe / oder gleiche gantze Diametern haben. Fig. I.

II.

Eine gerade Lini berühret einen Zirckel / welche / wenn ſie verlängert wird / den Zirckel nicht durchſchneidet. Fig. II.

III.

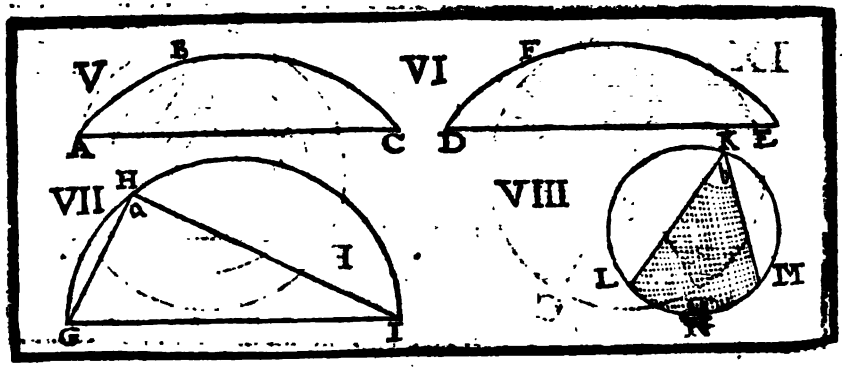
Die Zirckel rühren ſich einander an / wenn ſie ſich einander anrühren / aber nicht durchſchneiden. Fig. III.

IV.

Man ſaget / daß in einem Zirckel die gerade Linien in gleicher Weite von dem Mittel-Punct abſtehen / wenn die Bleyrechte Linien / ſo auß dem Mittel-Punct auff ſolche gezogen werden / einander gleich lang ſeynd: auff welche aber eine längere Bleyrechte Lini fället / dieſelbe werde weiter von dem Mittel-Punct abſtehen.

Die gerade Linien AB / CD ſtehen in gleicher Weite ab von dem Mittel-Punct E; dann die Bleyrechte EF ⊓ / EG iſt.

Herentgegen ſtehet die Lini IK weiter von dem Mittel-Punct E ab / dann die Bleyrechte EH ⊓ / als EF / oder EG iſt.



V.

Ein Schnitz eines Zirckels (Segmentum Circuli) iſt/ welches von einem Theil deß Umbkreiß/ und einer geraden Lini beſchloſſen wird. Gleich wie in der Figur ABC/ oder V.

VI.

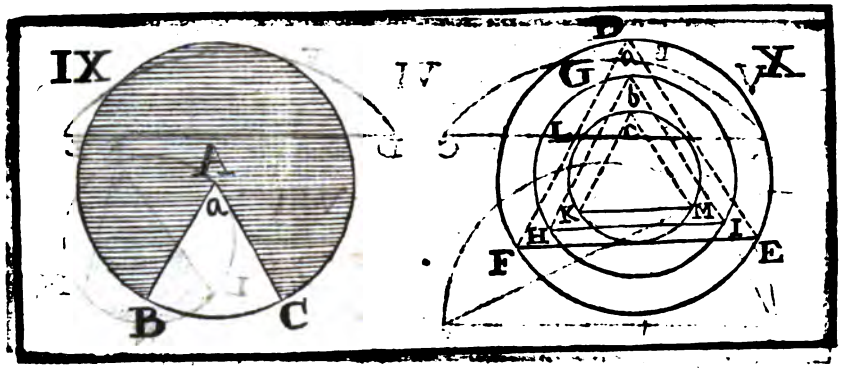
Der Winckel eines Schnitzes (Segmenti Angulus) iſt/ welcher von einer geraden Lini (DE) und dem Stück deß Umbkreiß (EDF)/ oder (FED) beſchloſſen wird. Fig. VI.

VII.

In einem Schnitz iſt ein Winckel (In ſegmento Angulus)/ wenn man in dem Umbkreiß deß Schnitz einen gewiſſen Punct (als wie allhier H) erwählet/ und von demſelben in die beyde Ende einer geraden Lini (GI)/ welche ſothanes Schnitz Baſis iſt/ zwey gerade Linien ziehet/ (als wie HG/ HI); ſo wird der Winckel im Schnitz/ oder Winckel (GHI/ oder a) ſeyn/ welcher beſchloſſen iſt von denen zwey geraden (GH/ und HI). Fig. VII.

VIII.

Wenn aber zwey gerade Linien (KL/ KM)/ welche den Winckel (b) in einem Schnitz machen/ nicht eine gerade Lini zur Baſis/ ſondern ein Stück von dem Umbkreiß begriffen (als wie hier das Stück LNM)/ ſo ſaget man hernach/ daß ſolcher Winckel auff bemeldten Umbkreiß-Stück ſtehe (Angulus inſiſtens Peripheriæ). Fig. VIII.

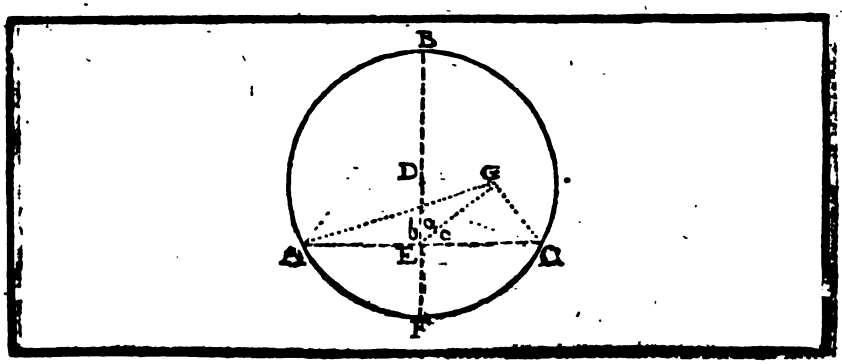


IX.

Außschnitz eines Zirckels (Sector Circuli) ist eine Figur / welche von einem Theil deß Umbkreiß (BC) / und zweyen halben Diametern (AB/ AC) beschrieben wird; sothane zwey Diametern hernach / begreiffen den Außschnitz-Winckel (a) Fig. IX.

X.

Gleichformige Schnitze seynd (FDE / HGI / KLM) / welche gleiche Winckeln (a/ b/ c) begreiffen; oder in welchen die Winckeln (a/ b/ und c) einander gleich seynd.



Die I. Vorgab. Handgriff.

Eines gegebenen Zirckels (ABC) Mittel-Punct (D) zu finden.

Handgriff.

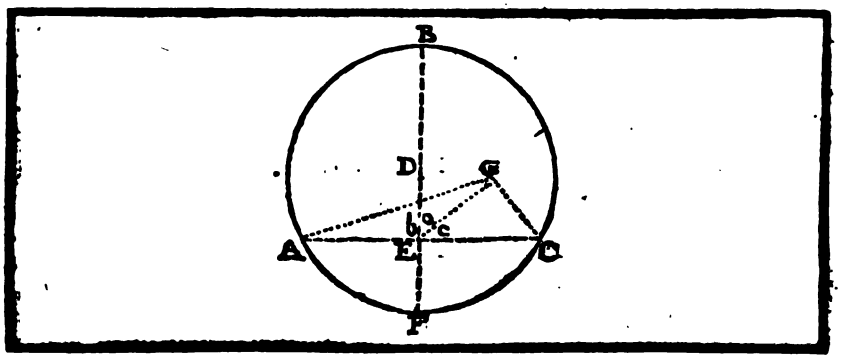
Ziehe nach Gefallen die gerade Linì AC.
Zertheile AC entzwey im Mitten E. d. 10. I.
Auß dem Punct E erhöhe die ⊥ FEB. d. 11. I.
Welche den Zirckel in denen Puncten B/ und F. berühre.
Die ⊥ FB zertheile auch entzwey im Mitten D. d. 10. I.
So wird der Punct D der geſuchte Mittel-Punct ſeyn.

Beweiß.

Erlaubet man es/ daß der Mittel-Punct in der Linì FB lige/ ſo iſt es gewiß/ daß derſelbe der Punct D. ſeye; ſonſten ſolten die gerade Linien DB / DF/ und alle andere/ ſo auß dieſen Puncten herauß an dem Umbkreiß gezogen werden/ nicht einander ⊓ ſeyn/ ſo ungereimt iſt.

Solte man aber ſagen/ daß der Mittel-Punct ſich nicht in der Linì FB befinde/ ſondern auſſer derſelben/ gleich wie hier in dem Punct G/ ſeye.

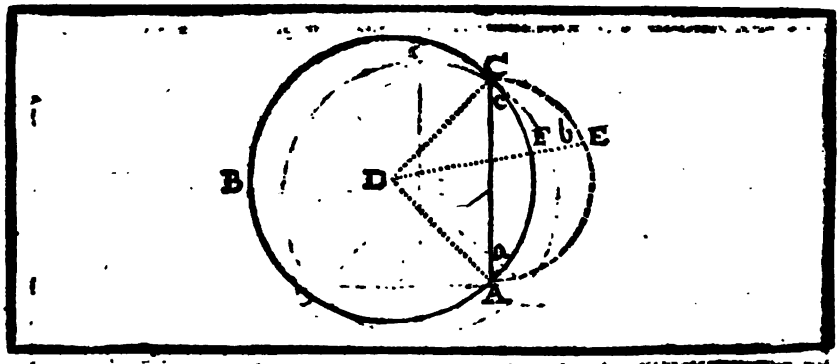
Ziehe alsdann GA/ GE/ GC zuſammen/ und ſage/ } d. 15. def. 1. und den Hand.
Weilen nun in dem △ AEG die zwey Seiten AE/ und AG ⊓ ſeyn müſſen denen zwey Seiten EC/ und CG im △ CEG.
Und die Seiten EG beyden △ gemein iſt.



So folget / daß der △ ABG ∏ seye / dem △ CBG. d. 8. 1.
Darumb wird auch der ∠ b + a ∏ seyn / dem ∠ c.
und folgends beyde / rechte Winckeln seyn: d. 10. def. 1.
Der ∠ b aber / ware allein wegen der L. FB ein Rechter / d. d. Hand.
also folgete / daß der ∠ b ∏ wäre / dem gantzen ∠ b + a /
Nemlich ein Theil seinem gantzen / so nicht möglich ist.
Deßwegen ist nicht der Punct G der Mittel-Punct /
auch kein anderer nicht / ausserhalb dem Punct D.
(dann sonsten eben dieselbe Unmöglichkeit bewiesen würde)
Dahero nothwendig der Punct D in der Lini FB der Mittel-Punct
deß Zirckels ABC seyn muß.
Welches zu machen ware.

Folge.

Wenn in einem Zirckel eine gerade Lini eine andere gerade Lini
just entzwey theilet / und mit derselben zween Rechte ∠
machet / so wird in der ersten Lini der Mittel-Punct
seyn.



Die II. Vorgab. Betrachtung.

Wenn in dem Umbkreiß eines Zirckels (AGCB) zween Puncten (gleich wie AC) nach Gefallen genommen/ und mit einer geraden Lini (AC) zuſammen gehangen werden/ ſo wird ſolche Lini (AC) gantz und gar innerhalb deß Zirckels (AECB) fallen.

Beweiß.

Es iſt klar/ daß/ wenn die gerade Lini die zwey Puncten A/ C bis dem Umbkreiß zu ihrem Ende behalten will/ ſie nothwendig innerhalb/ und nicht auſſerhalb deß Zirckels fallen werde.

Solte ſie aber nach Einwendung deß Widerſagers auſſerhalb deß Zirckels fallen/ ſo wirdet ſie nothwendig eine Krümme/ geſetzt als wie AEC/ machen müſſen.

Seye dahero/ nach deß Widerſagers Willen/ CEA eine gerade Lini (ſo aber in der Warheit nicht ſeyn kan).

Ziehe alsdann auß dem gefundenen Mittel-Punct D. d. 1. 3.
die gerade Linien DC/ DA/ und nach Gefallen die gerade Lini DFE/ welche den Zirckel durchſchneidet in F. d. 15. def. 1. und 5. 1.

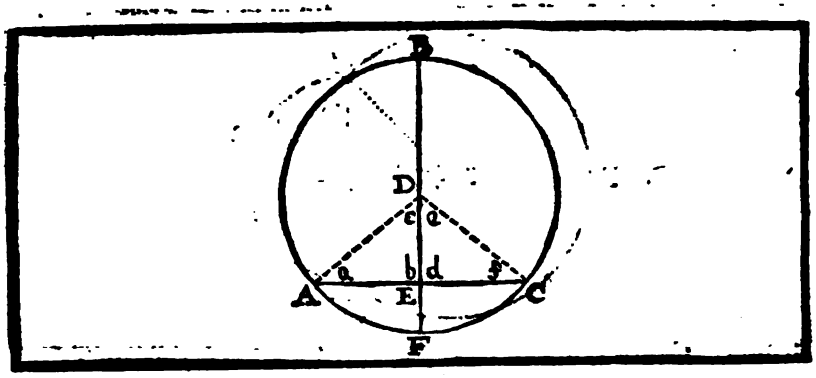
Nun wird in dem △ ADC der ∠ c ⊓ ſeyn/ dem ∠ a
der ∠ b unterdeſſen iſt ⌐/ als der ∠ a d. 16. 1.

Dahero wird auch der ∠ b ⌐ ſeyn/ als der ∠ c.
Und deßwegen muß die Seiten DC ⌐ ſeyn/ als die Seiten DE. d. 19. 1.
DC aber iſt nur ⊓ dem Theil DE von der gantzen DE. d. 15. def. 1.

Dahero wäre der Theil DF ⌐/ als die gantze Lini DE/ welches nicht ſeyn kan.

Alſo iſt klar/ daß die Lini AC/ gantz innerhalb des Zirckels/ und nicht auſſerhalb deſſen fallen kan.

Welches zu beweiſen ware.



Die III. Vorgab. Betrachtung.

Wenn in einem Zirckel (ABCF) eine gerade Lini (BF)/ so durch den Mittel-Punct (D) gehet/ eine andere (AC)/ welche nicht durch den Mittel-Punct gehet/ in zwey gleiche Theil zertheilet (als wie in E): so werdet sie mit derselben zween rechte Winckeln (bd) machen; und hinwiederumb/ wenn sie mit derselben zween rechte Winckeln machet/ so wird sie auch dieselbe in zween gleiche Theile zertheilen.

Zubereitung.

Auß dem Mittel-Punct D hange zusammen AD/ CD.

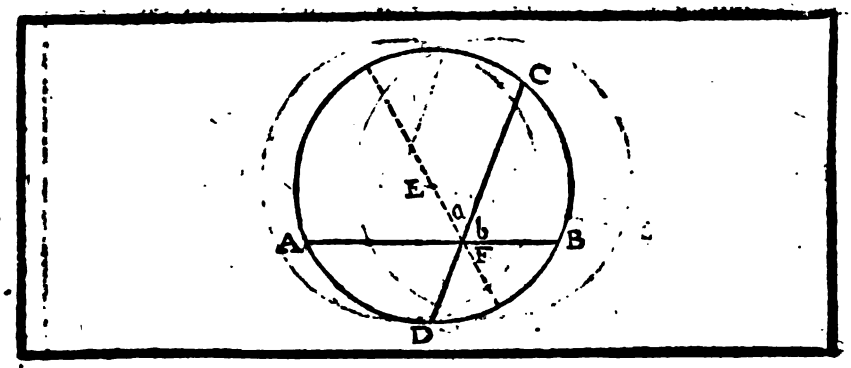
Beweiß. I.

In dem △ ADE ist die Seiten AD ∏/ der Seiten CD in △ CDE/ — d. 15. def. 1.
und die Seiten AE ∏/ der Seiten CE. — d. 6 Vorg.
und die Seiten ED ist beyden △ gemein.
So wird deßwegen der ∠ b ∏ dem/ dem ∠ d. — d. 8. 1.
und folgends werden beyde Rechte ∠ seyn. — d. 10. def. 1.

II.

In dem △ ADE ist die Seiten AD ∏/ der Seiten CD im △ CDE. — d. 15. def. 1.
Dahero wird der ∠ a ∏ seyn/ dem ∠ f. — d. 5. 1.
Unterdessen ist auch der ∠ b ∏/ dem ∠ d/
Darumb wird der △ ADE ∏ seyn/ dem △ CDE/ — d. 26. 1.
und folgends die Lini AE ∏/ der Lini CE.

Welches zu beweisen ware.



Die VI. Vorgab. Betrachtung.

Wenn in einem Zirckel (ABC) zwo gerade Linien (AB/ CD) ſich einander durchſchneiden (als wie in F)/ und doch keine derſelben durch den Mittel-Punct (E) gehet: ſo werden ſich beyde einander nicht zugleich in zwey gleiche Theile zerſchneiden.

Beweiß.

Geſetzt man ſage vor/ daß ſich dennoch beyde Linien AB/CD im Punct F zugleich in zwey gleiche Theile zerſchneiden.

So ziehe demnach durch den Mittel-Punct E/ und durch den gemeinen Durchſchnitts-Punct F die gerade Lini EF.

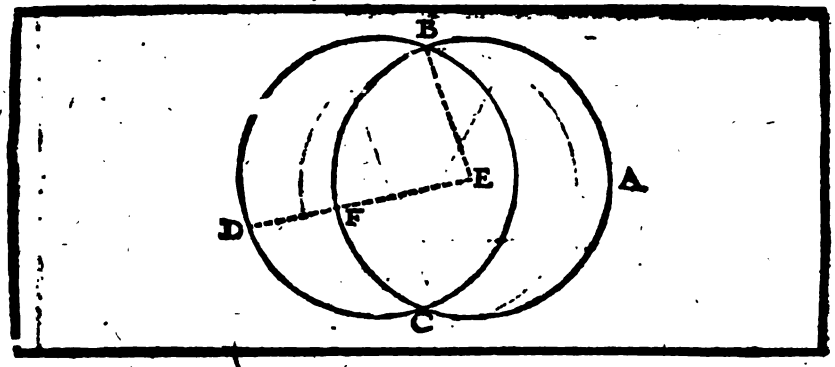
Weilen nun die Lini AB/ und DC ſich im Punct F einander gerad ſolten entzwey geſchnitten haben. (durch deß Widerſagers Meinung).

So folgete/ daß die Lini EF erſtlich mit der Lini AB einen rechten ∠ a + b/ und wiederumb dieſelbe EF/ auch mit der Lini DC den rechten ∠ a machen werde. 5. 3. 9.

Dieſes aber iſt ungereimbt/ nemlich daß der ∠ a + b ☐ ſeyn ſolte/ dem ∠ a: das gantze ſeiner Theilen einem.

Darumb iſt nicht möglich/ daß ſich beyde Linien auſſerhalb deß Mittel-Puncts einander können zugleich in zwey gleiche Theile zerſchneiden.

Welches zu beweiſen ware.



Die V. Vorgab. Betrachtung.

Wenn zween Zirckeln (ABC/ BDC) ſich einander durchſchneiden (als wie in B C): ſo haben ſolche nicht einen gemeinen Mittel-Punct.

Beweiß.

Geſetzt/ man ſage/ daß der beyden Zirckeln gemeine Mittel-Punct E ſeye.

So ziehe auß dem Mittel-Punct E in dem Durchſchnitts-Punct B die gerade EB/ und eben auß E eine andere nach Gefallen/ gleich wie ED/ welche durch beyde Zirckeln in F/ und D gehe.

Alsdann wird in dem Zirckel ABC die Lini EB ⊓ ſeyn/ der Lini EF. 9. 15. def. 1.

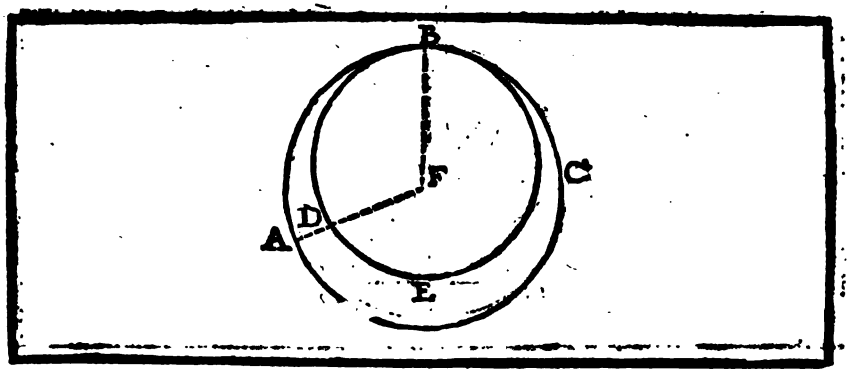
Weilen aber E der gemeine Mittel-Punct ſeyn ſolte.

So wird auch in dem Zirckel BDC die Lini EB ⊓ ſeyn/ der Lini ED. 9. 15. def. 1.

Und folgends würde die Lini EF ⊓ ſeyn/ der Lini ED; nemlich der Theil ſeinem gantzen/ ſo nicht möglich iſt. 9. 1. ax. 1.

Dahero haben ſolche Zirckel nicht einen gemeinen Mittel-Punct/ ſondern zwey verſchiedene.

Welches zu beweiſen ware.



Die VI. Vorgab. Betrachtung.

Zween Zirckel (ABC / BDE) / welche ſich inwendig einander anrühren (als wie im Punct B) haben nicht einen gemeinen Mittel-Punct.

Beweiß.

Geſetzt / man ſage / daß der beyden Zirckeln gemeine Mittel-Punct F ſeye.

So ziehe auß F / und durch den Anrührungs-Punct B die gerade FB / und eben auß F eine andere nach Gefallen / gleich wie FA / welche durch beyde Zirckeln in D / und A gehe.

Dieſen nach wird in dem Zirckel ABC die Lini BF ⊓ ſeyn / der Lini FA /

Weilen aber F der gemeine Mittel-Punct ſeyn ſolte; d. 15. def. 1.

So wird auch in dem Zirckel BDE die Lini FB ⊓ ſeyn / der Lini FD.

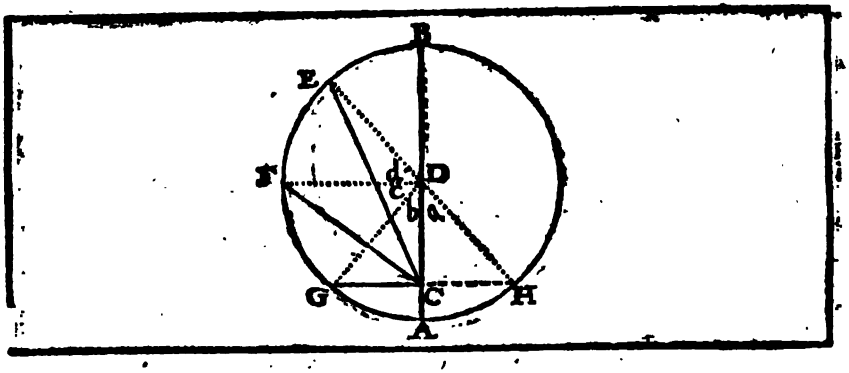
Und folgends würde die Lini AF ⊓ ſeyn / der Lini FD; d. 15. def. 1. d. 1. ax. 1.

Nemlich das gantze ſeiner Theilen einem.

Welches ungereimt iſt.

Dahero iſt es eine Warheit / daß dieſe beyde Zirckeln nicht einen gemeinen Mittel-Punct / ſondern zwey verſchiedene haben.

Welches zu beweiſen ware.



Die VII. Vorgab. Betrachtung.

Wenn in dem Diameter (AB) eines Zirckels / nach Gefallen ein Punct (C) / welcher nicht deß Zirckels Mittel-Punct (D) ist / genommen wird / und von demselben Punct (C) etliche gerade Linien (gleich wie hier GE/ CF/ CG/) in dem hohlen Umbkreiß deß Zirckels gezogen werden.

1. So ist unter allen diesen gezogenen Linien die längste (CB) / welche durch den Mittel-Punct (D) gehet.
2. Die kürtzeste aber (CA) ist der übrige Theil von solchen Puncten (C) an / biß in den Umbkreiß (A).
3. Unter denen aber (CE) / je näher eine derselben (CB) / welche durch den Mittel-Punct gehet / je länger sie auch ist / je weiter sie (FC) aber von solcher / je kürtzer. (also ist GE länger / als CF: und CF länger / als CG).
4. So können auch nicht mehr / als nur zwo gleiche Linien (CG / CH) von diesem Punct (C) zu beyden Seiten der kürtzesten (CA) / oder der längesten (CB) in den hohlen Umbkreiß gezogen werden.

Zubereitung.

Ziehe ED/ FD/ GD mit geraden Linien zusammen.

Beweiß. I.

In dem △ CDE seynd die zwo Seiten CD/ DE Γ / als die eine Seiten GE. d. 20. 1.
die zwo Seiten CD/ DE seynt aber ∏/ der Lini CB.
(dann DB ist ∏/ ED: und CD ist beyden gemein/) d. 15. def. 1.
Folget dann / daß die Lini CB Γ seye / als die Lini GE. u. s. f.

II.

In dem △ CGD ſeynd die zwo Seiten GC/ CD ⌐/ als die eine Seiten GD. d. 20. I.
der Seiten GD aber/ iſt ⊓ die Lini AD. d. 15. def. I.
Dahero ſeynd auch die zwo Seiten GC/ CD ⌐ / als die Lini AD.
Wenn man unterdeſſen beyderſeits hinweg nimmet.
die gemeine Lini CD.
So wird überbleiben die Lini GC ⌐ / als die Lini CA. u. ſ. f. d. 5. ax.

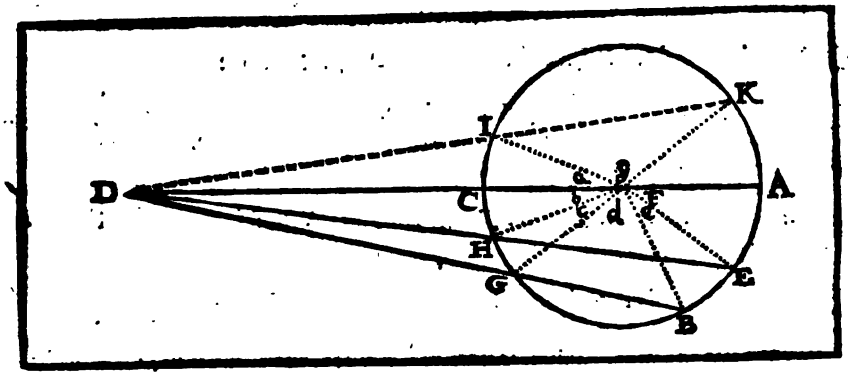
III.

In dem △ DEC iſt die Seiten DE ⊓/ der Seiten DF im △ DFC.
und die Seiten DC iſt beyden △ gemein. d. 15. def. I.
der ∠ d → c → b aber iſt ⌐ / dann der ∠ c → b.
Folget/ daß auch die Baſis CE ⌐ ſeye/ als die Baſis CF. d. 24. I.
und ſ. f.

IV.

Mache vorhero den ∠ a ⊓ / dem ∠ b. d. 23. I.
und ziehe zuſammen C/ H.
In dem △ DHC iſt die Seiten DH ⊓/ der Seiten DG im △ DGC/ d. 15. def. I.
und die Seiten CD iſt beyden △ gemein/
der ∠ a iſt auch ⊓ gemacht worden/ dem ∠ b.
Darum wird die Baſis CH ⊓ ſeyn/ der Baſis CG/ d. 4. I.
alſo können von dem Punct C keine andere gleiche
denen zweyen Linien CG/ CH auff beyden Seiten gezogen werden/
dann ſolche entweder von der Lini C A/ welche durch den Mittel-
Punct gehet/ abweichen/ oder zu ſolcher nähern/
alsdann müſten ſie entweder kürtzer/ oder
länger werden/ nach dem dritten Theil dieſes Beweiß.

Welches zu beweiſen ware.



Die VIII. Vorgab. Betrachtung.

Wenn auſſerhalb eines Zirckels (ABCIK) nach Gefallen ein Punct (D) genommen wird/ und von ſolchen etliche gerade Linien (als wie DA/ DE/ DB) in den Zirckel gezogen werden/ deren eine durch den Mittel-Punct (F) gehet/ die andere aber nach Gefallen.

1. So iſt unter allen denen/ welche hinterwerts in den hohlen Umbkreiß gezogen werden// dieſelbe die längſte/ ſo durch den Mittel-Punct (F) gehet.
2. Nachmahls/ welche dieſer näher/ die iſt auch länger (als eine andere/ welche weiter darvon iſt (alſo iſt ED länger/ als BD).
3. Unter denen aber/ ſo von dem Punct (D) herauſſwerts auff dem gebogenen Umbkreiß gezogen werden/ iſt ſolche die kürtzeſte (DC)/ ſo von ſolchem Punct auß (D)/ an dem Diameter (CA) ſtoſſet.
4. Welche hernach je weiter von dieſer/ je länger ſie auch iſt (als wie GD iſt länger/ dann HD).
5. So können auch nicht mehr/ als nur zwo gleiche Linien auß dieſem Punct (D) oder auff dem gebogenen (gleich wie DH/ DI)/ oder in dem hohlen Umbkreiß (gleich wie DE/ DK) zu beyden Seiten der kürtzeſten (CD)/ oder der längſten (AD) fallen.

Zubereitung.

Ziehe mit geraden Linien zuſammen FE/ FB/ FG/ FH.

Beweiß.

I.

In dem △ DEF ſeynd die zwo Seiten DF/ FE ⌐/ als die eine Seiten DE. d. 20. 1.

Denen Linien DF/ FE aber iſt ⊓/ die Lini DA. d. 15. def. und 2. ax. 1.

Darumb wird die Lini DA ⌐ ſeyn/ als die Lini DE. u. ſ. f.

II.

In dem △ DFE iſt die Seiten EF ⊓/ der Seiten FB im △ DFB. d. 15. def. 1.

Und die Seiten DF iſt beyden △ gemein.

Aber ∠ e → d → c → b aber iſt ⌐/ als der ∠ d → c → b.

Folget/ daß auch die Baſis ED ⌐ ſeye/ als die Baſis BD. d. 24. 1.

III.

In dem △ DFH ſeynd die zwo Seiten DH/ HF ⌐/ als die eine Seiten DF. d. 20. 1.

Wann man beyderſeits die gleichen Linien FC/ FH hinweg nimmet/

So wird überbleiben die Lini HD ⌐/ als die Lini CD: und alſo von denen andern.

IV.

In dem △ DFG ſeynd die zwo innere Seiten FH/ HD ¬/ als die zwey äuſſere Seiten FG/ GD/ d. 21. 1.

wenn man beyderſeits die zwey gleiche Seiten FG/ FH darvon ziehet. d. 15. def. 1.

So überbleibet die Seiten DH auch ¬/ als die Seiten DG.

V.

Mache den ∠ a ⊓/ dem ∠ b/ und den ∠ a → g ⊓/ dem ∠ b → c → d → e. d. 23. 1.

Nun iſt in dem △ DIF die Seiten IF ⊓/ der Seiten HF im △ DHF d. 15. def. 1.

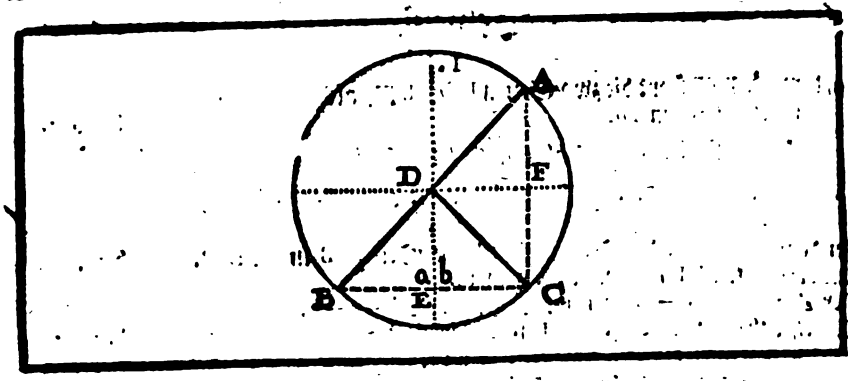
und die Seiten DF iſt beyden △ gemein/

und der ∠ a ⊓/ dem ∠ b.

Folget/ daß auch die Baſis DI ⊓ ſeye/ der Baſis DH. d. 4. 1.

Auff ſolche Art wird auch im △ DKF die Baſis DK ⊓ ſeyn/ der Baſis DE im △ DEF. u. ſ. f.

Welches zu beweiſen ware.



Die IX. Vorgab. Betrachtung.

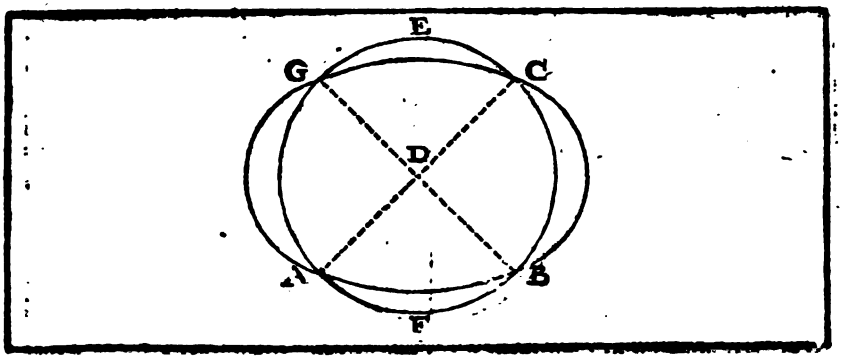
Wenn in einem Zirckel (ABC) ungefehr ein Punct (D) genommen wird/ und von solchem mehr/ dann zwo gleich lange Linien (als wie DA/ DB/ DC) im Umbkreiß können gezogen werden: so ist ein solcher genommener Punct der Mittel-Punct.

Zubereitung.

Ziehe BC/ CA mit geraden Linien zusammen.
Zertheile BC/ CA in mitten in E/ und in F. d. 10. 1.
Ziehe letzlich durch FD/ und ED gerade Linien/ biß in den Umbkreiß.

Beweiß.

Der △ DEB ist ⊓/ dem △ DEC. } d. d. Vorg. und die Zub. und 8. 1.
deßwegen ist auch der ∠ a ⊓/ dem ∠ b.
und folgends seynd diese zween ∠ a und b/ beyde rechte ∠ d. 10. def. 1.
Dahero wird in der Linj ED der Mittel-Punct seyn. d. Cor. 1. 3.
Nach solchem Beweiß wird auch in der Linj DF der Mittel-Punct seyn.
An zweyen Oertern kan aber der Mittel-Punct nicht seyn. (sonsten wären in einem Zirckel die gerade Linien/ welche auß einem Mittel-Punct in den Umbkreiß gezogen werden/ nicht einander gleich/ wieder) d. 15. def. 1.
Dahero ist nöthig/ daß der Mittel-Punct in dem gemeinen Durchschnitz-Punct D seye.
Welches zu beweisen ware.



Die X. Vorgab: Betrachtung.

Ein Zirckel (AFBE) durchſchneidet einen andern nicht mehr/ als in zweyen Puncten.

Will man es nicht geſtehen/ ſo ſetze dann (wann es möglich iſt) daß einer den andern mehr dann in zwey Puncten/ gleich wie allhier der Zirckel AFBE/ dem Zirckel ABCGE in denen vier Puncten ABCG durchſchneide.

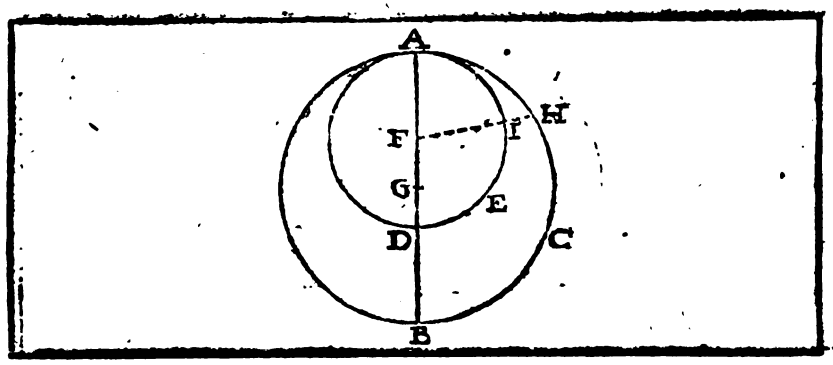
Zubereitung.

Finde alsdann den Mittel-Punct D deß Zirckels AFBE. d. 1. p.
und ziehe darauß in die Durchſchnitz-Puncten
A/ B/ C/ G die gerade Linien DA/ DB/ DC/ DG.

Beweiß.

Die Linien AD/ BD/ CD/ GD ſeynd einander ∏ d. 15. def. 1.
Dahero werden beyde Zirckel einen gemeinen Mittel-Punct D. haben. d. 9. p.
Dieſes aber kan nicht ſeyn; daß nemlich zween einander durchſchneidende Zirckeln einen gemeinen Mittel-Punct haben ſolten. d. 5. p.
Deßwegen iſt es eine Warheit/ daß ſich zwey Zirckeln nicht mehr/ dann bloß in zwey Puncten allein durchſchneiden.

Welches zu beweiſen ware.



Die XI. Vorgab. Betrachtung.

Wenn ſich zwey Zirckeln (ABC/ ADE) inwendig einander berühren (als wie hier in A)/ und durch ihre beyde Mittel-Puncten (E G) eine gerade Lini (BA) gezogen wird: ſo gehet ſolche/ wann ſie verlängert wird/ durch den Berührungs-Punct (A).

Zweiffelt man daran/ und ſaget/ daß die Lini BA zwar durch die zween Mittel-Punct F/ G/ doch aber nicht durch den Anrührungs-Punct A/ ſondern auff eine andere Seiten/ als wie durch H. gehe.

Zubereitung.

Ziehe dann ein ſolche gerade Lini/ als wie BDGFH (wann es möglich iſt/) welche den Zirckel ADE im Punct I. durchſchneide.

Beweiß.

Dieweilen die Lini BG FH/ als eine vermeinte gerade Lini durch die Mittel-Punct G/ und F gehet.

So wird die Lini FH die kürtzeſte ſeyn. ✠ 7. 3.

Und deßwegen wird die Lini FA ⌐/ als FH ſeyn;

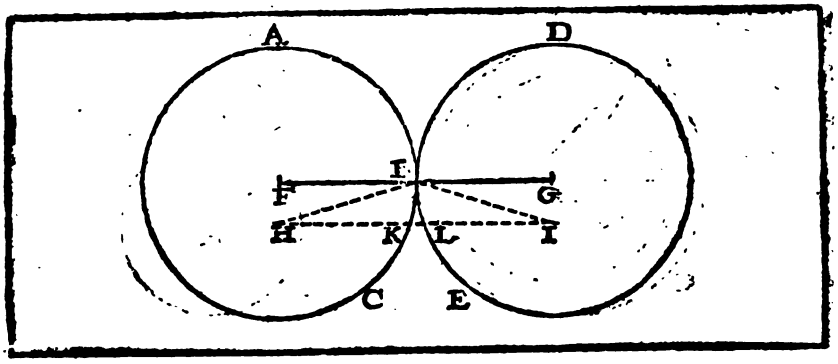
Die Lini FA aber/ iſt ⊓/ der Lini FI. ✠ 15. def. 1.

Folget dan/ daß dieſelbe FI ⌐ wäre/ als FH;

Nemlich der Theil ſeinem gantzen/ ſo ungereimbt iſt.

Iſt derohalben nöthig/ daß die Lini BA durch den Anrührungs-Puncten A/ und nicht anderwertig hindurch gehe.

Welches zu beweiſen war.



Die XII. Vorgab. Betrachtung.

Wenn ſich zween Zirckeln (ABC / EBD) außwendig einander berühren (als wie in B) und eine gerade Lini durch dero beyde Mittel-Puncte (F / G) gezogen wird: ſo gehet ſolche auch durch ihren Anrühr-rungs-Puncten (B).

Welcher einwenden wolte / ſagend / daß man die zwey Mittel-Puncte dergeſtalten verſetzen könte / gleich wie in H und I; und die gerade Lini HI auß ihrem Mittel-Punct dergeſtalten ziehen / daß ſie nicht durch den Anrührungs-Punct gehe / ſondern andertwertig die Zirckeln / als wie in K / L durchſchneide.

Ziehe alsdan HB / und IB zuſammen.

Beweiß.

In dem △ HIB ſeynd die zwo Seiten HB / und BI ⌜ / als die Seite HI. b. 20. 1.

Und weilen die Puncte H / und I die Mittel-Puncte ſeyn ſolten /

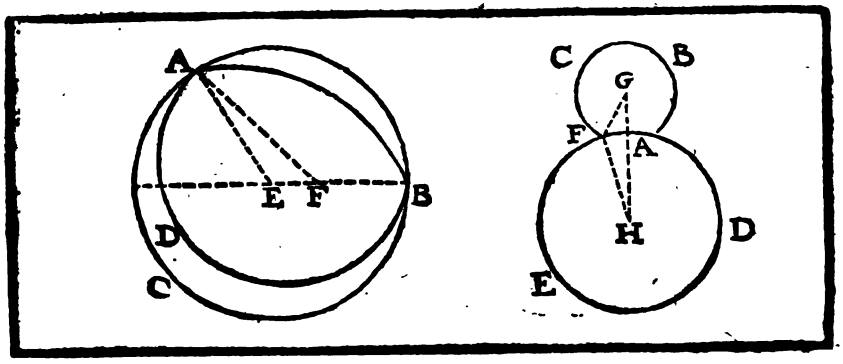
So wird KH ⊓ ſeyn / BH / und IL ⊓ / BI. b. 15. def. 1.

Dahero müſſen die Linien HK / und LI auch ⌜ ſeyn / als die gantze Lini HI / welches ungereimt iſt.

Indeme noch das Stück KL darvon abgehet.

Darauß ſchlieſſet man / daß alſo die gerade Lini FG / ſo durch die zween Mittel-Punct gezogen / nothwendig durch den Anrührungs-Puncten B gehen müſſe.

Welches zu beweiſen ware.



Die XIII. Vorgab. Betrachtung.

Ein Zirckel anrühret einen andern Zirckel/ nur an einem Puncten/ es seye gleich in- oder außwendig.

Gesetzt (wofern es möglich ist)/ daß der Zirckel DAB den Zirckel ABC in denen inwendigen zween Puncten A und B anrühre: so ziehe durch ihre Mittel-Puncte E/ F die gerade Lini EFB: und hange EA/ FA zusammen.

Beweiß.

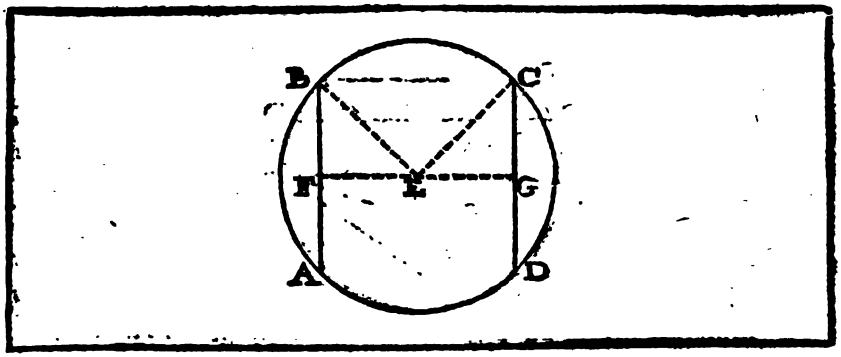
I.

In dem Zirckel ABD ist nunmehr AF ⊓/ FB. d. 15. def. 1.
setze beyderseits hinzu die gemeine Lini EF.
So werden die zwo Linien EF + FA ⊓ seyn/ der Lini EB.
Unterdessen seynd in dem △ AFE die zwo Seiten EF/
und FA ⌜/ als die dritte Seiten EA. d. 20. 1.
Folget dann/ daß auch EB ⌜ wäre/ als AE: so ungereimt ist/
dann die Lini EB ⊓/ ist der Lini AE d. 15. def. 1.

II.

Solten sich herentgegen die zween Zirckel CBA/ und EDA nicht
in einem/ sondern in zween Puncten A/ und F außwendig anrühren:
so ziehe (wann es möglich ist) auß denen Mittel-Puncten G/H/
und durch ihren einen Durchschnitts-Punct A/ die gerade Lini
GAH/ und hange GF/ und EH zusammen.
So werden in dem △ GFH die Linien GF/ FH ⌜ seyn/ als GH. d. 20. 1.
Unterdessen ist GF ⊓ der GA/ und FH ⊓/ der AH: d. 15. def. 1.
Darum müsten auch GA + HA ⌜ seyn/ als GH.
So nicht seyn kan/ daß nemlich die Theile sammentlich ⌜ wären/
als ihr gantzes: daraus schliesset man/ daß ein Zirckel den
andern nicht mehr/ als nur in einem Puncten berühre.

Welches zu beweisen ware.



Die XIV. Vorgab. Betrachtung.

In einem Zirckel (ABCD) ſtehen gleich gerade Linien (AB, DC) in gleicher Weite vom Mittel-Punct (E) ab: und hingegen gerade Linien / ſo in gleicher Weite vom Mittel-Punct abſtehen / die ſeynd einander gleich.

Zubereitung.

Laſſe auß dem Mittel-Punct E die zwo ⊥ EF / EG auff die Linien AB / CD fallen / welche ſie gleich entzwey theilen / werden. Hange BE / und EC zuſammen. — d. 12. 1. d. 3. 3.

Beweiß.

I.

Das □ auff EB iſt ⊓ / deſſen zwey □ auff EF / und FB. und das □ auff EC iſt ⊓ / denen zwey □ auff EG / und GC. — d. 47. 1.

Wann man von denen gleichen ⊐ / ſo auff denen gleichen Linien EB / und EC ſtehen / die gleiche □ auff denen gleichen Linien FB / und EG darvon abziehet. — d. 15. def. 1.

So wird überbleiben das □ auff FE ⊓ / dem □ auff EG; das iſt / die ⊥ FE ⊓ der ⊥ EG. — d. 4. ax. 46. 1.

Dahero ſtehen AB / und DC in gleicher Weite von dem Mittel-Punct E ab. — d. 4 def. 3.

II.

Die Linî EF iſt ⊓ / der Linî EG / und die Linî BE iſt ⊓ / EC / — d. d. Vor. und 15. def. 1.

Unterdeſſen iſt das □ auff EB ⊓ / denen □ auff FE / und BE. — d. 47. 1.

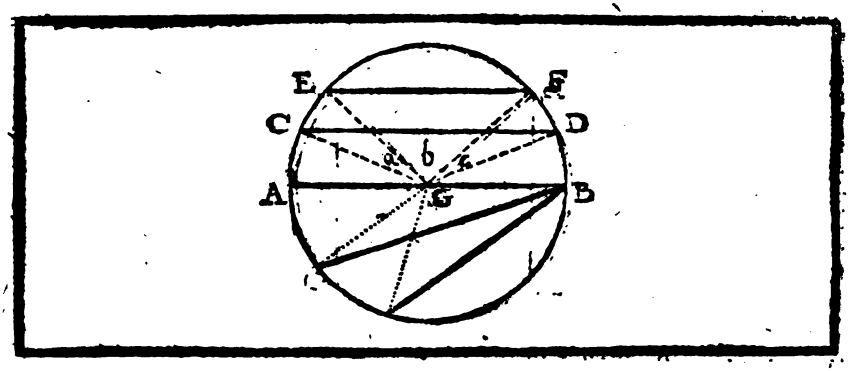
Und das □ auff EC iſt ⊓ / denen □ auff EG / und GC.

Wann man beyderſeits von denen gleichen □ auff BE / und EC die gleiche □ auff FB / und EG darvon abziehet /

So wird überbleiben das □ auff der Linî FB ⊓ / dem □ auff der Linî GC: das iſt / die Linî FB ⊓ der Linî GC. — d. 4. ax. 46. 1.

Dahero wird auch die doppelte AB ⊓ ſeyn / der doppelten DC. — d. 6. ax.

Welches zu beweiſen ware.



Die XV. Vorgab. Betrachtung.

In dem Zirckel (AEFB) ist der Diameter (AB) die längste Linj/ hernachmahln/ welche dem Mittel-Punct (G) näher ist (als wie CD)/ die ist auch länger/ als eine andere (EF)/ welche weiter darvon abstehet.

Zubereitung.

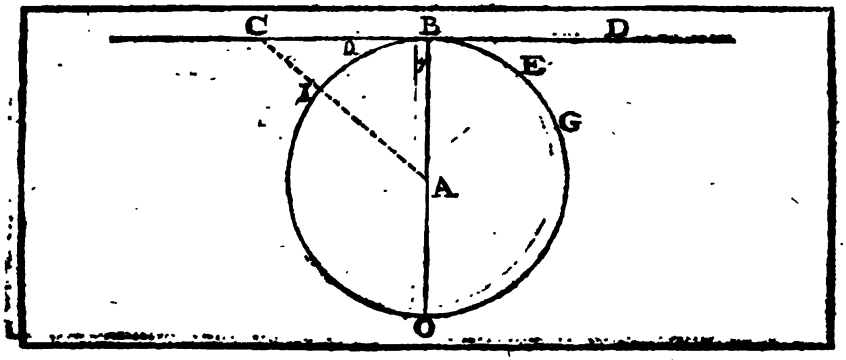
Ziehe CG/ DG. Item EG/ FG zusammen.

Beweiß. I.

In dem △ CGD seynd die zwo Seiten GC/ und GD ⌜/ als die dritte Seiten CD. d. 20. 1.
Die Seiten GC/ und GD aber/ seynd ⌐ dem Diameter AB. d. 15. def. 1.
Darumb wird der Diameter AB ⌜ seyn/ als CD. a. §. §.

II.

In dem △ CGD seynd die zwo Seiten GC/ und GD ⌐/ denen zwo Seiten GE/ und GF in dem △ EGF. d. 15. def. 1.
der ∠ a + b + c ist aber ⌜/ als der ∠ b. d. 9. ax.
Darumb wird folglich die Basis CD ⌜ seyn/ als die Basis EF. d. 24. 1.
Welches zu beweisen ware.



Die XVI. Vorgab. Betrachtung.

Wenn am Ende (B) eines Diameters (OB) eine Bleyrechte Lini (CBD) gezogen wird.

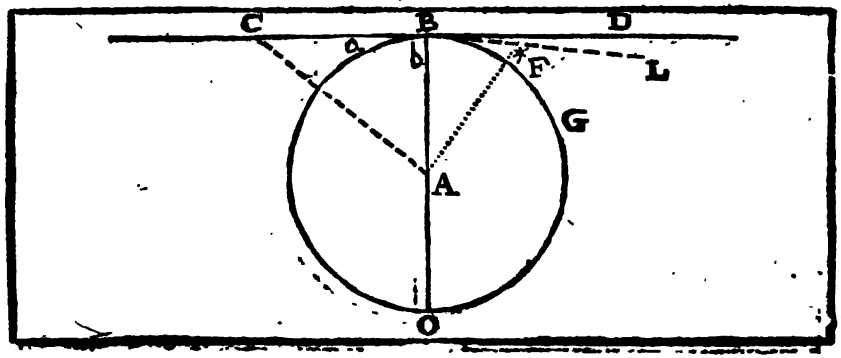
1. So fahlet ſolche auſſerhalb deß Zirckels.
2. So kan keine andere zwiſchen dieſer Bleyrechten Lini / und dem Umbkreiß (IBEG) gezogen werden / die nicht ſonſten in den Zirckel fallen ſolte.
3. Und der Winckel deß halben Zirckels (OBEG) / (ſo gemacht iſt von dem Diameter und dem Umbkreiß /) iſt gröſſer / als ein jeder ſcharffer geradtliniſcher Winckel.
4. Der übrige Winckel aber / (DBEG) ſo gemacht iſt von der Bleyrechten Lini / und dem Umbkreiß / iſt kleiner / als ein jeder ſcharffer geradtliniſcher Winckel.

Zubereitung.

Ziehe auß dem Mittel-Punct A nach Gefallen in die ∠ CBD die gerade Lini AIC / welche den Umbkreiß in I durchſchneidet / und die ∠ in Puncten C berühre.

Beweiß. I.

Weilen die Seiten AC den rechten ∠ a + b unterſtanden / ſo wird die Seiten AC [illegible] ſeyn / als AB / oder die Gleiche AI. 8 d. 1.
Der letzte Punct B aber / der Lini AB / ſtehet am Umbkreiß / 8 d. Vorg.
Dahero wird auch der letzte Punct I an dem Umbkreiß ſeyn /
Und folgends wird der Punct C / der Lini AC / nothwendig auſſerhalb deß Umbkreiß ſtehen müſſen.
Und alſo beweiſet man / daß alle andere genommene Puncten in der Lini CBD / auſſgenommen den einigen Punct B / welcher den Umbkreiß berühret / auſſerhalb deß Zirckels fahlen werden.



II.

Gesetzt/ man sage/ daß man gar wol zwischen dem Umkreiß/ und der ∠ CBD noch eine andere gerade Lini/ gleich wie BL/ ziehen könne/ welche in den Zirckel nicht falle/ sondern selben bloß berühre.

Ziehe dahero auß A auff die Lini BL die ⊥ A ✱ (wann es möglich ist). d. 12. 1.

So ist in dem △ AB✱ die Seiten AB⌜/ als die Seiten A✱ d. 19. 1.

Der Punct B ist aber noch an dem Umbkreiß deß Zirckels/ d. d. Vorg.

Also wird der Punct ✱/ und folgends alle andere Puncten der Lini BL/ von dem B an gegen L/ inwendig in den Zirckel fallen müssen.

Daherd nicht möglich ist zwischen BD und dem Umbkreiß eine gerade Lini zu ziehen/ welche nicht in den Zirckel falle.

III.

Wann man glaubet/ daß noch ein grösserer scharffer ∠/ als der ∠ OBFG deß halben Zirckels könne gemacht werden: so würde nöthig seyn/ daß man eine neue gerade Lini zwischen den gebogenen Umbkreiß BFG/ und der ⊥ BD ziehen müsste/ solches aber ist unmöglich/ dann eine solche gezogene Lini stracks in den Zirckel fallen würde. So wider das vorgehende ist.

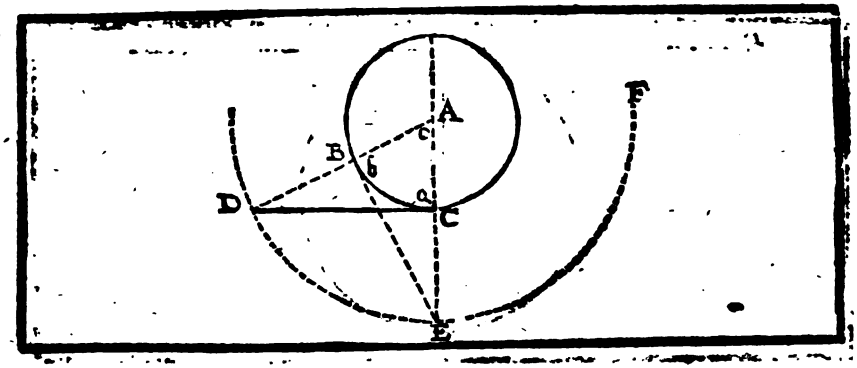
IV.

Eben müsste man zwischen der ⊥ CBD/ und dem gebogenen Umbkreiß BFG eine neue gerade Lini ziehen/ wenn man einen kleinern Anrührungs-∠/ als den ∠ DBFG machen wollte; dist aber kan auß dem vorbewiesenen auch nicht geschehen.

Folge.

Eine gerade Lini/ welche auß dem Ende deß Diametri Rechtwecht gezogen wird/ berühret den Zirckel nur in einem Puncten.

Welche aber den Zirckel in zwey Puncten anrühret/ dieselbe fället innerhalb deß Zirckels/ nach der 2. 3.



Die XVII. Vorgab. Handgriff.

Aus einem vorgegebenen Puncten (D) eine gerade Lini DC zu ziehen/ welche einen gegebenen Zirckel (BCA) anrühre.

Handgriff.

Auß dem Mittel-Punct A mit der Weite AD beſchreibe einen Zirckel-Bogen DEF/ und ziehe zuſammen D/A.

Alsdann auß dem Punct B ziehe die ⊥ EB/ biß an den geſchriebenen Zirckel-Bogen E; und bange zuſammen E/A. b. 12. 1.

Letztlich ziehe in C die gerade Lini DC/ welche den Zirckel ABC in dem einigen Punct C anrühren werde.

Beweiß.

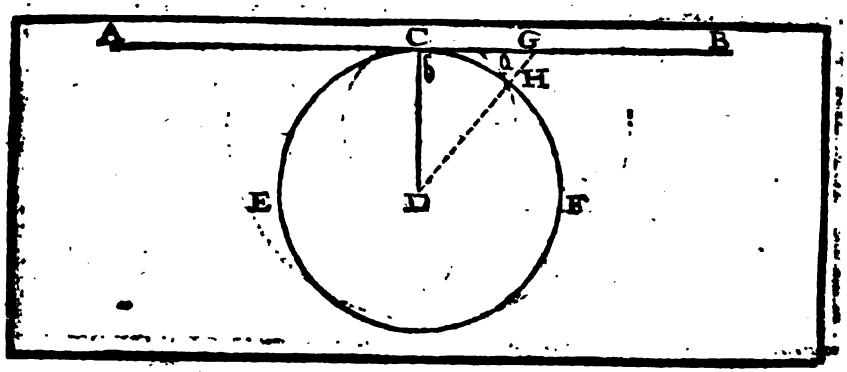
In dem △ AEB ſeynd die Seiten AB/ und AB ⊓/ denen Seiten AD/ und AC in dem △ ADC. und der ∠ c iſt beyden △ gemein. b. 15. def. 1.

Darumb wird der △ AEB ⊓ ſeyn/ dem △ ADC. 8. 4. 1.

Weilen aber der ∠ b ein rechter iſt/ alſo wird auch der ∠ a ein rechter ſeyn. d. d. Hand.

Und folgends wird die gerade Lini CD den Zirckel in dem Punct C berühren. 3. 16. Cor. 3.

Welches zu machen ware.



Die XVIII. Vorgab. Betrachtung.

Wenn eine gerade Lini (AB) ein Zirckel (ECE) anrühret / und von dem Mittel-Punct (D) eine gerade Lini zu dem Anrührungs-Punct (C) gezogen wird: so stehet solche Lini (DC) Bleyrecht auff der anrührenden Lini (AB).

Beweiß.

Will manns nicht gestehen / sondern einwenden / daß eine andere / gleich wie DG / Bleyrecht auff der Lini AB stehe.

So folget / daß der ∠ a ein rechter seye. d. 10. def. 1.

Und deßwegen wird der ∠ b ⌐ seyn müssen / d. 17. Cor. 1. 2.

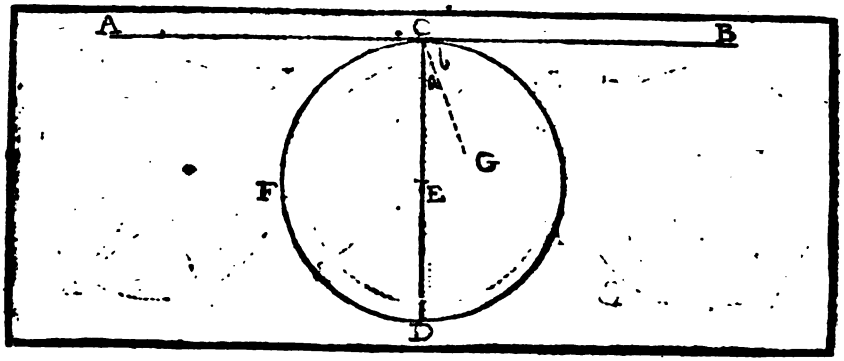
Und hingegen die Seiten DC ⌐ als die Seiten DG. d. 19. 1.

Die Lini DC ist unterdessen ⊓ / der Lini DH. d. 15. def. 1.

Dahero müsste DH (so nur ein Theil von DG) ⌐ seyn / als die gantze DG / welches ungereimt ist.

Deßwegen schliesset man / daß die Lini DC die Bleyrechte allein / und keine andere dieselbe seyn könte.

Welches zu beweisen ware.



Die XIX. Vorgab. Betrachtung.

Wenn eine gerade Lini (AB) einen Zirckel (DFC) anrühret / und man auß ſolchem Anrührungs-Punct (C) eine andere Lini Bleyrecht (als wie CED) ziehet/ ſo wird in der gezogenen Bleyrechten Lini (CD) deß Zirckels Mittel-Punct ſeyn.

Beweiß.

Wer es nicht glauben wolte / ſagend/ der Mittel-Punct möchte wohl anderwertig / gleich wie in G/ geſetzt werden.

So hange alsdann G/ C zuſammen.

Darauff folget/ daß die Lini GC müſſte auff der Lini AB ⊥ ſtehen. §. 18. 3.

Und der ∠ B. ein rechter ſeyn. §. 10. def. 1.

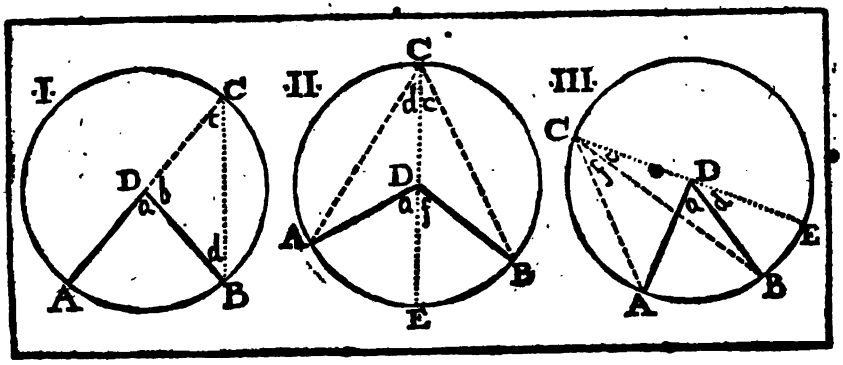
Die Lini CD aber / ſtehet durch die Vorgab ⊥ auff der Lini AB:

Deßwegen wird auch der ∠ b → a ein rechter ſeyn müſſen. §. 10. def. 1.

Und dahero ſolte der ∠ b ⊓ ſeyn / dem ∠ b → a / ein Theil ſeinem gantzen / ſo nicht möglich iſt.

Dahero iſt es für eine Warheit anzunehmen/ daß in der ⊥ CD der Mittel-Punct ſeyn müſſe/ und nicht anderwertig.

Welches zu beweiſen ware.



Die XX. Vorgab. Betrachtung.

In einem Zirckel auff einerley Umbkreiß-Stück oder Bögen (gleich wie AB) iſt der Mittel-Puncts-Winckel (a) noch einmahln ſo groß/ als der Winckel (c)/ welcher auff bemeldtem Umbkreiß-Stück ſtehet.

Dreyerley Fählе begeben ſich in dieſer Vorgab.

Erſtlich/ wenn die Linien AD/ und DC in einer geraden Lini AC fort ſtehen.

Beweiß. I.

Dieweilen im △ ADB die Seiten CD verlängert iſt in A.
ſo wird der ∠ a ⊓ ſeyn/ denen zween ∠ c/ und d. — b. 32. 1.
Die zween ∠ c/ und d aber ſeynd einander ⊓ wegen gleicher Seiten/ — b. 15. def. 1.
Darumb wird deß Mittel-Puncts ∠ a noch einmahlen — und 5. 1.
ſo groß ſeyn/ als der ∠ c.

II.

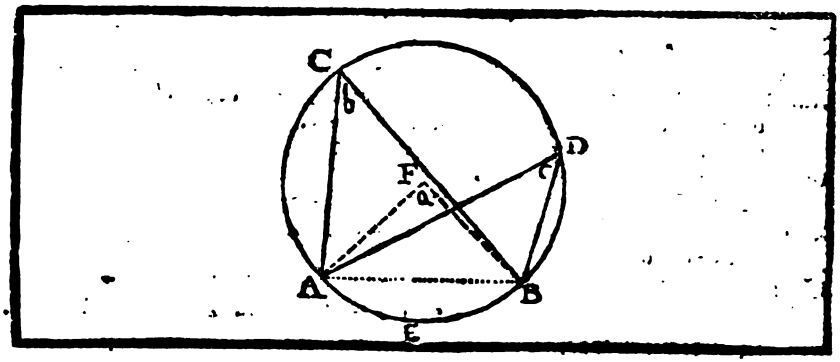
Wenn die gerade Linien/ ſo den ∠ begreiffen/ weder in einer geraden Lini fort ſtehen/ noch ſich einander durchſchneiden/ als wie AD. AC. BD. BC.

So ziehe durch die ∠ C/ und D die gerade Lini CDE/
Demnach wird der ∠ a noch einmahlen ſo groß ſeyn/ als der ∠ d. — b. 8. Vor.
auch der ∠ f. wird noch einmahln ſo groß ſeyn/ als der ∠ c.
Letztlich wird auch der ∠ a + f noch einmaln ſo groß ſeyn/ als der ∠ d + c. (dann klar iſts/ wann zwey Gröſſe/ andern zweyen Gröſſe/ zweymal gröſſer ſeynd/ eine jede der ſeinen; daß auch die Summa deren eine Gröſſe zweymahlen gröſſer ſeye/ als die Summa deren andern.

III.

Wann ſich die Linien AD/ BC einander durchſchneiden/
So ziehe auß C durch D eine gerade Lini CDE biß in den Umbkreiß.
Nunmehro iſt nach dem erſten Beweiß dieſer/ der ∠ a + d doppelt/
oder noch einmahl ſo groß/ als der ∠ f + c.
(dann ſie auff einerley Schnitze AE ſtehen)
So iſt auch der ∠ d zweymahlen ſo groß/ als der ∠ c.
(dann ſie auch auff einerley Schnitze BE ſtehen)
Wann man nun dieſe ∠ d/ und c auß ihren gantzen ∠ a + d/
und f + c abziehet/
So iſt klar/ daß auch der überbliebene ∠ a noch einmahln
ſo groß/ oder doppelt ſeyn werde/ deß überbliebenen ∠ f. d. 15. ax. 1.

Welches zu beweiſen ware.



Die XXI. Vorgab. Betrachtung.

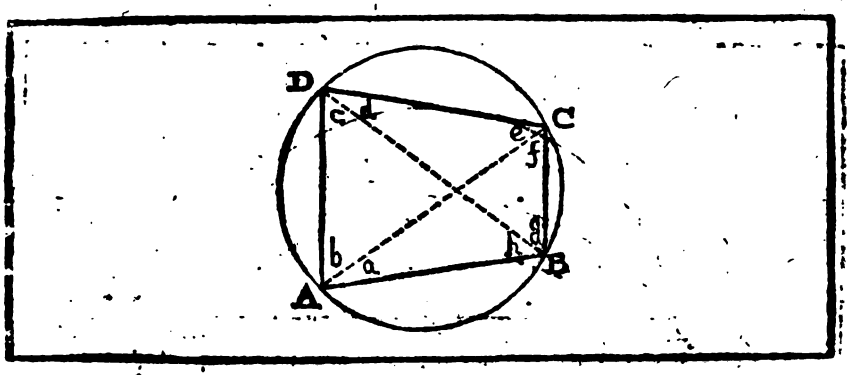
In einem Zirckel (ABC) seynd die Winckel (b und c)/ welche in einerley Schnitze (ACDB) stehen/ einander gleich.

Zubereitung.

Ziehe auß dem Mittel-Punct F/ die Puncten A/B mit geraden Linien zusammen.

Beweiß.

Der ∠ a ist so wohl doppelt deß ∠ b/ als deß ∠ c/ d. 20. 1.
Darumb wird der ∠ b ⊓ seyn dem ∠ c. d. 7. ax.
Welches zu beweisen ware.



Die XXII. Vorgab. Betrachtung.

Wenn eine vierſeitige geradtliniſche Figur (ABCD) in einem Zirckel eingeſchrieben wird: ſo ſeynd die zween Winckeln (c → d und h → g / oder e → f / und b → a) / welche über Eck einander überſtehen / zweyen rechten Winckeln gleich.

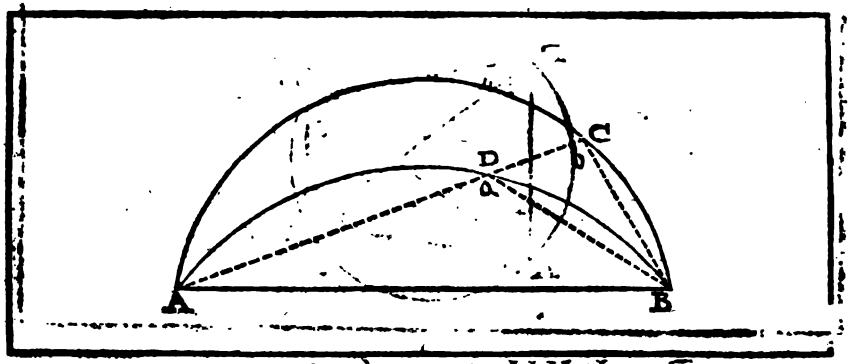
Zubereitung.

Ziehe AC / DB zuſammen.

Beweiß.

Weilen die ∠ ADB / ACB in einerley Schnitze ADCB
und auch die ∠ BDC / und CAB in einerley Schnitze BADC
ſtehen /
So iſt der ∠ c ⊓ dem ∠ f: und der ∠ d iſt ⊓ / dem ∠ a. 3. 21. 1.
alſo wird der gantze ∠ c → d ⊓ ſeyn / denen zween ∠ f und a /
die zwey ∠ f / und a aber / ſambt dem dritten ∠ h → g.
ſeynd ⊓ / zweyen rechten Winckeln. 3. 32. 1.
Folget dann / daß auch der ∠ c → d ſambt dem ∠ h → g ⊓
ſeye / zween rechten Winckeln. u. ſ. f.

Welches zu beweiſen ware.

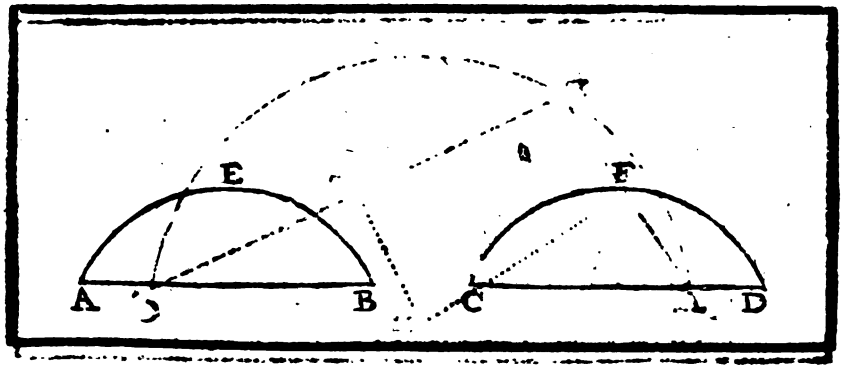


Die XXIII. Vorgab. Betrachtung.

Zwey gleichförmige und zugleich ungleiche Schnitze (ADB, ACB) kan man nicht auff einer geraden Lini (AB) und auff einerley Seiten ſtellen.

Beweiß.

Seye ADB der kleinere / ACB aber der gröſſere gleichförmige Schnitz.
Wenn es nun möglich iſt / ſo ſtähle man beyde auff die gerade Lini AB / und ziehe aus A nach Gefallen die gerade Lini AC / welche den Schnitz ADB in D. durchſchneide / und den Schnitz ACB in C berühre.
Hange D / B / und C / B zuſammen.
Weilen nun die zwey Schnitze einander gleichförmig seynd / d. d. Vorg.
So wird der ∠ a ⊓ seyn müſſen dem ∠ b. d. 10. def. 3.
Welches aber ungereimt iſt / daß der auſſere ∠ a ⊓ ſeye / dem innern ∠ b. wider die d. 32. 1.
Dahero können nicht zwey gleichförmige / und zugleich ungleiche Schnitze auff eine gerade Lini AB / und auff einerley Seiten geſtehlt werden.
Welches zu beweiſen ware.

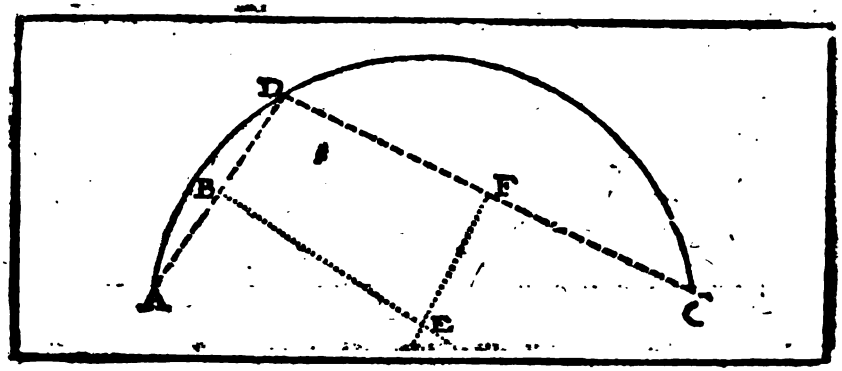


Die XXIV. Vorgab. Betrachtung.

Auff gleichen geraden Linien (AB / CD) seynd die gleichförmige Schnitze (AEB / CFD) einander gleich.

Beweiß.

Dieweilen AB ∏ gesetzt wird / der Linî CD: d. d. Vorg.
Wenn man sie auff einander legt / so werden sie sich durchauß auff einander schicken / und keine die andere übertreffen.
Darumb wird auch nothwendig der Schnitz AEB. d. 8. ax.
auff den Schnitz CFD einfallen müssen / und durchauß einander gleich seyn.
Sonsten / wann sie nicht eintreffeten / müste entweders der eine / oder der andere Schnitz hinauß / oder hinein in den ersten oder andern fallen / und dardurch ungleich einander werden;
Zwey gleichformige / und zugleich ungleiche Schnitze aber / können nicht auff einerley gerade Linien gestellt werden. d. 33. 3.
Dahero sie nothwendig einander gleich seyn müssen.
Welches zu beweisen ware.



Die XXV. Vorgab. Handgriff.

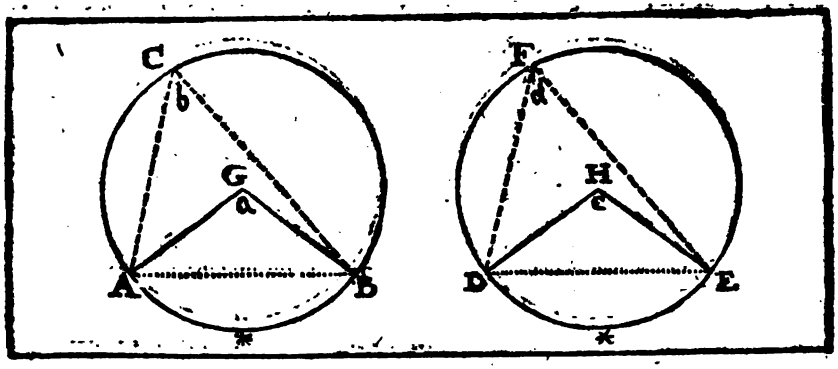
Einem vorgegebenen Schnitz (ADC) seinen gehörigen gantzen Zirckel-Kreiß zu erfüllen.

Handgriff.

Mercke in dem gegebenen Schnitz drey Puncten A/ D/ C.
Ziehe solche nach Gefallen zusammen mit geraden Linien AD/ DC.
Zertheile die Linien AD/ DC in mitten: B/ und F. } d. 10. 1.
mit denen 1 BE/ FE/ welche sich durchschneiden } d. 11. 1.
werden in dem Punct E.
Der Punct E hernach wird der Mittel-Punct seyn/
Worauß mit der Weite EC/ oder EA der übrige
Zirckel-Kreiß kan erfüllet werden.

Beweiß.

Der Mittel-Punct ist in denen zwey Linien BE/ FE. d. 1. Coll. 3.
Darum wird solcher nothwendig in dem Durch-
schnitz-Punct E seyn.
Dahero kan auß solchem Mittel-Punct E der Schnitz ADC
zu einem gantzen Zirckel erfüllet werden.
Welches zu machen ware.



Die XXVI. Vorgab. Betrachtung.

In gleichen Zirckeln (A*BC/ D*EF) stehen die gleichen Winckeln (a und c/ oder b und d) auff gleichen Umbkreiß-Stücke / oder Schnitze (A*B/ D*E), die Winckeln hernach mögen sowohl bey denen Mittel-Puncten (G/ H)/ oder in denen Umbkreissen stehen (gleich wie in C/ F.)

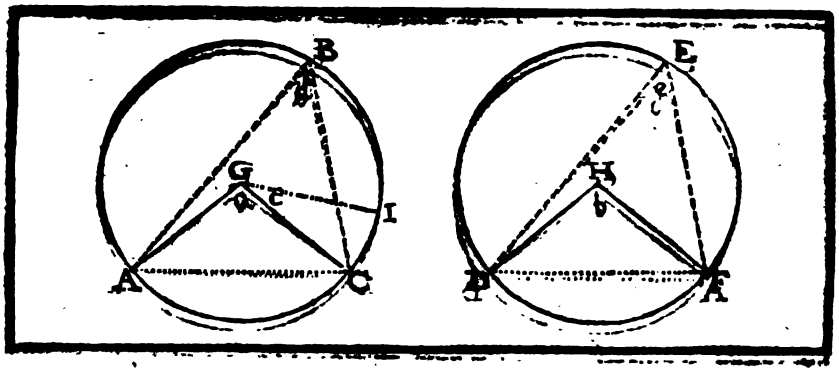
Zubereitung.

Ziehe A/ B/ und D/ E mit geraden Linien zusammen.

Beweiß.

In dem △ AGB seynt die zwo Seiten GA / GB ⊓/ denen zwo Seiten HD / HE in dem △ DHE/ und der ∠ a ist ⊓/ dem ∠ c.	} d. d. Vorg. und 15. desn. d. d. Vor.
Darumb wird auch die Basis AB ⊓ seyn/ der Basis DE.	d. 4. 1.
Unterdessen seynd die ∠ b/ und d gerad die Helffte deren zweyen gleichen ∠ a/ und c.	d. 20. 3.
Folget/ daß auch der ∠ b ⊓ seye/ dem ∠ d.	d. 7. 21.
Dahero wird der Schnitz ACB gleichförmig seyn/ dem Schnitz DEF/ und wegen der gleichen Linien AB/ und DE werden die Schnitze ACB / und DEF. auch einander gleich seyn.	d. 10. def. d. 24. 3.
Wann man nun von denen gleichen Zirckeln ACB/ und DEF/ die gleiche Schnitze ACB/ und DFE darvon ziehet; So wird überbleiben das Umbkreiß-Stück A*B ⊓/ dem Umbkreiß-Stück D*E.	

Welches zu beweisen ware.



Die XXVII. Vorgab. Betrachtung.

In gleichen Zirckeln (ABC, DEF) unterspannen die gleiche Umbkreiß-Stücke (AC/DF) gleiche Winckeln/ es mögen die Winckeln hernach/ oder bey denen Mittel-Puncte (G/H)/ oder in denen Umbkreissen (B, E) stehen.

Beweiß.

Gesetzt/ man sagte/ daß die Winckeln einander ungleich wären/ nemlich/ daß der Mittel-Puncts-∠ a ⊓ wäre/ als der Mittel-Puncts ∠ b.

Mache dahero (wann es seyn kan) den ∠ a → c ⊓/ dem ∠ b/ und ziehe die Lini GI.

Darauff folget/ daß das Umbkreiß-Stück ACI ⊓ wäre/ dem Umbkreiß-Stück DF. — d. 26. 3.

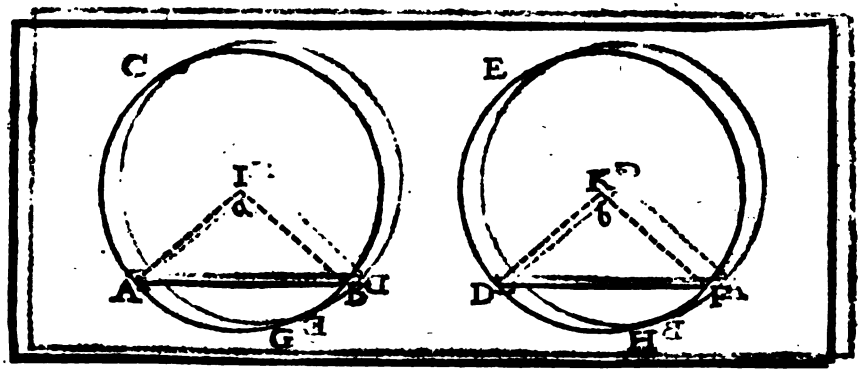
Das Umbkreiß-Stück DF aber/ ist ⊓/ dem Umbkreiß-Stücke AC gegeben worden. — d. d. Vorg.

Darum solte auch das Umbkreiß-Stück AC ⊓ seyn/ dem Umbkreiß-Stücke ACI; Ein Theil seinem gantzen/ so nicht seyn kan.

Dahero ist zu sagen/ daß der ∠ a auch ⊓ seye/ dem ∠ b; — d. 7. 21.

Und folgends der ∠ d ⊓ dem ∠ c. — und 20. 3.

Welches zu beweisen ware.



Die XXVIII. Vorgab. Betrachtung.

In gleichen Zirckeln (ACB/DEF) schneiden die gleiche gerade Linien (AB/DF) gleiche Umbkreiß-Stücke ab/ also/ daß das eine gröſſere Stück (ACB) gleich seye dem andern gröſſern (DEF)/ und das eine kleinere (AGB) dem andern kleinern (DHF).

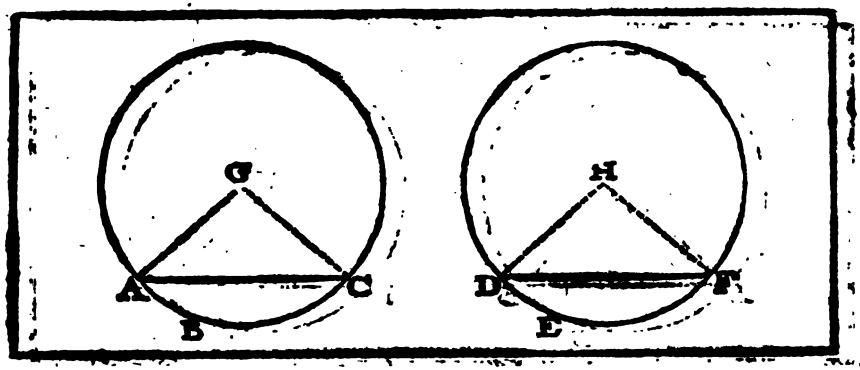
Zubereitung.

Ziehe auß denen Mittel-Puncten L und K die Puncte A/I; I/B; und D/K; K/F zusammen.

Beweiß.

In dem △ AIB seynd die drey Seiten ⊓/ Denen drey Seiten ⊓ des △ DKF	} d. 8. Vorg. uñ 15. def. 1.
Darumb wird der ∠ a ⊓ seyn/ dem ∠ B.	d. 8. I.
Und folgends das kleinere Umbkreiß-Stück AGB wird ⊓ seyn/ dem kleinern Umbkreiß-Stück DHF.	d. 26. 3.
Wenn man nun diese gleiche Umbkreiß-Stücke von denen gleichen Zirckeln abziehet.	
So wird überbleiben auch das gröſſere Umbkreiß-Stück ACB ⊓/ dem gröſſern Umbkreiß-Stück DEF.	d. 3. ax.

Welches zu machen ware.



Die XXIX. Vorgab. Betrachtung.

In gleichen Zirckeln (ABC/ DEF) werden von gleichem Umbkreiß-Stücke (als wie ABC/DEF) gleiche gerade Linien (AC/ DF) unterspannet.

Zubereitung.

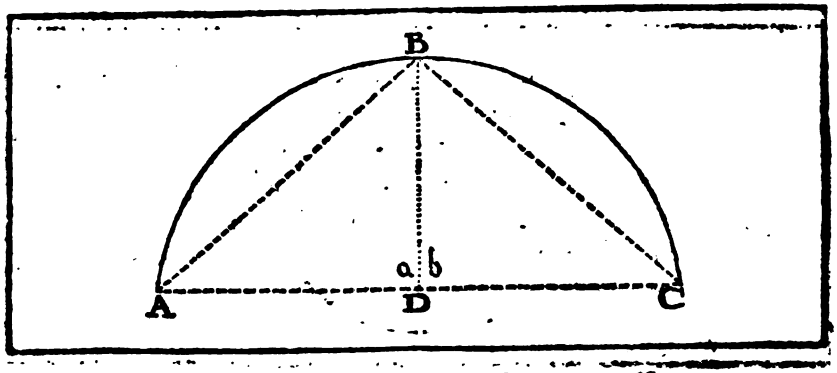
Hange aus denen Mittel-Puncten G/ und H die Puncte A/ G; G/C; und D/ H; H/ F zusammen.

Beweiß.

In dem △ AGC seynd die zwo Seiten AG/ GC ∏/ denen zwo Seiten DH/ HF in dem △ DHF/ und der ∠ G ∏ dem ∠ H. d. 15. def. 1. d. 27. 3.

Dahero wird auch die Basis AC ∏ seyn/ der Basis DF. d. 4. 1.

Welches zu beweisen ware.



Die XXX. Vorgab. Handgriff.

Ein Stück (ABC) von einem gegebenen Umbkreiß in zwey gleiche Theil (in B) zu zertheilen.

Handgriff.

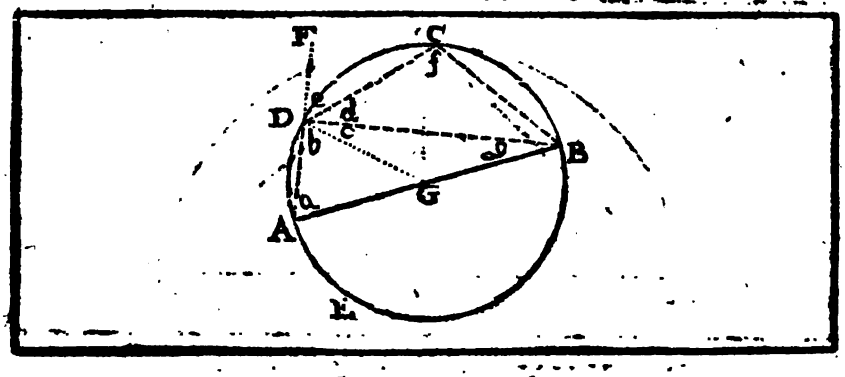
Ziehe die äuſſerſte Ende deß Stücks ABC
mit einer geraden Linî AC zuſammen.
Zertheile AC in mitten D entzwey. d. 10. 1.
Auß D erhöhe die ⊥ DB biß an dem Umbkreiß/ d. 11. 1.
So wird der Umbkreiß ABC mitten entzwey in
dem Punct B zertheilet worden ſeyn.

Zubereitung.

Hange A/B; und C/B zuſammen.

Beweiß.

In dem △ ADB ſeynd die zwo Seiten AD/ und BD ∏
denen zwo Seiten CD/ und DB in △ CDB/ d. 15. def. 1.
und der ∠ a ∏ dem ∠ b. d. d. Hand.
Dahero wird auch die Baſis AB ∏ ſeyn der Baſis BC; d. 4. 1.
Und folgends wird das Umbkreiß-Stück AB ∏ ſeyn d. 28. 3.
dem Umbkreiß-Stück CB.
Welches zu machen ware.



Die XXXI. Vorgab. Betrachtung.

1. In einem Zirckel (ADCBE) iſt jener Winckel (b + c) / welcher in halben Umbkreiß (ADCB) ſtehet / ein Rechter.
2. Welcher aber in einem gröſſern Schnitz (DAEB) / als wohl ein halber Zirckel iſt / ſtehet / derſelbe Winckel (a) iſt kleiner / als ein Rechter.
3. Der aber in einem kleinern Schnitz (DCB) / als ein halber Zirckel iſt / ſtehet / ſolcher Winckel (f) iſt gröſſer / als ein Rechter.
4. Und über das iſt der Winckel (EDA) / welchen man auff der geraden Lini (DB) / und mit dem Umbkreiß-Stück (DAEB) deß gröſſern Schnitz machet / gröſſer als ein rechter.
5. Der Winckel aber deß kleinern Schnitz (nemlich CDB) / welchen man auff der geraden Lini (BD) und mit dem Umbkreiß-Stück (EDC) deß kleinern Schnitz machet / iſt kleiner ſeyn / als ein rechter Winckel.

Zubereitung.

Auß dem Mittel-Punct G ziehe die gerade Linien GD und verlängere AD in F hinauß.
Seye AGB der Diameter deß Zirckels ADCBE.

Beweiß. I.

In dem △ AGD iſt der ∠ b ∏ dem ∠ a. } d. 15. def. 1. d. 5. 1.
Item in dem △ DGB iſt der ∠ c ∏ dem ∠ g. d. 5. 1.
Darumb wird der gantze ∠ b + c ∏ ſeyn / denen ∠ a und g.
Unterdeſſen iſt auch der äuſſere ∠ e + d ∏ /
beyder innern ∠ a / und g ſammentlich. d. 32. 1.
Folget / daß auch der ∠ b + c ∏ ſeye dem ∠ e + d. d. 1. ax.
Und deßwegen ſeynd dieſe beyde ∠ b + c / und d + e Rechte. d. 10. def. 1.

II.

Dieweilen der ∠ b → c ein rechter ∠ iſt/ ſo folget/
Daß der ∠ a (ſo in dem gröſſern Schnitz ∠ als der halbe
Zirckel iſt/ ſtehet) kleiner/ſeye/ als ein rechter. d. Cor. 1. 17.

III.

Nun in der vierſeitigen Figur ADCB iſt der ∠ a ⌝/ als
ein rechter. d. d. Vo.
Die zween überſtehende ∠ aber a/ und f ſolten ⌐⌐
ſeyn/ zween rechten Winckeln. d 22. 3.
Darumb wird nothwendig der ∠ f ⌝/ als ein rechter ∠ ſeyn. d. 5. ax.

IV.

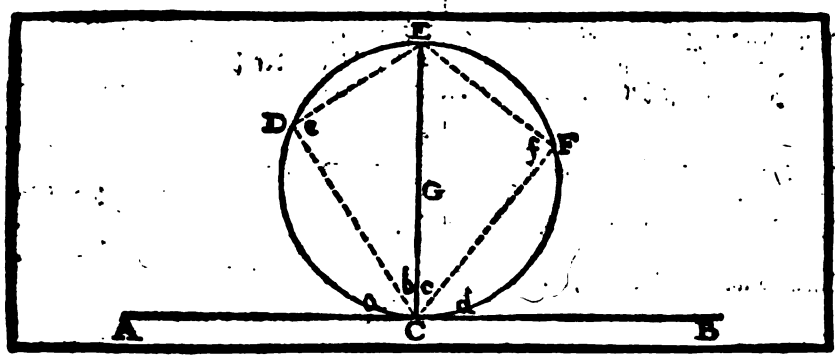
Weiters iſt klar/ daß derjenige ∠/ (welcher auff der geraden DB und mit dem Umbkreiß des gröſſern Schnitz DAEB gemacht wird) gröſſer ſeye/ als der rechte ∠ b → c/ ſo von denen geraden BD/ und AD iſt gemacht worden: die Urſach iſt begreifflich/ weilen zu dieſen noch das hohle Umbkreiß-Stück DA darzu kommen iſt.

V.

Alſo iſt der eine ∠ (welcher auff der geraden BD/ und mit dem Umbkreiß des kleinern Schnitz DCB beſchloſſen wird) kleiner/ als der rechte ∠ c → d/ welcher von denen zwo geraden BD/ DF iſt gemacht worden: die Urſach iſt ſichtbarlich/ indeme der gebogene Umbkreiß den rechten ∠ c → d nicht gar außfüllet.

Folge deß erſten Theils.

In einem jeden △ iſt ein ſolcher Winckel/ welcher ⌐⌐ iſt/
denen zweyen übrigen Winckeln ein rechter Winckel.



Die XXXII. Vorgab. Betrachtung.

Wenn eine gerade Lini (AB) einen Zirckel (CDEFG) anrühret / und von dem Anrührungs-Punct (C) eine andere gerade Lini (CE) / welche den Zirckel durchſchneidet (als wie in E) gezogen wird: ſo ſeynd die Winckeln / welche ſothane Lini mit der anrührenden machet / gleich denen Winckeln / ſo auff der andern Seiten in dem Zirckel-Schnitt ſtehen / (das iſt / der Winckel c → d iſt gleich dem Winckel e / und der Winckel a → b iſt gleich dem Winckel f.)

Zwey Fälle können ſich hierinnen begeben.

I.

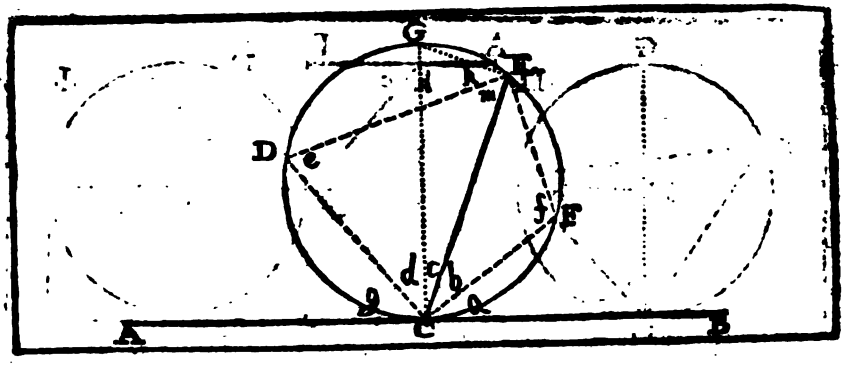
Wenn die Lini CE durch den Mittel-Punct G gehet.

Beweiß.

So iſt klar / daß die ∠ e / und f / ſo in dem halben Umbkreiß ſtehen / beyde rechte ſeynd. d. 31. 3.
die ∠ a → b / und c → d ſeynd auch beyde rechte. d. 13 3.
Darumb wird der ∠ c ⊓ ſeyn dem ∠ c → d.
oder der ∠ f wird ⊓ ſeyn dem ∠ a → b.

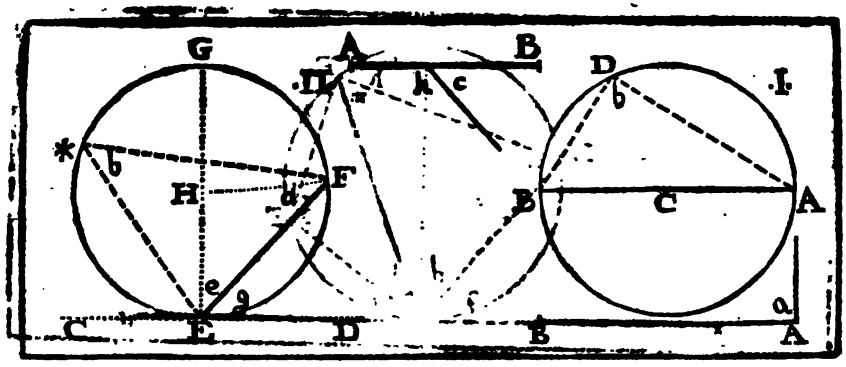
II.

Wenn aber die Lini CE nicht durch den Mittel-Punct G gehet / ſondern auff eine andere Seiten hinauß / als wie in E.



Alsdann erhöhe auß C die ⊥ CG/ und hange GE zusammen.
Mache hernachmal in denen zweyen Schnitzen CD GE/ und CFE
nach Gefallen die ∠ e/ und f.
Weilen in dem △ CGE der ∠ h → m ein rechter ist/ d. 31. 3.
so seynd auch die übrige zween ∠ G und c ⊓/ einem rechten. d. 32. Cor. 3.
Unterdessen ist der ∠ c → b → a auch ⊓ einem rechten. d. d. Hand.
Dahero werden die zween ∠ G → c ⊓ seyn/ dem ∠ c → b → a.
Wenn man nun beyderseits den gemeinen ∠ c darvon abziehet/
So wird überbleiben der ∠ G ⊓/ dem ∠ b → a.
Der ∠ G aber ist ⊓ dem ∠ e (dann sie in einerley Schnitze
CDGE stehen. d. 21. 3.
Darumb wird der ∠ e ⊓ seyn/ dem ∠ b → a.
Ferners/ weilen GEFC/ als eine vierseitige Figur
in dem Zirckel eingeschrieben ist/
So werden die zween gegenüber stehende ∠ G/ und f ⊓/
seyn zween rechten ∠. d. 22. 3.
Die zween ∠ c → b → a/ und d → g aber/ seynd auch ⊓ zween
rechten ∠. d. 13. 1.
Dahero seynd die ∠ G/ und f ⊓/ denen zween ∠ c → b → a/
und d → g.
Der ∠ G aber ist schon bewiesen worden ⊓/ dem ∠ b → a. d. d. Vorg.
Wenn man beyderseits [illegible] gleiche ∠ G/ und b → a abziehet/
So wird überbleiben der ∠ f ⊓ dem ∠ c → d → g.

Welches zu beweisen ware.



Die XXXIII. Vorgab. Handgriff.

Auff einer vorgegebenen geraden Lini (AB) ein Zirckel-Schnitz zu beschreiben / in welchem ein Winckel / der einem andern vorgegebenen geradtlinischen (a) gleich seye / stehen kan.

Drey Fähle hat diese Vorgab.

Fig. I. Handgriff.

Wenn der vorgegebene ∠ a ein rechter Winckel ist.

So zertheile nur die gleichgenommene gerade Lini AB in Mitten C. — d. 10. 1.

Schreibe hernach mit der Weite AC / oder BC einen halben Zirckel-Kreiß.

Mache darein an den halben Umbkreiß BDA nach Gefallen den ∠ b / so ist es gethan.

Beweiß.

Dann Theilen der ∠ b in halbem Zirckel-Kreiß stehet. — d. d. Hand.

So ist der ∠ b ein rechter / und dahero ⊓ dem ∠ a. — d. 31. 3.

Fig. II.

Wenn der vorgegebene ∠ c ein scharffer Winckel / und die Länge der vorgegebenen Lini AB ist.

Handgriff.

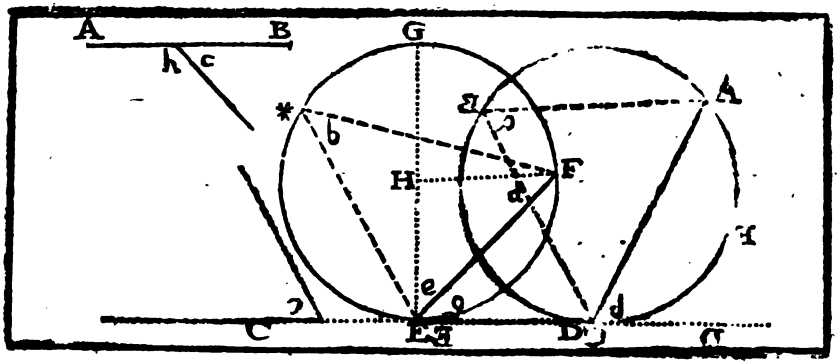
Ziehe nach Gefähr die gerade CD. — d. 23. 1.

Darauff mache den ∠ FED / oder den ∠ g ⊓ / dem ∠ c / und EF ⊓ / der AB. — d. 11. 1.

Auß dem Punct E erhöhe auff der Lini CD die ⊥ EG.

Mache den ∠ d ⊓ / dem ∠ c. — d. 23. 1.

So wird die gezogene FH den Diameter EG im Punct H durchschneiden.



Schreibe auß H mit der Weite HE / oder HF einen Zirckel (dann wegen dergleichen ∠ d / und e werden die zwo Seiten EH / und FH einander ⊓ seyn / und dahero gleich von dem Mittel-Punct H abstehen / und der gezogene Kreiß / so wohl durch das Ende E / als durch das Ende F gehen).

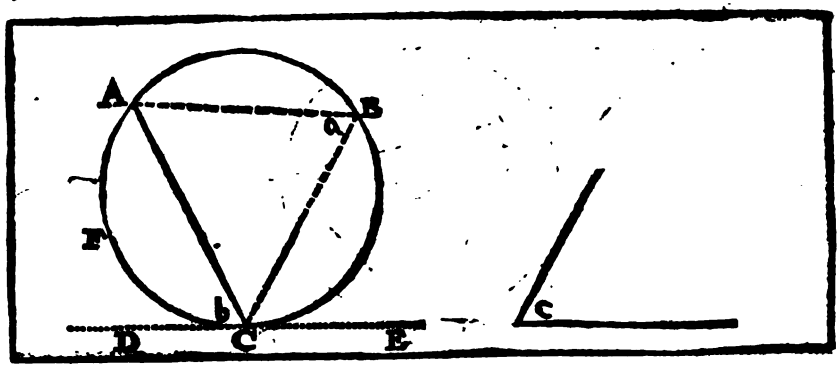
Nun sage ich / daß in dem Schnitz E * GF ein jeder nach Gefallen genommener Winckel / gleich wie der ∠ b / ⊓ seye / dem vorgegebenen ∠ c.

Beweiß.

Der ∠ b ist ⊓ dem ∠ g. h. 32. 3.
der ∠ g ist ⊓ gemacht worden dem ∠ c.
Darumb wird auch der ∠ b ⊓ seyn / dem ∠ c.

III.

Solte letzlich der vorgegebene Winckel ein stumpffer ∠ seyn / gleich wie der △ h.
So ist eben darzu der vorgehende Handgriff / und Beweiß anzuwenden / damit der Winckel FED ⊓ / dem ∠ h möge verfertiget werden.
Welches zu machen wäre.



Die XXXIV. Vorgab. Handgriff.

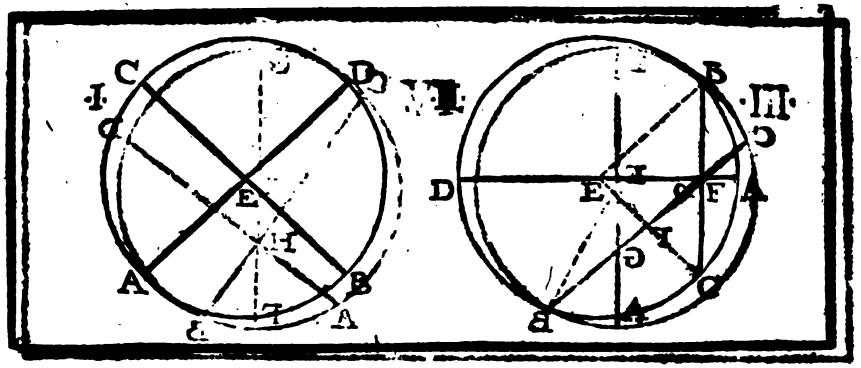
Von einem vorgegebenen Zirckel (ABCF) einen Schnitz (ABC) abzuschneiden/ in welchem Schnitz ein Winckel (gleich wie a) stehen kan/ der einem vorgegebenen geradlinischen Winckel (c) gleich sey.

Handgriff.

Ziehe die anrührende DE/ d. 17. 3.
Mache auff dem Anrührungs-Puncten C den
∠ b ∏ dem vorgegebenen ∠ c. d. 23. 1.
Die gezogene gerade AC wird als dann den Zirckel-Schnitz
ABC machen/ in welchem ein Winckel nach Gefallen
(gleich wie der ∠ a) stehen kan/ so gleich einem andern
vorgegebenen geradlinischen ∠ c seyn werde.

Beweiß.

Der ∠ a ist ∏/ dem ∠ b. d. 32. 3.
Der ∠ b aber ist ∏ gemacht worden/ dem ∠ c. d. d. Hand.
Darumb wird der ∠ a in dem Stück ABC auch ∏
seyn/ dem vorgegebenen ∠ c.
Welches zu machen ware.



Die XXXV. Vorgab. Betrachtung.

Wenn ſich in einem Zirckel (ABCD) zwo gerade Linien (AB/ CD) einander durchſchneiden: ſo wird die Winckel-rechte Figur/ welche von denen zweyen Theile (AE/ ED) der einen Lini (AD) gemacht iſt/ gleich ſeyn der Winckel-Rechten Figur/ welche von denen zweyen Theile (CE/ EB) der andern Lini (CB) begriffen wird.

Vier unterſchiedene Fähle findet man in dieſer Vorgab.

Beweiß I. Fig. I.

Wenn ſich die zwey Linien AD/ BC juſt in Mittel-Punct E einander durchſchneiden.

So iſt klar/ daß die vier gerade Linien AE/ ED/ und CE/ EB einander gleich ſeynd.

Dahero wird das □ auff AE ſeyn/ dem □ auff EB

Fig. II.

Wenn nur die eine / als wie AD/ durch den Mittel-Punct E gehet/ und die andere BC/ auſſer den Mittel-Punct gleich entzwey theilet/ nemlich im Punct F.

Ziehe alsdann EB/ und EC zuſammen:

So iſt der ∠ a erſtlich ein rechter Winckel.

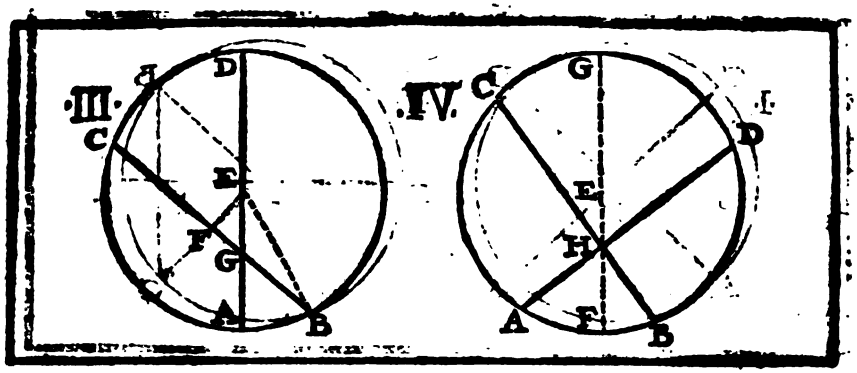
Hernach / weilen die Lini AD in zwey gleiche Theile in E/ und in zwey ungleiche Theile in F zertheilet iſt:

ſo wird das □ DFA ſambt dem □ auff der Mitten EF □ ſeyn / dem □ auff halben von AA das iſt auff EA/ oder EB.

Das □ aber auff EB iſt □ denen □ auff EF/ und FB.

Wenn man beyderſeits das gemeine □ auff EF abziehet/

So wird überbleiben das □ DF auff FA dem □ auff FB/ (dann FB □ iſt gegeben worden der FC).

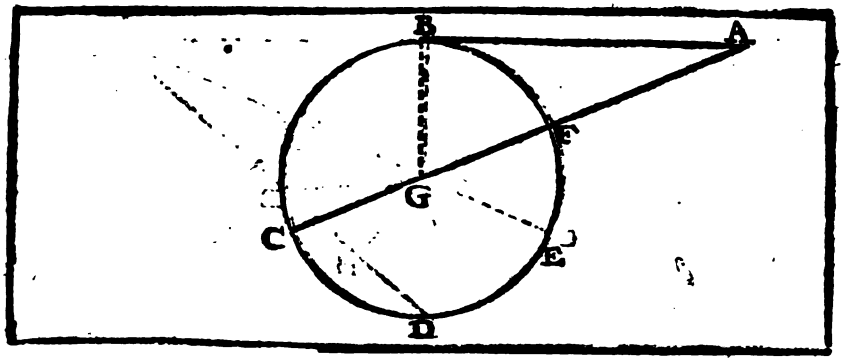


III.

Wenn aber eine/ als wie AD durch den Mittel-Punct E gehet/
und zertheilet die andere in ungleiche Theile/ als wie im
Punct G.
So lasse auß dem Mittel-Punct E die ⊥ EF auff die Lini GE fahlen. d. 12. 1.
welche hierdurch geradt entzwey werde getheilet seyn. d. 3. 3.
Hange EB zusammen/
Nun ist das ▭ CGB sambt dem □ auff FG / ⊓
dem □ auff FB. d. 5. 2.
setze hinzu beyderseits das gemeine □ auff FE/
So wird das ▭ CGB sambt denen □ auff FG
und FE ⊓ seyn/ denen zwey □ auff FB / und FE.
Denen zwey □ auff FB / und FE ist aber ⊓ / das □ auff EB. d. 47. 1.
und denen zwey □ auff FG / und FE ist ⊓ / das □ auff EG. d. dieselbe.
Darumb wird das ▭ CGB sambt dem □ auff EG ⊓
seyn / dem □ auff EB / oder auff dergleichen EA. d. 15. def. 1.
Unterdessen ist dem □ auff EA ⊓ / das ▭ DGA
sambt dem □ auff EG. d. 5. 2.
Dahero wird das ▭ CGB sambt dem □ auff EG ⊓ seyn/
dem ▭ auff DGA sambt dem □ auff EG.
Nehme hinweg beyderseits das gemeine □ auff EG
So wird überbleiben das ▭ CGB ⊓ / dem ▭ DGA.

IV.

Wenn aber gar keine Lini durch den Mittel-Punct E gehet/
sondern sich beyde einander ungleich in H durchschneiden;
Alsdann ziehe durch den Durchschnitz-Punct H den Diameter FHG/
so wird das ▭ DHA ⊓ seyn/ dem ▭ GHF. d. d. 3. Fahl.
Das ▭ GHF ist aber ⊓ / dem ▭ CHB: eben d. d. 3. Fahl.
Darumb wird das ▭ DHA auch ⊓ seyn / dem ▭ CHB. d. 21. 1. 1.
Welches zu beweisen ware.



Die XXXVI. Vorgab. Betrachtung.

Wenn ausserhalb eines Zirckels (BCDEF) ein gewisser Punct nach Gefallen (gleich wie in A) genommen wird / und von selben zwo gerade Linien zu dem Zirckel gezogen werden / deren eine (AC) den Zirckel durchschneidet / die andere aber (AB) den Zirckel nur anrühret: so wird die Winckelrechte Figur / welche gemacht ist von der gantzen durchschneidenden (CFA) / und dem äussern Zirckel (FA) von dem Punct auß / biß an den Umbkreiß / gleich seyn / dem Quadrat / welches auff der anrührenden (BA) gemacht wird.

Zwey Fähle können allhier vorkommen.

I.

Wenn die durchschneidende CFA durch den Mittel-Punct G gehet;

Alsdann ziehe GB zusammen.

Beweiß.

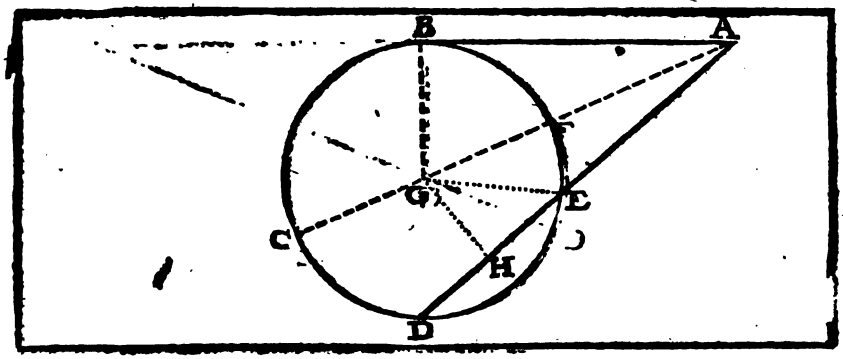
Weilen die gerade Lini CF in zwey gleiche Theile in G zerschnitten / und ihr eine andere gerade Lini FA ist daran gestossen worden.

So wird das ▭ CAF sambt dem □ auff FG / oder dergleichen GB ⊓ seyn / dem □ auff GA. } d. 15. def. 1. d. 6. 2.

das □ auff GA aber / ist ⊓ / denen zwey □ auff GB / und BA. d. 47. 1.

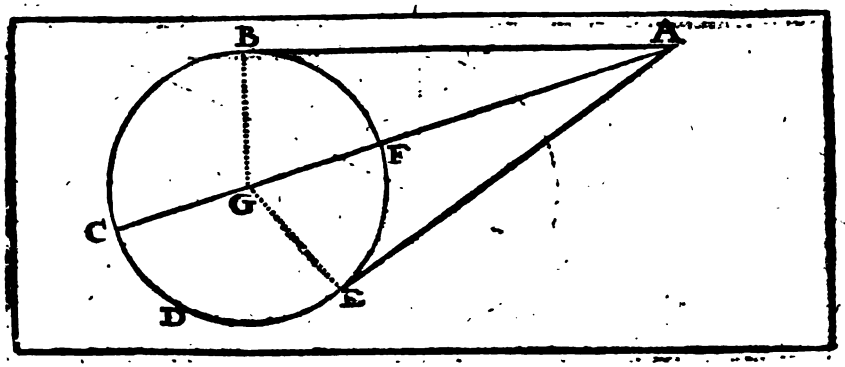
Wenn man beyderseits das gemeine □ auff GB abziehet /

So überbleibet das ▭ CAF ⊓ / dem □ auff BA.



II.

Wenn die gerade DA nicht durch den Mittel-Punct G gehet/
So ziehe durch den Mittel-Punct G die gerade CA/
und hange G/E; und G/B zusammen.
Hernach auß G lasse herunter die ⊥ GH auff die Lini DA fallen. d. 12. 1.
durch welche die Lini DE gleich entzwey im Punct H zertheilet wird d. 3. 3.
Weilen nun das ▭ DAE sambt dem □ auff HE ⊓ d. 6. 2.
ist/ dem □ auff HA.
Wenn man beyderseits das gemeine □ auff HG hinzu setzet;
So wird das ▭ DAE sambt denen □ auff HE/ und HG
⊓ seyn/ denen zwey □ auff HA/ und HG.
Denen □ auff HE/ und HG ist unterdessen ⊓/ das □ auff GE/ d. 47. 1.
und denen □ auff HA/ und HG ist ⊓/ das □ auff GA/ d. d. 4lb.
Dahero wird das ▭ DAE sambt dem □ auff EG ⊓
seyn/ dem □ auff GA.
Unterdessen ist das ▭ CAF sambt dem □ auff GF/
oder (dergleichen GE) auch ⊓/ dem □ auff GA. d. 6. 2.
Deßwegen wird das ▭ DAE sambt dem □ auff GE
⊓ seyn/ dem ▭ auff CAF/ sambt dem □ auff GE. d. 1. ax. 2.
Ziehe darvon beyderseits das gemeine □ auff GE/
So wird überbleiben das ▭ DAE ⊓/ dem ▭ CAE.
Das ▭ CAF ist aber ⊓/ dem □ auff BA/ d. d. Vor.
Folget/ daß auch das ▭ DAE ⊓ seyn/ dem □ auff BA.
Welches zu beweisen war.



Folge I.

Wenn in einem Punct ausserhalb deß Zirckels etliche durchschneidende gezogen werden: so werden alle diese Winckelrechte Figuren/ welche auff jedweder gantzen durchschneidenden und seinen ausseren Theil von dem Umbkreiß/ biß an dem Punct gemacht werden/ einander gleich seyn.

II.

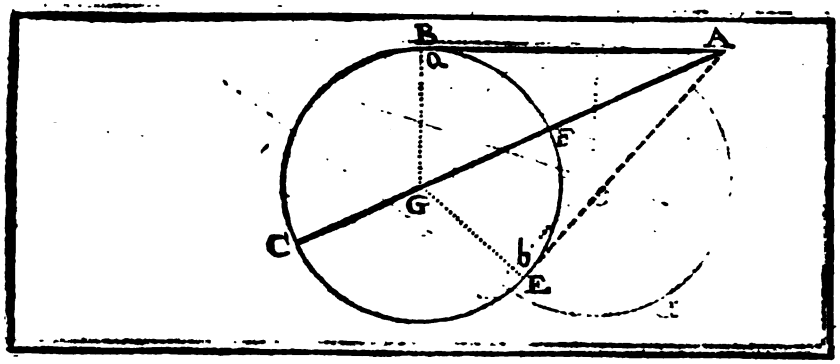
Wenn zwey anrührende Linien BA/ EA: in einem Punct A gezogen werden: so werden solche Linien einander ∩ seyn/ das ist BA/ wird gleich seyn der EA.

III.

Auß einem Puncten ausserhalb deß Zirckels/ können nicht mehr/ dann zwo gerade Linien AB/ AE gezogen werden/ welche den Zirckel berühren.

IV.

Wenn zwey gleiche Linien auß einem Punct ausserhalb deß Zirckels in dem gebogenen Umbkreiß gezogen werden/ deren eine den Zirckel berühret/ so wird auch die andere denselben berühren.



Die XXXVII. Vorgab. Betrachtung.

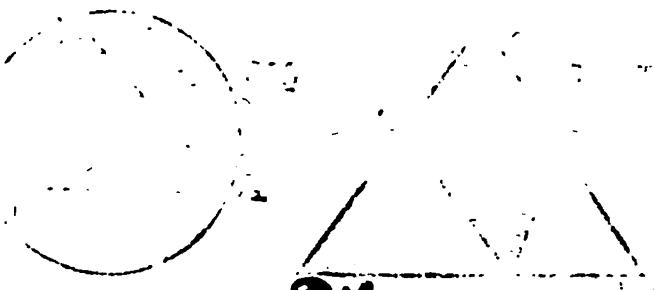
Wenn auſſerhalb eines Zirckels ein Punct (als hie A.) genommen wird/ und von ſolchem zwo gerade Linien gezogen werden/ deren die eine (BA) im auſſern Umbkreiß fahlet/ die andere (AC) aber den Zirckel durchſchneidet: und ferners das Quadrat auff dieſer einfallenden (BA) gleich iſt/ der Winckelrechten Figur / welche auff der gantzen durchſchneidenden (CA) und ſeinem außwendigen Theil (FA) gemacht wird: ſo wird die einfallende Lini (AB) den Zirckel berühren.

Zubereitung.

Auß A ziehe die anrührende Lini AE. d. 17. 3.
Hange G/ E; und G/ B zuſammen.

Beweiß.

Das □ auff AE iſt ∏/ dem ▭ CAF. d. 36. 3.
dem ▭ CAF aber iſt ∏/ das □ auff BA. d. d. Vorg.
Dahero wird das □ auff AE ∏ ſeyn / dem □ auff BA/ d. 1. ax. 1.
und folgends die Seiten AE ∏ ſeyn/ der Seiten BA. d. 4. an. 46. 1.
Die Seiten GB iſt auch ∏/ der Seiten GE/ d. 15. def. 1.
und die Baſis GA iſt beyden △ gemein.
Darumb wird der △ GBA ∏ ſeyn / dem △ GEA. d. 8. 1.
Ferner iſt der ∠ b ein rechter Winckel } d. 18. 3.
Folget/ daß auch der ∠ a ein rechter Winckel ſeye/ } und Zuß.
Deßwegen wird die Lini AB den Zirckel anrühren. d. Cor. 16. 3.
Welches zu beweiſen ware.

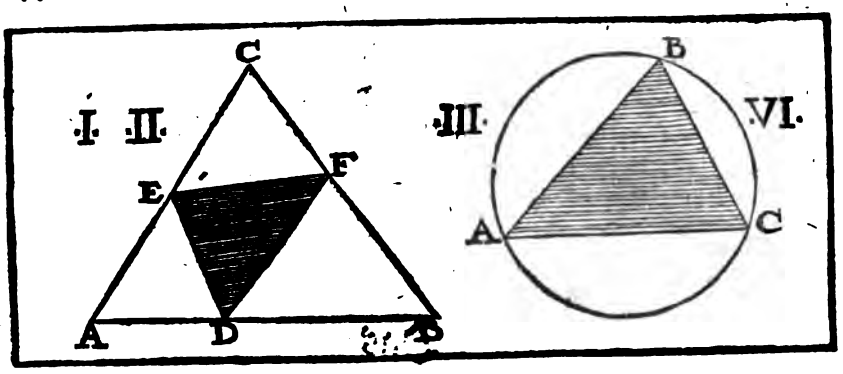


Das

Vierte Buch

Deß Teutsch-redenden

Euclides.



Wort-Erklärungen.

I.

Man sagt/ daß eine geradtliniſche Figur in einer andern geradtliniſchen Figur seye recht eingeſchrieben/ wenn jede Winckel der innern/ jede Seiten der äuſſern Figur berühret.

Alſo iſt in dem △ ACB der △ EFD recht eingeſchrieben/ Dann die drey ∠ D/ E/ F/ die drey Seiten AB/ AC/ CB deß △ ACB berühren. Fig. I.

II.

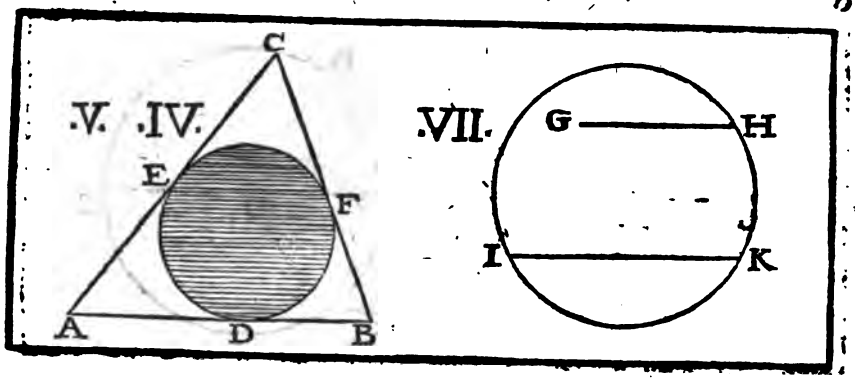
Gleicherweiſe ſagt man/ daß eine geradtliniſche Figur umb eine andere geradtliniſche Figur seye recht beſchrieben/ wann jede Seiten der äuſſern jede Winckel der innern Figur berühret: als wie der Triangel ABC iſt recht umbſchrieben umb den Triangel DEF. Fig. II.

III.

Eine geradtliniſche Figur aber wird recht in einem Zirckel eingeſchrieben/ wenn alle Winckeln ſolcher Figur den inwendigen Umbkreiß deß Zirckels anrühren. Fig. III.

IV.

Herentgegen iſt eine geradtliniſche Figur recht umb einen Zirckel beſchrieben/ wenn alle Seiten ſolcher Figur deß Zirckels äuſſerlichen Umbkreiß anrühren. Fig. IV.



V.

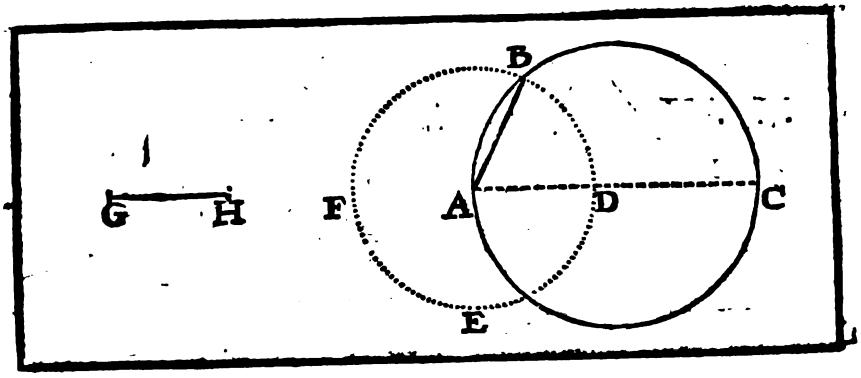
Man ſaget auch/ daß ein Zirckel in ein geradtliniſche Figur recht eingeſchrieben ſeye/ wenn er mit ſeinem Umbkreiß alle Seiten ſolcher Figur anrühret / als wie DEF. Fig. V.

VI.

Ein Zirckel aber iſt umb eine geradtliniſche Figur recht beſchrieben / wenn er mit dem innern Umbkreiß alle Winckeln ſolcher Figur anrühret. Fig. VI.

VII.

Eine gerade Lini im Zirckel geſtölter / iſt genant/ wenn derſelben beyde Ende den innern Umbkreiß deß Zirckels anrühren;
Alſo iſt die Lini IK/ in dem Zirckel geſtölt/ nicht aber die Lini GH.



Die I. Vorgab. Handgriff.

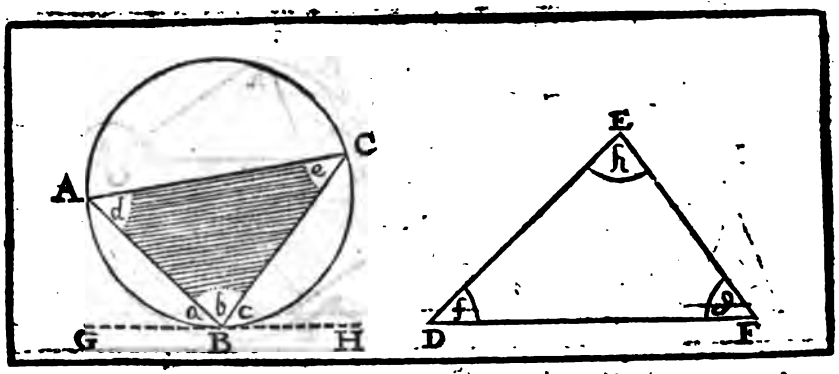
In einem vorgegebenen Zirckel (ABC) eine gerade Lini (AB) zu stehlen/ welche gleich seye/ einer andern vorgegebenen geraden Lini (GH); diese aber muß nicht gröſſer seyn/ als deß vorgegebenen Zirckels Diameter (AC).

Handgriff.

Ziehe in dem Zirckel den Diameter ADC:
Und wenn die gegebene Lini GH ⊓ wäre/ dem Diameter/ so würde diese Vorgab schon verfertiget seyn/
Seye aber GH kleiner/ als der Diameter ADC.
Mache dahero das Stück AD ⊓/ der Lini CH: d. 3. 1.
Auß A mit der Weite AD schreibe den Zirckel DEF/ welcher den ersten in dem Punct B durchschneide.
Ziehe AB zusammen;
So wird die Lini AB ⊓/ der Lini GH in dem Zirckel ABC gestelt seyn.

Beweiß.

Die Lini AB ist ⊓/ der Lini AD. d. 15. def. 1.
AD ist aber ⊓ gemacht worden/ der Lini GH. d. d. Hand.
Darum wird die Lini AB auch ⊓ seyn/ der Lini GH.
Unterdessen berühren beyde Ende A/ und B den innern Umbkreiß deß Zirckels ABC sichtbarlich.
Dahero ist die AB/ oder GH in dem Zirckel ADC gestelt worden. d. 17. def. 4.
Welches zu machen ware.



Die II. Vorgab. Handgriff.

In einem vorgegebenen Zirckel (ABC) einen Triangel (ABC) einzuſchreiben/ deſſen drey Winckeln inſonderheit gleich ſeynd/ dreyen andern Winckeln/ eines andern vorgegebenen Triangels (DEF).

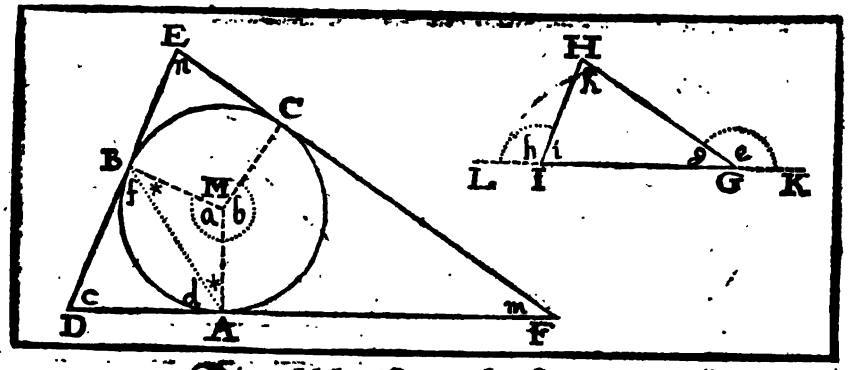
Handgriff.

Ziehe nach Gefallen die anrührende GH/ welche den Zirckel ACB im Punct B berühre. d. 16. 3.
Mache den ∠ a ⊓/ dem ∠ f/ und ziehe BA in dem Umbkreiß d. 23. 1.
Mache auch den ∠ c ⊓/ dem ∠ g/ und ziehe BC in dem Umbkreiß.
Hange letztlich A/ C zuſammen/ ſo iſt es verfertiget.

Beweiß.

Der ∠ e iſt ⊓/ dem ∠ a. d. 32. 3.
Der ∠ a aber iſt ⊓ gemacht worden/ dem ∠ f. d. d. Hand.
Dahero wird der ∠ e auch ⊓ ſeyn/ dem ∠ f.
Auff ſolche Weiſe iſt auch der ∠ d ⊓ dem ∠ g.
Und folgends wird der dritte ∠ b ⊓ ſeyn/ dem ∠ h. d. 1. Cor. 32. 1.
Alſo ſeynd in dem △ ABC die drey Winckel inſonderheit ⊓/ denen drey Winckeln inſonderheit deß △ DEF:
Der △ ABC iſt auch in dem Zirckel eingeſchrieben. d. 3. def. 4.
(dann alle drey Winckeln den Zirckel inwendig ſichtbarlich berühren).

Welches zu machen ware.



Die III. Vorgab. Handgriff.

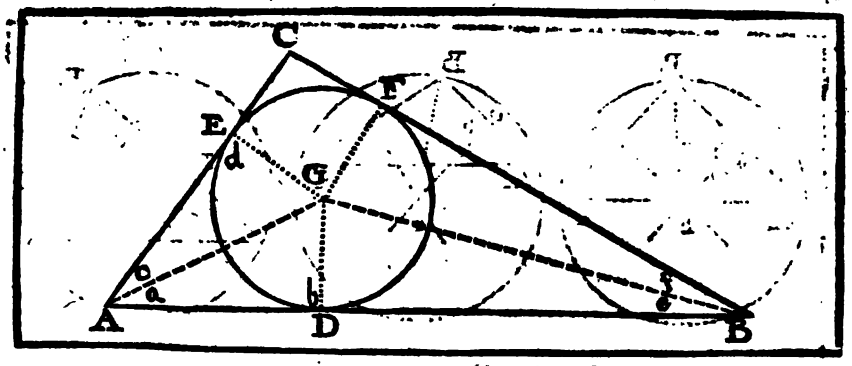
Umb einen vorgegebenen Zirckel (ABC) einen Triangel (DEF) zu schreiben/ deſſen drey Winckel inſonderheit gleich ſeynd/ andern dreyen Winckeln inſonderheit/ eines andern vorgegebenen Triangels (GIK).

Handgriff.

Verlängere die Seiten GI zu beyden Seiten in L/ und K nach Gebühr/
Hernach ziehe auß dem Mittel-Punct M deß Zirckels ABC.
bis gerade Lini MB nach Geſchr.
Mache den ∠ a ⊓/ dem ∠ e/ und den ∠ b ⊓ dem ∠ h. p. 23. 1.
Ziehe ferners am Ende deren drey Linien MB/ MA/ MC die anrührende Linien DE/ DF/ FE/ welche ſich letztlich werden zuſammen ſtoſſen/ und den △ DEF geſtalten.
Deſſen drey Winckeln inſonderheit ⊓ ſeynd/ denen drey Winckeln inſonderheit deß △ GHI.

Uberſetzung. Ziehe B und A zuſammen. 7. P.

Beweiß. Jetzund ſtehet zu beweiſen/ daß die drey Linien ſich endlich zuſammen ſtoſſen/ und einen △ geſtalten müſſen.
Dann die überzwergs gezogene Lini AB die zwey ∠ f und d ⌐ macht/ als zwey rechte ∠.
(maſſen der ∠ f + ✱/ und d + ✱ 2 rechte ſeynd gemacht worden.) d. d. Hand.
Daher werden die zwey anrührende Seiten ED und DF gegen D nothwendig zuſammen kommen. d. 11. ax.
Eben dieſes iſt von denen zwey andern Seiten zu ſagen.
Alſo werden ſie endlich den △ DEF geſtalten müſſen/ d. d. Hand.
Welcher umb den Zirckel ABC recht umbſchrieben iſt. und 4. def. 4.
Weiters/ indeme in der vierſeitigen Figur BMAD die zween ∠ f + ✱/ und d + ✱ zween rechte Winckeln ſeynd. d. 28. 3.
So werden auch die übrige zween ∠ a und c ⊓ ſeyn zween rechten ∠. d. 1. anm. 32. 1.
Unterdeſſen ſeynd auch die zween ∠ g und e ⊓ zween rechten Winckeln. d. 32. 1.
Dahero werden die 2 ∠ a und c ſamentlich ⊓ ſeyn/ denen 2 ∠ g uñ c ſamentlich.
Wenn man aber beyderſeits die gleiche ∠ a und c darvon ziehet/
So wird überbleiben der ∠ c ⊓/ dem ∠ g.
Auff dieſe Beweiß-Art wird auch der ∠ m ⊓ ſeyn/ dem ∠ i.
Und letztlich der ∠ n ⊓/ dem ∠ k. Welches zu machen ware. d. 1. Cor. 32.



Die IV. Vorgab. Handgeiff.

In einem vorgegebenen Triangel (ABC) einen Zirckel (DEF) zuſchreiben.

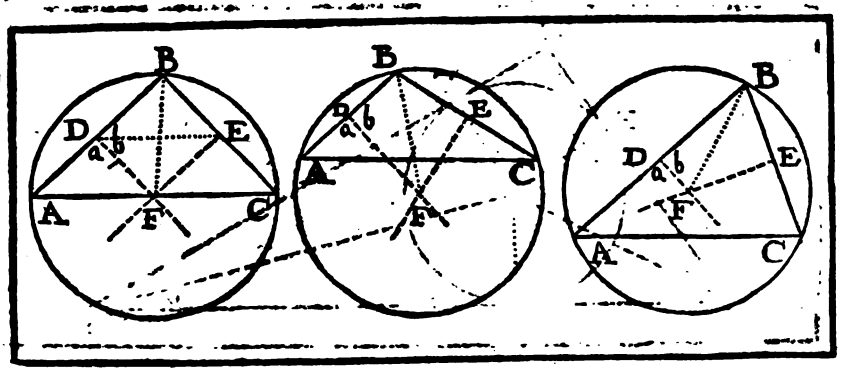
Handgriff.

Zertheile geradt entzwey die zween ∠ c + a/ und f + e. — 9. 1.
mit denen geraden Linien AG/ und BG/ welche ſich nothwendig in einen Punct/ gleich wie in G/ werden zuſammen ſtoſſen/ — 11. Ax. 1.
Auß dem Punct G ziehe die drey Linien GE/ GD/ GF/ welche auff denen dreyen Seiten AC/ AB/ BC ℞ ſtehen/ — 12. 1.
Alsdann ſchreibe auß dem Punct G mit der Weite GD/ den Zirckel DEF/ welcher auch durch die zween Puncten D/ und F gehen/ und die drey Seiten deß △ ABC anrühren werde. Und dahero iſt der Zirckel DEF eingeſchrieben. — 3. 4. def.

Beweiß.

In dem △ GDA ſeynd die zwey ∠ b/ und a ⊓/ denen zwey ∠ d/ und c in dem △ GEA: und die Seiten AG iſt beyden △ gemein. — 5. d. Hand.
Darumb wird auch die Seiten GD ⊓ ſeyn/ der Seiten GE: — 26. 1.
Eben auff ſolche Art wird bewieſen/ daß FG ⊓ ſeye/ GE/ und deßwegen ſeynd alle drey Linien EG/ DG/ und FG einander gleich. — 1. Ax. 1.
Unterdeſſen hat man mit der Weite GD einen Zirckel geſchrieben/ welcher die Seiten AB berühret hat.
Folget/ daß auch nothwendig durch die andere zwey äuſſerſte Puncten B/ und F der Zirckel gehen/ und dahero die andere zwey Seiten anrühren muß.

Welches zu machen war.



Die V. Vorgab. Handgriff.

Umb einen jeden vorgegebenen Triangel (ABC) einen Zirckel zu schreiben.

Handgriff.

Zertheile nach Gefallen zwey Seiten / als wie AB/ BC in mitten entzwey in denen Puncten D/ E: I. 10. I.

Auß denen Puncten D/ und E ziehe die zwo gerade Linien / DF/ und EF/ welche auff denen Seiten AB/ BC I. stehen;

Diese zwo I. hernach / werden nohtwendig in einen Punct gleich wie F zusammen kommen müssen / welches im Anfang der dritten Vorgab dieses Buchs schon genugsam ist bewisen worden. d. 11. 12. I.

Letztlich auß dem Punct F mit der Weite FA schreibe einen Zirckel ABC/ welcher mit seinem Umbkreiß auch die andere zween Winckeln anrühren werde. Und dahero ist umb den △ ein Zirckel beschrieben worden. d. 6. def. 4.

Ziehe vorhero F/ B zusammen.

Beweiß.

In dem △ BFD ist die Seiten BD ⊓ / der Seiten DA im △ AFD, d. d. Hand.

Und die Seiten DF ist beyden △ gemein.

Und der ∠ b ⊓ / dem ∠ a. d. d. Hand.

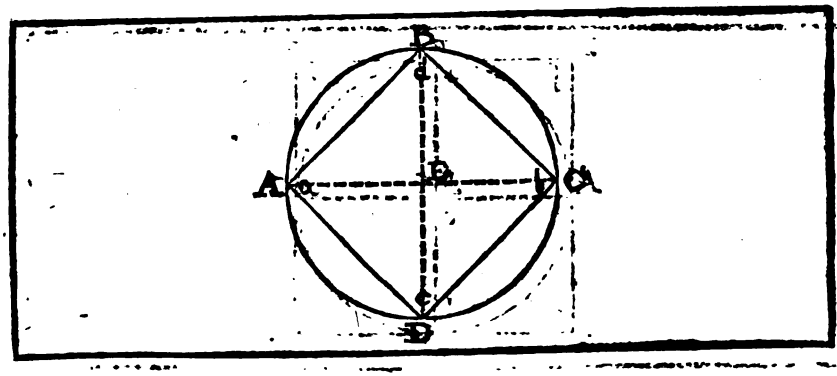
Folget/ daß auch die Seiten BF ⊓ seye / der Seiten AF: d. 4. I.

Nach der gleichen Beweiß-Art/ wird auch FC ⊓ seyn der FB:

Dahero seynd alle drey Linien FA/ FB/ FC einander gleich/ d. 1. 22. I.

Und deßwegen gehet der Zirckel / welcher auß dem Punct B mit der Weite AF beschrieben wird/ auch durch die andere zween Puncten BC/ und also berühret er alle drey ∠ deß △ ABC.

Welches zu machen ware.



Die VI. Vorgab. Handgriff.

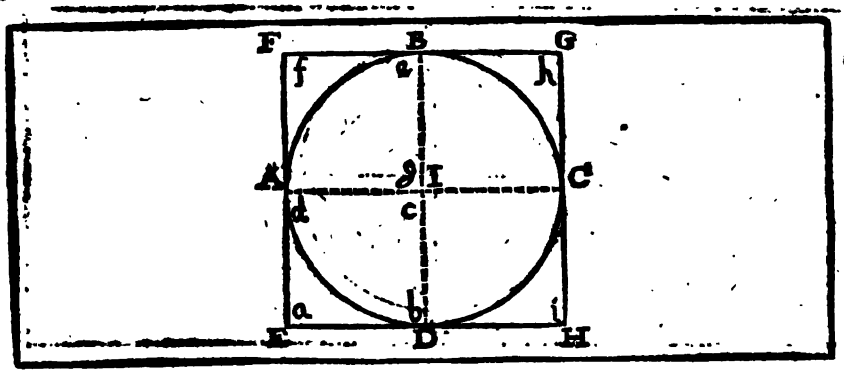
In einem vorgegebenen Zirckel (ABCD) ein Quadrat einzuſchreiben.

Handgriff.

Ziehe die zwey Diameter AC/ BD/ welche ſich in Mittel-Punct E/ ⊥ durchſchneiden. — d. 11. 1.
Hange alsdann AB/ CD zuſammen/
So iſt das □ ABCD in dem vorgegebenen Zirckel verfertiget.

Beweiß.

Dieweilen die vier ∠ ums E rechte ſeynd/ — d. d. Hand.
und die Linien EA/ EB/ EC/ ED einander gleich: — d. 15. def. 1.
Folget/ daß auch die Linien AB/ BC/ CD/ AD einander — d. 14. 1.
werden gleich ſeyn/
Dahero iſt die Figur gleichſeitig.
Nun ſtehen die vier ∠ a/ d/ b/ c
in einem halben Umbkreiß, — d. 31. 3.
Deßwegen werden ſie vier rechte ∠ — d. 29. def. 1.
und die Figur ABCD ein wahrhafftes □ ſeyn/
ſo in dem Zirckel iſt eingeſchrieben worden.
Welches zu machen ware.



Die VII. Vorgab. Handgriff.

Umb einen vorgegebenen Zirckel (ABCD) ein Quadrat zu schreiben.

Handgriff.

Ziehe die zwey Diameter AC/ BD/ welche sich in dem Mittel-Punct I/ d. durchschneiden; — d. 11. 1.

Ziehe hernach / durch die vier äusserste Puncte A/ B/ C/ D die vier anrührende Linien EF/ FG/ GH/ HE/ welche sich nothwendig (wie es in der dritten Vorgab dieses Buchs schon bewiesen worden) in denen vier Puncten E/ F/ G/ H werden zusammen stossen / und daß □ machen. — d. 17. 3. — d. 11. ax. 1.

Beweiß.

Wegen deren zwey rechten ∠ b/ und c/ wird EH ‖ seyn der AC. — d. 28. 1.

Auch wegen deren rechten ∠ e/ und g wird FG ‖ seyn der AC. — d. 28. 1.

Und also EH ‖/ der FG. — d. 30. 1.

Auff solche Weise / weilen auch so wohl EF/ als HG ‖ ist der DB/ so wird eben EF ‖ seyn / der HG.

Dahero ist EFGH ein □/ und zwar ein gleichseitiges. — d. 35. def. 1.

Dann alle vier Seiten EF/ FG/ GH/ und HE seynd ⊥/ dem Diameter. — d. d. Vorg. und 34. 1.

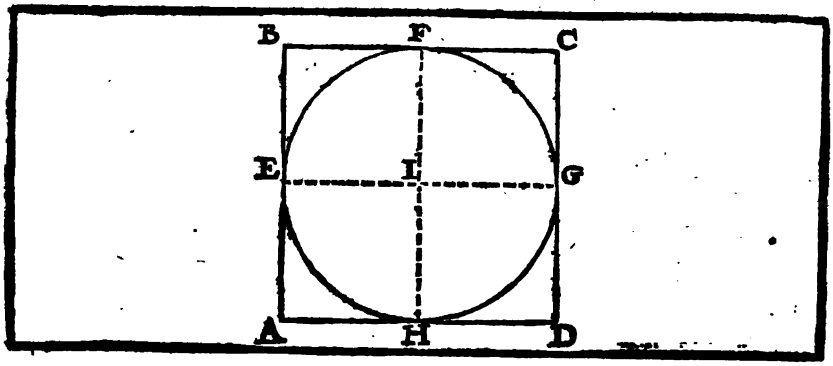
Letzlich / weilen in der vierseitigen Figur AIDE die drey ∠ d/ c/ und b drey rechte seynd gemacht worden.

So wird der vierdte ∠ a auch ein rechter seyn. — d. 1. ax. 32. 1.

und folgends die übrige drey ∠ f/ h/ i in □ EFGH drey rechte seyn. — d. 2. ax. 46. 1.

Dahero man schlieſſet/ daß EH GH ein □ sey/ und daß die vier Seiten (so umb den Zirckel ABCD beschrieben worden) denselben berühren.

Welches zu machen ware.



Die VIII. Vorgab. Handgriff.

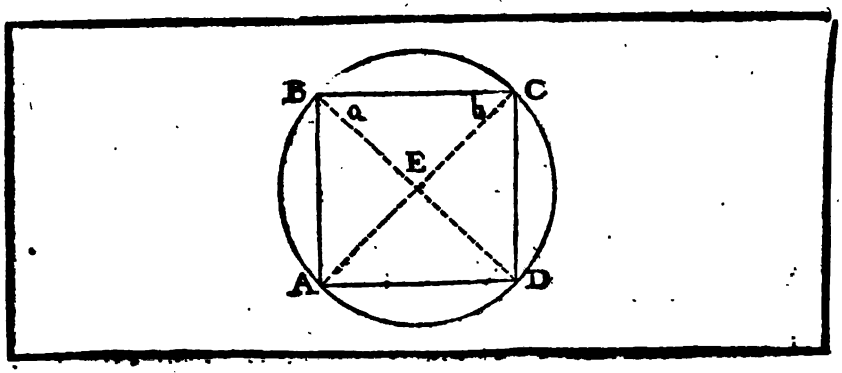
In einvorgegebenes Quadrat (ABCD) einen Zirckel zu ſchreiben.

Handgriff.

Zertheile die vier Seiten AB/ BC/ CD/ DA
in zwey gleiche Theile in denen Puncten E/ F/ G/ H. — d. 10. 1
Hange EG/ und FH zuſammen / welche ſich durchſchneiden
werden in dem Punct I.
Auß I/ als dem Mittel-Punct/ ſchreibe mit der Weite IE
einen Zirckel/ welcher auch die andere drey
Puncten F/G/H anrühren werde: und dahero der Zirckel — d. 5. def. 4.
in das □ eingeſchrieben iſt.

Beweiß.

Die Lini BC iſt ∏ und = / der Lini EG. — d. 33. 1.
Dahero auch die Helffte BF ∏ / und = iſt / der Helffte EI.
Es iſt auch die Lini AB ∏ / und = / der Lini HF. — d. 33. 1.
Dahero auch die Helffte BE ∏ / und = iſt / der Helffte FI.
Deßwegen iſt BFIE ein □. — d. 35. def. 1.
Unterdeſſen iſt EB ∏ / der BF/ — d. d. Hand.
So folget/ daß auch die überſtehende Seiten FI ∏ ſeye der EI. — d. 34. 1.
Auff ſolche Weiſe wird auch GI ∏ ſeyn / der FI: und letzlich HI ∏ /
der IG.
Und dahero alle vier Linien EI/ IF/ IG/ IH einander gleich: — d. 1. ax. 1.
Woraus man ſchlieſſet/ daß der Puncten I der Mittel-Punct ſeye/ — d. 9. 3.
und wenn man auß demſelben Punct mit der Weite IE
einen Zirckel ſchreibet/ ſolcher auch die andere drey Seiten des
□ ABCD in denen Puncten F/G und H berühren werde. — d. 1. Cor. 16. 3.
Welches zu machen ware.



Die IX. Vorgab. Handgriff.

Umb ein vorgegebenes Quadrat (ABCD) einen Zirckel zu schreiben.

Handgriff.

Ziehe die zwey Diameter AC/ BD/ welche sich in dem Punct E durchschneiden werden.

Auß E/ als den Mittel-Punct schreibe mit der Weite EA einen Zirckel/ dieser wird auch die drey übrige Puncten B/ C/ D anrühren. Und dahero wird der Zirckel umb den □ geschrieben werden seyn.

Beweiß.

Dieweilen der ∠ a/ und b zwey halb rechte Winckel seynd/ d. 14. 1.
so wird die Lini EB ⊓ seyn/ der Lini EC. d. 6 1.

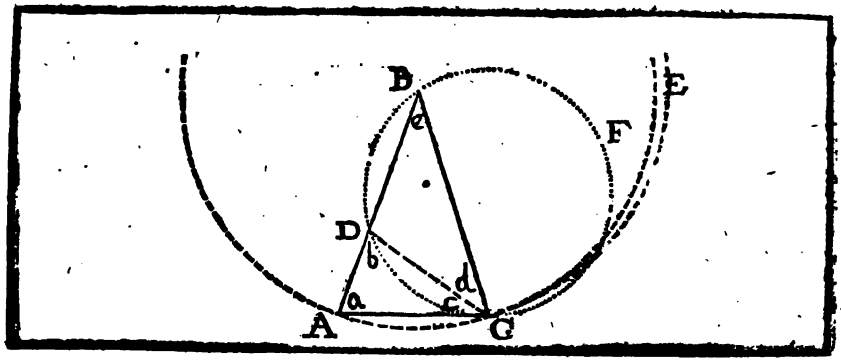
Und auff solche Weise wird auch ED ⊓ seyn der EC/ und EA ⊓ der EB/ das ist/ alle vier Linien EB/ EC/ ED/ EA werden einander gleich seyn. d. 1. ax. 1.

Derohalben wird der Zirckel/ so mit der Weite EA auß dem Punct E geschrieben worden ist/ auch die übrige drey Puncten B/ C/ D anrühren.

Welches zu machen ware.

Anmerckung.

Wann umb den gegebenen Zirckel ein □ geschrieben/ und in denselben Zirckel ein □ eingeschrieben wird: so wird das umbschriebene □ doppelt des eingeschriebenen □ seyn. Die ursach ist/ weilen die Seite deß umbschriebenn □ ⊓ ist/ dem Diameter deß Zirckels/ oder deß eingeschriebenen □ (wie es in der 7. dieses bewiesen ist)/ das □ aber auff den Diameter ist doppelt deß jenen □/ dessen er Diameter ist. d. 47. 1.



Die X. Vorgab. Handgriff.

Einen zwey gleichſeitigen Triangel (ABC) zu machen/ deſſen jeder Winckel insonderheit (a/ oder c + d) beyder Baſis (AC)/ zweymahlen ſo groß ſeye/ als der übrige dritte Winckel (e) bey dem Schpitz (B).

Handgriff.

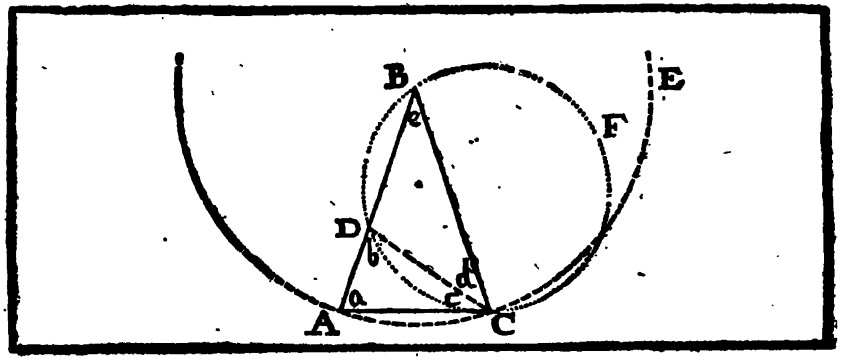
Schreibe nach Gefähr die gerade Lini AB.
Zertheile ſie in dem Punct D alſo; daß das ▭ auff BA/ und DA ⊓ ſeye/ dem □ auff BD. d. 11. 2.
Hernach auß B/ als auß dem Mittel-Punct/ ſchreibe mit der Weite BA einen Zirckel ACE.
Stelle darein die Lini AC ⊓/ dem Stück DB. d. 1. 4.
Hange B/C zuſammen: ſo iſt ein ſolcher △ ABC verfertiget.
Dann der Winckel a/ oder c + d bey der Baſis AC iſt ein jeder inſonderheit zweymahl ſo groß/ als der dritte ∠ e bey der Spitze B.

Zubereitung.

Ziehe zuſammen D/C/ und ſchreibe umb den △ BDC den Zirckel CDBF. d. 5. 4.

Beweiß.

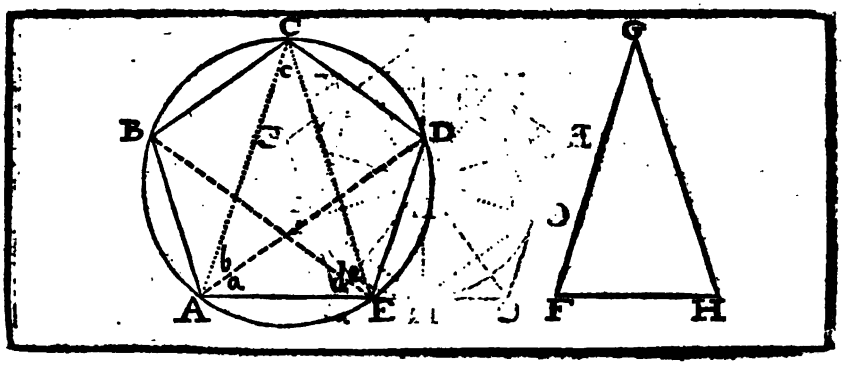
Weilen das ▭ BAD ⊓ iſt/ dem □ auff DB/ oder AC/ (dan AC iſt ⊓ gemacht worden der DB). d. d Hand.
Und die Lini AB den Zirckel CDBF durchſchneidet.
So wird nothwendig die Lini AC ſolchen Zirckel in Punct C anrühren müſſen. d. 37. 3.
Und deßwegen iſt der ∠ c ⊓/ dem ∠ e. d. 32. 3.
Setze unterdeſſen beyderſeits hinzu den gemeinen ∠ d/ ſo wird der ∠ c + d ⊓ ſeyn/ dem ∠ e + d.



Nun iſt aber / der äuſſere ∠ b ∏ / beyden innern ∠ c und d. — d. 32. 1.
Alſo wird auch der ∠ b ∏ ſeyn / dem ∠ c + d.
Unterdeſſen iſt die Lini AB ∏ / der Lini BC. — d. 19. def. 1.
und folgends der ∠ a ∏ / dem ∠ c + d / (oder dem gleichen ∠ b). — d. 5. 1. d. d. Vor.
Dahero wird auch die Lini DC ∏ ſeyn / der Lini AC. — d. 6. 1.
Die Lini AC aber iſt ∏ gemacht worden / der Lini DB. — d. d. Hand.
Darumb wird auch die Lini DB ∏ ſeyn / der Lini DC, — d. 5. 1.
und folgends der ∠ c ∏ dem ∠ d.
Auß dem Vorgehenden aber iſt ſchon bewieſen worden / daß der ∠ b ∏ ſeye / denen beyden ∠ c und d.
Dahero ſchlieſſet man / daß der ∠ b zweymahlen ſo groß ſeye / als der ∠ c / bey der Spitze B.
Der ∠ b aber / iſt auch ∏ bewieſen worden / dem ∠ a (oder dergleichen ∠ c + d.) — d. d. Vor.
Folget dann letztlich / daß auch der ∠ a / oder c + d / ſo nemlich ein jeder inſonderheit / zweymahln ſo groß ſeye / als der ∠ c / bey der Spitze B.
Welches zu machen ware.

Folge.

Wenn ein △ auff ſolche Art geſtaltet iſt / daß die zwey Winckeln bey der Baſis / ein jeder inſonderheit zweymahln ſo groß iſt / als der Winckel bey der Spitze: ſo wird ein ſolcher Winckel bey der Spitze $\frac{1}{5}$ von 2 rechten (oder $\frac{2}{5}$) ſeyn / das iſt / wann ein jeder Winckel bey der Baſis 72 Grad haltet / ſo wird der Winckel bey dem Spitze 36. Grad haben.



Die XI. Vorgab. Handgriff.

In einem vorgegebenen Zirckel (ABCDE) eine fünff-gleichseitige / und fünff-gleicheckichte Figur zu schreiben.

Handgriff.

Mache nach Gefallen einen zwey-gleichseitigen △ FGH: dessen zwey ∠ bey der Basis / jeder insonderheit zweymahlen so groß seye / als der ∠ bey dem Spitz. — 9. 10. 4.

Einschreibe einen solchen △ in den Zirckel ABCDE; gleich wie allhier der △ ACE ist. — 9. 2. 4.

Zertheile die ∠ a → b / und d → e / gerad entzwey / mit denen gezogenen geraden Linien AD / EB an dem Umbkreiß hinein. — 9. 9. 2.

Hange letztlich die Puncten A/B/C/D/E zusammen / so ist es gemacht.

Beweiß.

Weilen die 5 ∠ a/b/c/d/e einander seynd ∏ gemacht worden. — 9. d. Hand.

So werden sie auff gleichen Umbkreiß-Stücken ED/CD/EA/AB BC stehen. — 9. 26. 3.

Dahero werden die Linien ED / CD / EA / BC auch einander ∏ / und die Figur fünff-gleichseitig seyn. — 9. 29. 3.

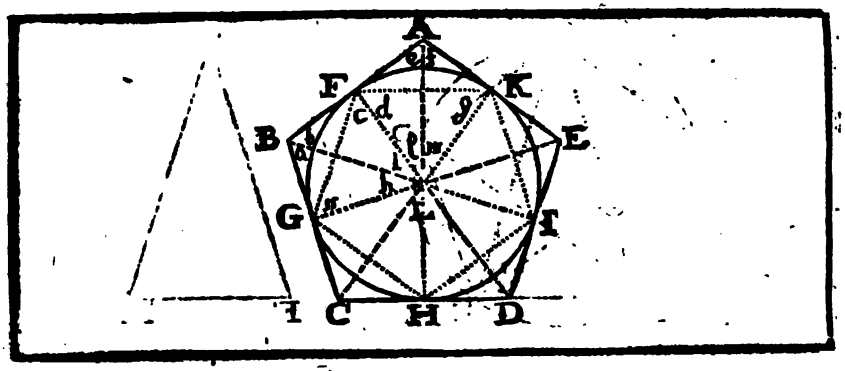
Ferners indeme das Umbkreiß-Stück BC ∏ ist / dem Umbkreißstück DE, (wann man beyderseits hinzu setzet das gemeine Stück BAE) — 9. d. Vor.

So wird das Umbkreiß-Stück CBAE ∏ seyn / dem Stück DEAB.

und folgends der ∠ bey D wird ∏ seyn / dem ∠ bey C. — 9. 27. 3.

Auff solche Weiß werden auch die drey übrige ∠ einander ∏ bewiesen: dahero ist die Figur auch gleich fünff-eckicht.

Welches zu machen ware.



Die XII. Vorgab. Handgriff.

Umb einen vorgegebenen Zirckel (FGHIK) eine gleich-fünffseitige/ und gleich-fünffeckigte Figur zu schreiben.

Handgriff.

Schreibe in dem Zirckel die gleich-fünffseitige/ und gleich-fünffeckichte Figur FGHIK ein. — d. 11. 4.

Ziehe auß dem gefundenen Mittel-Punct L in die fünff Ecke die geraden Linien LF/LG/LH/LI/LK; welche den Umbkreiß deß Zirckels berühren.

Auff sothaner Linien Ende F/G/H/I/K/ der Berührung deß Zirckels/ ziehe die anrührende Linien AB/BC/ CD/DE/EA/ welche sich in denen fünff Ecken A/ B/C/D/E werden zusammen-stossen/ und die verlangte Figur machen/ (wie es in dem vorgehenden schon bewiesen worden ist). — d. 17. 3.

Entzwischen ziehe die Puncten LD/LE/LA/LB/LC zusammen.

Beweiß.

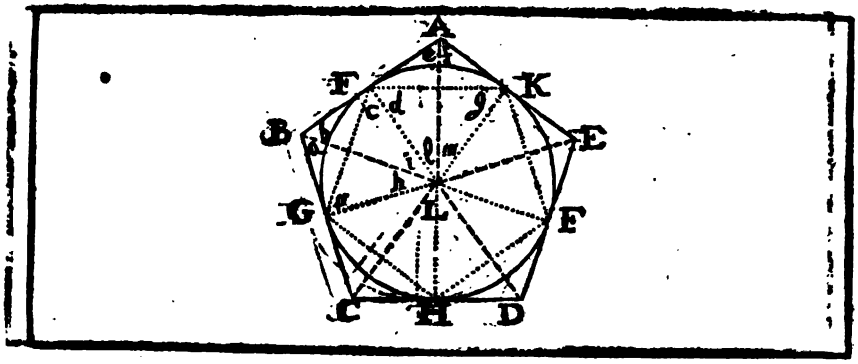
Dieweilen auß dem Punct A die zwey Linien AF/AK/ (so den Zirckel in denen Puncten F/ und K berühren) gezogen seynd. — d. d. Hand.

So wird die Lini AF ⊓ seyn/ der Lini AK. — d. Cor. 2. 36. 3.

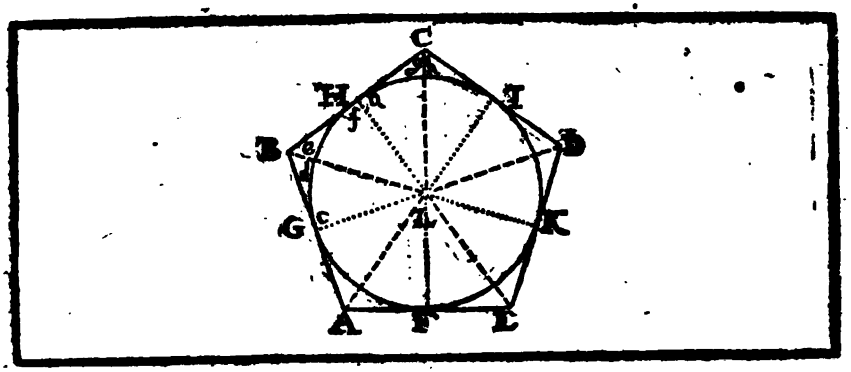
Nunmehro seynd in dem △ FAL die Seiten AF/ und FL ⊓/ denen zwo Seiten AK/ und KL in dem △ KAL Die Seiten LA ist auch beyden △ gemein. — d. 8. Vor. und 15. def. 1.

Dahero wird der △ FAL △ seyn/ dem △ KAL. — d. 8. 1.

Und folgends der ∠ l ⊓/ dem ∠ m.



Eben auff dieſe Art/ wird der ∠ h ∏ ſeyn/ dem ∠ i.
Daraus ſchlieſſet man aber/ daß der ∠ l/ oder m geradt
die Helffte von dem gantzen ∠ l → m ſeyn müſſe.
auch der ∠ h/ oder i geradt die Helffte von dem ∠ h → i.
Unterdeſſen iſt wegen gleicher Seiten und Bögen FK/ und FG deß
eingeſchriebenen Funff-Ecks/ der ∠ l → m ∏/ dem ∠ h → i. d. 27. 3.
So folget/ daß auch die Helffte/ nemlich der ∠ i/ oder h ∏ ſeye/ d. 6. ax. 1.
dem halben ∠ l/ oder m.
Ferner iſt in dem △ FBL der ∠ BFL ∏/ dem ∠ AFL im △ FAL/ d. d Hand.
und der ∠ i ∏/ dem ∠ l: und die Seiten FL beyden △ gemein. d. d Vor.
Deßwegen wird der △ EBL ∥ ſeyn/ dem △ FAL/ d. 26. 1.
und folgends die Lini BF ∏/ der Lini AF.
Auff ſolche Weiſe iſt auch EK ∏/ der Lini AK.
Das iſt/ AF wird geradt die Helffte von AB: und AK von
AE ſeyn.
Es iſt aber bewieſen worden/ daß AF ∏ ſeye/ AK. d. d. Vor.
Deßwegen die gantze Seiten AB ∏ ſeyn werde/ der gantzen
Seiten AE. d. 2. ax. 1.
u. ſ. f. werden alle Seiten dieſer Figur einander gleich ſeyn.
Sie iſt auch gleichwincklicht: dann in denen zwey vierſeitigen Figuren
LGBF/ und LFAK (deren Wincklen ſammentlich in einer jeden d. an. 32. 1.
vier rechten gleich ſeynd) ſeynd die zwey ∠ bey G/ und F. d. d. Hand.
Und abermahlen die zwey ∠ bey F/ und K zwey rechte:
So iſt auch der ∠ h → i ∏/ dem andern ∠ l → m. d. d. Vor.
Wenn man nun beyderſeits die gleichen ∠ von denen vier rechten
abziehet/ ſo wird überbleiben der ∠ a → b ∏/ dem ∠ c → f.
u. ſ. f.
Dahero iſt die umbſchriebene Figur auch gleich fünff-eckicht.
Welches zu machen ware.



Die XIII. Vorgab. Handgriff.

In eine gleich-fünffseitige/und gleich-fünffeckichte Figur (ABCDE) einen Zirckel (FGHIK) einzuschreiben.

Handgriff.

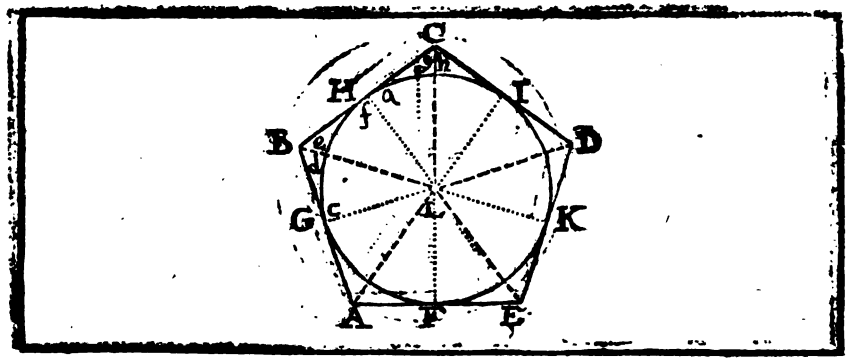
Zertheile gerad entzwey die zween nechst an einander gelegene ∠ d → e/ und g → h mit denen geraden Linien BL/ und CL/ welche nothwendig in einem Punct/ als nemlich in L werden zusammen kommen müssen/ (dann weder der ∠ e/ noch der ∠ g rechte ∠ seynd). — d. 9. 1. — d. 11. ax. 1. — d. d. Vorg.

Auß L ziehe die Bleyrechte Linien LF/LG/LH/LI/LK auff die Seiten AE/ AB/ BC/ CD/ DE. — d. 12. 1.

Schreibe letztlich auß dem Punct L mit der Weite LG/ oder LH/ u:s:f: einen Zirckel/ welcher auch die übrige vier Seiten berühren werde.

Beweiß.

In dem △ CHL ist der ∠ a ⊓/ dem ∠ f in dem △ BHL. — d. d. Hand.
und der ∠ g ⊓/ dem ∠ e. — d. d. Hand.
Auch die Seiten LH ist beyden △ gemein.
Dahero ist der △ CHL ⊓/ dem △ BHL. — d. 26. 1.
Und folgends die Lini CH ⊓/ der Lini HB.
Also wird auch die Lini BG ⊓ seyn/ der Lini GA.
Die gantze Seiten CB/ und BA seynd aber einander gleich. — d. d. Vorg.
Dahero werden ihre Helffte/ als wie HB/ und BG auch einander gleich seyn. — d. 6. ax. 1.
Unterdessen ist wegen der rechten ∠ F/ und c das □ auff BL ⊓/ denen zwey □/ so wohl auff LH/ und HB: als denen zwey □ auff LG/ und BG. — d. 47. 1.



Wenn nun beyderſeits die □ auff denen gleichen Linien HB/ und BG abgezogen werden.

So wird überbleiben der □ auff LH ∏/ dem □ auff LG. und wird auch die Lini LH ∏ ſeyn/ der Lini LG.

Auff ſolche Manier werden die übrige Linien LI/ LK/ LF einander ∏ ſeyn.

Daraus ſchlieſſet man/ daß der Zirckel/ ſo auß dem Punct E mit der Weite LG beſchrieben worden iſt/ auch die übrige vier Seiten berühren werde. Und dahero in die Figur eingeſchrieben ſeye.

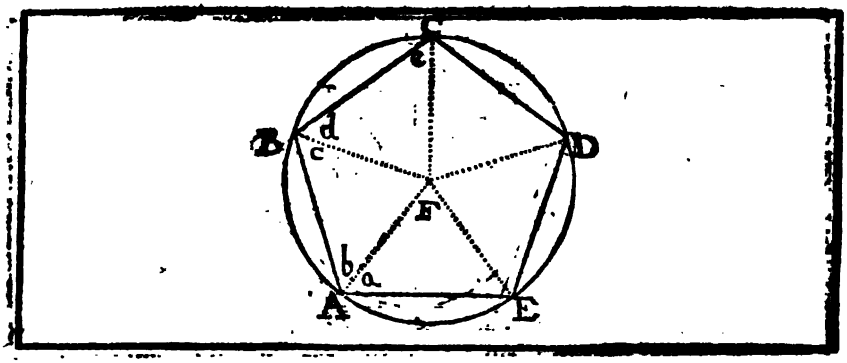
Welches zu machen ware.

Folge.

Wenn in einer gleichſeitigen/ und gleichwincklichten Figur/ die zween nechſtgelegene ∠ mit zwey geraden Linien/ (welche ſich einander durchſchneiden) gleich entzwey zertheilt werden: Auß dem Durchſchnitts-Punct hernach man auch in die übrige ∠ der Figur gerade Linien ziehet: ſo werden alle übrige ∠ der Figur hierdurch auch gleich entzwey geſchnitten werden.

Anmerckung.

Auff dieſe Art kan man in eine jede gleichſeitige/ und gleich-eckichte Figur einen Zirckel einſchreiben.



Die XIV. Vorgab. Handgriff.

Umb eine fünff-gleichseitige / und gleich-fünffeckichter Figur (ABCDE) einen Zirckel zu schreiben.

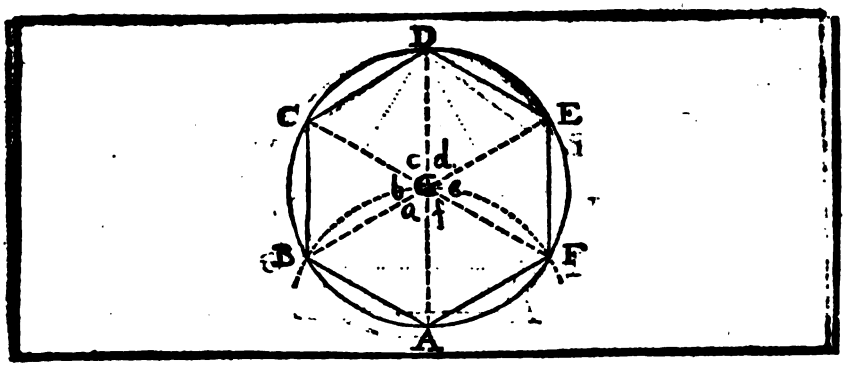
Handgriff.

Zertheile gerad entzwey die zween ∠ a → b / und c → d. — d. 9. 1.
mit denen zwo geraden Linien AF / BF / welche nothwendig in einen Puncten / als wie hier in F zusammen kommen werden. Welches in dem vorhergehenden schon bewiesen worden ist. — d. 11. 23. 1.

Auß F ziehe in die übrige ∠ E / D / C gerade Linien.
Alsdann auß F mit der Weite FA schreibe einen Zirckel / welcher umb die übrige vier Ecke der Figur gehen werde.

Beweiß.

Die gantze ∠ A / B / C / D / E seynd einander ⊓ / — d. d. Vorg.
Dahero auch ihre Helffte a / b / c / d / e. u. s. f. — d. Cor. 13. 4.
Nun seynd in dem △ CFB die ∠ d / und e ⊓ / denen ∠ c / und b im △ BFA.
und die Seiten BC ist ⊓ / der Seiten BA. — d. d. Hand.
Folget / daß auch CF ⊓ seye / der AF. — d. d. Vorg.
Auff solche Weise werden alle Linien CF / BF / AF / BF / DF einander ⊓ seyn / u. — d. 26. 1.
Darumb wird der Zirckel / welcher auß F / mit der Weite FA / ist beschrieben worden / auch durch die eusserste Ende / als durch B / C / D / E gehen / und die Ecke der Figur anruhren.
Welches zu machen ware.



Die XV. Vorgab. Handgriff.

In einem vorgegebenen Zirckel eine gleich-sechseckichte/ und gleich sechsseitige Figur (ABCDEF) einzuschreiben.

Handgriff.

Ziehe den Diameter AD. Nehme die Helffte AG/ und schreibe auß A einen Zirckel/ welcher den vorgegebenen in denen zwey Puncten B/ und F durchschneiden/ und zwey drey gleichseitige △ ABG/ und AFG gestalten werde. d. 1. 1.

Auß B/ und F ziehe durch den Mittel-Punct G die geraden Linien BGE/ FGC/ biß in den Umbkreiß/ und hange hernach die Puncten A/B/C/D/E/F zusammen/ so ist es gemacht.

Beweiß.

Die zwey △ BGA/ AGE seynd gleichseitig/ und gleichwincklicht { d. 6 Hand. und 5. 1.

Dahero gelten ein jeder ∠ darvon/ als wie a/ und f $\frac{1}{3}$ zweyer rechten. d. 3. Cor. 32. 1.

Und folgends werden die zwey ∠ a und f∏/ $\frac{2}{3}$ von zweyen rechten seyn.

Unterdessen wegen der geraden Lini BGE/ seynd die drey ∠ a + f + c∏/ zween rechten: d. 13. 1.

Dahero ist auch der ∠ e∏/ $\frac{1}{3}$ zweyer rechten.

Nun seynd die ∠ a + f + e∏/ denen überstehenden ∠ d + c + b. d. 15. 1.

Deßwegen werden alle diese sechs ∠ einander ∏ seyn.

Und folgends werden die sechs Umbkreiß-Stücke/ worauff sie stehen/ d. 26. 3.

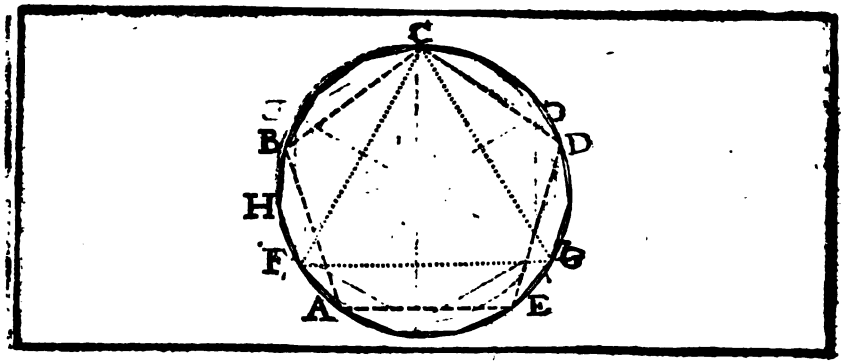
und hernach die sechs Seiten einander ∏ seyn. d. 29. 3.

Letztlich seynd die sechs ∠ ABCDEF wegen der gleichen ∠ bey dem Mittel-Punct G auch einander ∏; d. 8. Hier.

(Dann ein jeder $\frac{1}{3}$ giltet) dahero ist die Figur auch gleich-eckicht.

Welches zu machen war.

Folge. Die Seiten eines gleich-seitigen und gleich-eckichten Sechs-Eck ist ∏/ dem halben Diameter desselben Zirckels/ in welchen diß Sechs-Eck eingeschrieben ist.



Die XVI. Vorgab.

In einem vorgegebenen Zirckel eine gleich- fünffzehen-seitige / und gleich-fünffzehn-eckichte Figur einzuschreiben.

Handgriff.

Schreibe den gleichseitigen Δ FCG in den Zirckel ein / — 2. 4
Abermahlen auß C schreibe die fünff gleichseitige und gleich-fünff-eckichte Figur ABCDE ein. — 11. 4.
Zertheile das Umbkreiß Stück FB gleich entzwey in Punct H. — 30. 3.
Nun sage ich / daß FH / oder BH ein gleicher Theil oder Seiten von denen fünffzehen seye.

Beweiß.

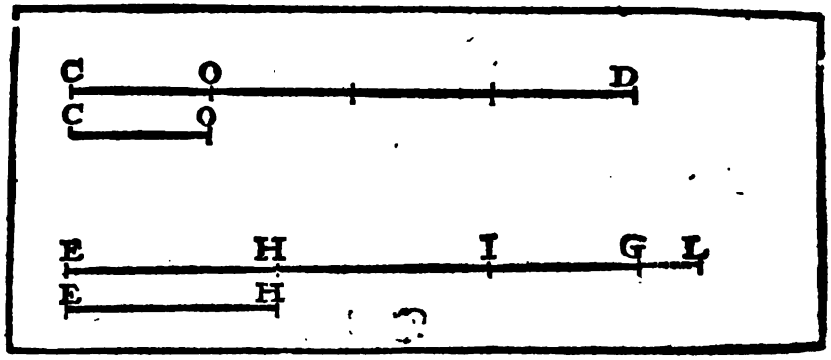
Weilen der gantze Umbkreiß deß Zirckels / 15. gleiche Theile halten solte: — 8. 8. Vorg.
So wird die Seiten CF deß Δ FCG fünff von diesen gleichen Theilen / das ist $\frac{5}{15}$ / unterspannen.
Und die Seiten BC deß Fünff-Ecks / drey von diesen Theilen / oder $\frac{3}{15}$.
Der Unterschied aber zwischen den Bogen CF / und CB ist das Umbkreiß-Stück BF / oder $\frac{2}{15}$. — 8. 8. Hand.
Dahero wird FH / oder FB nothwendig $\frac{1}{15}$ / oder nur ein gleicher Theil von den 15. seyn müssen. — 8. 8. Hand.
Ziehet man letztlich FH / oder FB zusammen / und stellet solche Länge 15. mahln in dem Zirckel herum / So wird die verlangte gleich-15-seitige / und winclichte Figur darauß erwachsen. — 4. 1. u. 27. 3.
Welches zu machen ware.

Das

Fünffte Buch

Deß Teutsch-redenden

Euclides.



Wort-Erklärungen.

1.

Ein Theil (Pars) ist eine kleinere Gröſſe/ welche in einer gröſſern etliche mahln begriffen ist/ und solche außmesset.

Also wird CO ein Theil der Gröſſe CD seyn; dann die kleinere CO/ die andere und gröſſere GD viermahlen auffmesset; oder so ein Ding ist/ weilen die gröſſere CD die kleinere CO viermahlen begreifft/ so wird deßwegen CO ein Theil von CD seyn.

Anmerckung.

Das Außmessen und Begreiffen ist zweyerley/ wenn ein Theil eine Gröſſe geradt außmesset/ oder wenn das Gantze diesen Theil geradt begreifft/ daß nichts übrig verbleibet/ so nennet man einen solchen Theil/ einen geradt-auffmessenden Theil/ in Latein (pars aliquota) Also ist allhier CO ein geradt-auffmessender Theil der Gröſſe CD: dann CO die Gröſſe CD geradt viermahlen auffmesset/ (oder so ein Ding) CD begreiffet den Theil CO geradt viermahlen.

2.

Hierentgegen ein Theil/ welcher eine Gröſſe nicht geradt auffmesset/ oder daß das gantze diesen Theil nicht geradt begreifft/ sondern jederzeit etwas zuviel/ oder zuwenig überbleibet: so wird ein solcher Theil ein nicht geradt auffmessender (Pars aliquanta) genant.

Zu einem Exempel/ wenn man den Theil EH dreymahln nemmet/ so übertreffet er die Gröſſe EG umb das Stück GL; nemmet man aber EH zweymal/ so gehet noch das Stück IG ab; diesem nach wird EH ein nicht geradt auffmessender Theil der Gröſſe EG genandt.

3.

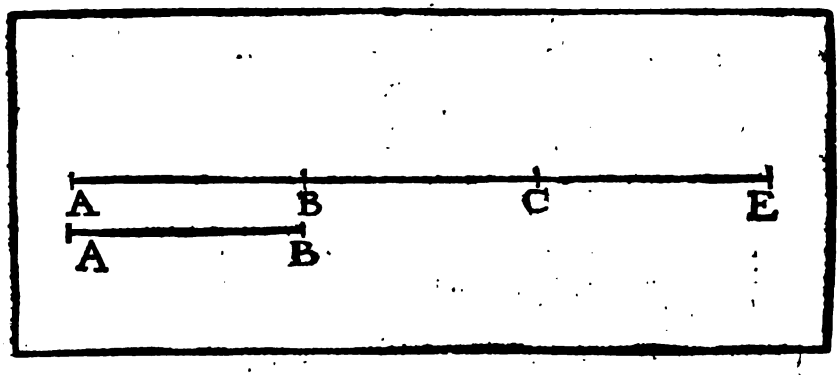
Ein geradt-auffmeſſender Theil empfanget ſeine Nennung her / von der Anzahl / wie offt er nemlich ſeine Gröſſe / deſſen Theil er iſt / geradt auffmeſſet: oder von der Anzahl deren gleichen Theile / in welche er ſeine Gröſſe abtheilet. Dieſem nach / wann ein Theil ſeine Gröſſe zweymahln geradt auffmeſſet / ſo nennet man ihn ein halbes; wird in Ziffern alſo geſchrieben $\frac{1}{2}$: Einen Theil / welcher ſeine Gröſſe geradt dreymahln auffmeſſet / nennet man ein Drittheil / oder $\frac{1}{3}$. die viermahln geradt auffmeſſet ſeine Gröſſe / ein Viertheil oder $\frac{1}{4}$. u. ſ. f.

4.

Es geſchicht / daß bißweilen ein nicht geradt auffmeſſender Theil einer Gröſſe / dannoch gewiſſe geradt-auffmeſſende Theile / welche ihn / und ſeine Gröſſe geradt auffmeſſen / habe / als wie 10 iſt ein nicht geradt-auffmeſſender Theil von 16 / hat doch ein gewiſſen geradt-auffmeſſenden Theil / nemlich 2. welcher ein Achttheil von 16 / und ein Fünfftheil von 10. iſt. Deßwegen werden 10. fünff Achttheil von 16. ſeyn / welches man alsdann auff ſolche Art ſchreibet $\frac{5}{8}$.

5.

Man nennet ſo wohl die geradt / als nicht geradt-auffmeſſende Theile / Brüche oder Fractionen ihrer Gröſſe / darvon ſie Theile ſeynd; ſie werden alſo gezeichnet / daß allzeit die Theile von ihrer Gröſſe oder einer Linien / und ihr gantze Gröſſe unter der Linien geſchrieben ſeynd. Die oben ſtehende Zahl oder Theile / werden hernach der Zehler / die unter den Strich aber / oder ihr gantzes / der Nenner genandt. Alſo in dem Bruch $\frac{2}{3}$. iſt 2. der Zehler / und 3. der Nenner. Von dieſen iſt ein mehrers in der Rechen-Kunſt zu finden.



II.

Eine Gröſſe/ in welcher der kleinere Theil in gewiſſer Anzahl geradt-auffmeſſend begriffen iſt/ nennet man eine vielfache Gröſſe (multiplex).

Die Lini AE iſt eine vielfache Gröſſe der kleinern AB: dann AB dreymahlen genommen/ die Gröſſe AE auffmeſſet.

Anmerckung. 1.

Eine vielfache Gröſſe / welche einen kleinern Theil in gewiſſer Anzahl geradt-auffmeſſend begreiffet / wird ſchlecht hin Vielfache (multiplex) /die kleinere Gröſſe aber/ oder eine Theil / welcher in der vielfachen geradt begriffen iſt/ Unter-vielfach (ſubmultiplex) genandt; auff ſolche Weiſe iſt die Lini AE von 3 Schuh lang / die vielfache/ und der Theil/ oder die Lini AB/ ſo 1 Schuh lang iſt/ die Unter-vielfache der Lini AE.

2.

Gleichformig-vielfache Gröſſe ſeynd /welche in gleicher Anzahl ihre Theile/ deren ſie ihre vielfache ſeynd/ begreiffen: oder/ ſo ein Ding iſt/ welche gleich auffgemeſſen werden von ihrem Theile. Nach ſolcher Art ſeynd zwey Linien / deren eine 25/ die andere aber 15 Klaffter lang iſt/ gleichformig-vielfache Gröſſe zweyen andern Linien/ deren eine 5/ die andere aber 3 Klaffter lang iſt. die Urſach iſt/ weilen 25/ ſo offt durch 5/ nemlich fünffmahln; als 15 durch 3/ nemlich auch fünffmahln geradt auffgemeſſen wird. Solche Theile 5 und 3 hernach werden auch gleichformige Theile ihrer Gröſſe 25 und 15 genandt.

III.

Wenn zwey Gröſſe von einerley Gattung ihrer Gröſſe halber / gegen einander gehalten und verglichen werden / ſo nennet man die Beziehung / welche eine zu der andern hat / eine Verhaltnuß (Ratio).

Anmerckung. I.

Durch die Gröſſe / ſo in Latein quantitas genannt wird / verſtehet man hierinnen nicht allein was lang / breit und tieff iſt / oder andere Außtennung und Dicke hat; ſondern man nennet auch dasjene allhier eine Gröſſe / welches nur das Mehr / und das Wenige leydet. Gleich wie die Gewichter / Stärcke / Bewegung / Stimme / Zeite / Lauff / u. ſ. f. dann man jederzeit ſagen kan / das Gewicht iſt mehr ſchwer / oder ſchwerer / als das andere; dieſe Stärcke iſt wenig ſtärcker (oder mit einem Wort) ſchwächer / als die andere; dieſe Bewegung iſt mehr ſchneller / oder ſchnellerer / als die andere; dieſe Stimme iſt ein wenig höher / oder / ſo ein Ding / höherer als die andere / u. ſ. f.

2.

Wenn eine Vergleichung angeſtellt wird / ſo müſſen die zwey Gröſſe allezeit einerley Gattung / oder Geſchlechte ſeyn: als wie Zahlen gegen Zahlen / Linien gegen Linien / Mäſſe gegen Mäſſe / Bewegung gegen Bewegung / u. ſ. f. beyde hernach können gleich oder ungleich einander ſeyn.

3.

Wenn nun beyde Sachen / ſo man gegen einander vergleichet / gleiche Gröſſe haben; als wie zu einem Exempel / man vergleichet eine gerade Linì von zwey Schuhe / zu einer andern geraden Linien eben von 2 Schuhe lang / ſo wird demnach in ſolcher Gegeneinanderhaltung und Vergleichung die Verhaltnuß / Eine Verhaltnuß einer Gleichheit (Ratio Æqualitatis) genandt.

4.

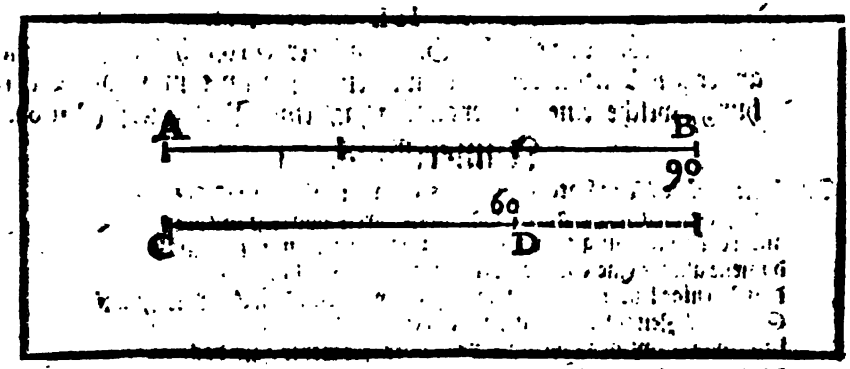
Seynd aber die gegen einander gehaltene Dinge von einer verſchiedener Gröſſe; gleich wie / wann man eine Länge von 4 Schuhe / gegen einer kürtzern von 2 Schuhe vergleichet / ſo heiſſet man die Verhaltnuß / ſo eine gegen der andern hat / eine Verhaltnuß einer Ungleichheit (Ratio inæqualitatis).

5.

Die erſte Gröſſe / oder Sach / ſo zu der andern in einer Vergleichung gehalten wird / nennet man / das Vorgehende (Antecedens); die andere aber / zu welcher die erſte gehalten worden / das Nachgehende / oder Folgende (Conſequens).

6.

Eine Verhaltnuß einer gröſſern Ungleichheit iſt / wann in einer Vergleichung / das Vorgehende gröſſer / als ſein Nachgehendes iſt.



Als wie in diesem Exempel/ wann eine Linî AB von 90. Schuhe lang zu einer andern/ und kürtzern/ als wie CD von 60. Schuhe lang verglichen wird.

7.

Eine Verhaltnuß einer kleinern Ungleichheit ist/ wann in der Vergleichung/ das Vorgehende kleiner/ als das Nachgehende ist: also wann man die kürtzere Linî CD von 60. Schuhen zu der längern AB von 90. Schuhe haltet/ und vergleichet.

8.

Die Grösse der Verhaltnuß einer Sache zu der andern in einer Vergleichung/ wird durch die Fürstellung gefunden. Dann man zertheilet die Anzahl der Grösse deß Vorgehenden/ durch die Anzahl der Grösse deß Nachgehenden. Die new entstandene Anzahl/ oder Quotient weiset hernach die Grösse der Verhaltnuß an/ umb welche eine die andere übertrifft/ oder ob sie gar gleich seynd. Zu einem Exempel/ es synd die zwey Linien AB. CD. von ungleicher Grösse/ die erste ist 90. die andere 60 Schuh lang. Nun zu wissen die Verhaltnuß ihrer Grösse/ so zertheilet man 90 durch 60/ wodurch der Quotient $1\frac{30}{60}$/ oder $1\frac{1}{2}$ entstehet/ welcher die Grösse der Verhaltnuß der Linî AB. zu der Linî CD ist: und sagen will/ daß erstlich die Linî AB einmahlen so groß sey/ als die Linî CD/ hernach über diß/ daß die Linî AB noch die Helffte von der Linî CD habe. Das ist/ die Linî AB ist anderthalb mahl so groß/ als die Linî CD. Wann nun die andere Linî CD/ so 60. Schuhe lang ist/ noch ihre Helffte/ nemlich 30 Schuhe/ welche ihr abgehen/ darzu hätte/ so würde sie gleich lang der ersten seyn/ das ist/ sie hätte auch eine Länge von 90. Schuhe.

9.

Ein solcher Abgang wird genandt/ Unterscheid (differentia).

10.

Wann in einer Verhaltnuß einer grössern Ungleichheit das Vorgehende seines Nachgehenden vilfach ist/ nemlich/ daß sie es gerad zweymahl/ dreymahln/ viermahln/ u. s. f. begreiffet/ allzeit ohne Bruch/ so wird

die Gröſſe der Verhaltnuß / oder kurtz hinweg / die Verhaltnuß / zwifach oder doppelt / dreyfach / vierfach / u. ſ. f. genandt (Ratio dupla, tripla, quadrupla) alſo iſt die Verhaltnuß 8 zu 4 / doppelt / 12 zu 3 iſt vierfach.

Entgegen in einer Verhaltnuß einer kleinern Ungleichheit / wann das Nachgehende ſeines Vorgehenden vielfach iſt / nemlich daß ſie es geradt zweymahln / dreymahln / viermahln / u. ſ. f. begreiffet / allzeit ohne Bruch / ſo wird die Verhaltnuß / unterdoppelt / unterdreyfach / unter vierfach / u. ſ. f. geheiſſen (Ratio ſubdupla, ſubtripla, ſubquadrupla) Alſo iſt die Verhaltnuß 4 zu 8 unterdoppelt. 3 zu 12 unter vierfach.

II.

Wann in einer Verhaltnuß einer gröſſern Ungleichheit das Vorgehende ſein Nachgehendes erſtlich geradt einmahln / hernach noch nur einen geradt-auffmeſſenden Theil darvon / auff ſolche Geſtalt begreiffet / daß die Gröſſe der Verhaltnuß alſo ſeye $1\frac{1}{2}$. $2\frac{1}{3}$ $3\frac{1}{4}$. u. ſ. f. ſo wird es genannt eine übertheilige Verhaltnuß (Ratio ſuperparticularis) / und wegen des beygeſetzten einigen geradt auffmeſſenden Theil / oder Bruch / einmahl ein halbfache Verhaltnuß; Eine und ein Drittheilfache; Eine und ein viertheilfache / u. ſ. f. (Ratio ſeſquialtera, ſeſquitertia, ſeſquiquarta) Alſo iſt die Verhaltnuß 12 zu 8 übertheilig eine und anderthalbfache. 18 zu 15 übertheilig eine und ein fünfftheilfache

In einer Verhaltnuß einer kleinern Ungleichheit wird geſtalt dieſer Sachen / bloß das Wörtlein Unten (ſub) mit und vorgeſprochen. Als wie in der Vergleichung 8 zu 12 iſt die Verhaltnuß unten übertheilig eine und anderthalbfache: 15 zu 18 / unten übertheilig eine / und ein fünfftheilfache. (Ratio ſubſeſquialtera, ſubſeſquiquinta.)

12.

Wann in einer Verhaltnuß einer gröſſern Ungleichheit das Vorgehende ſein Nachgehendes erſtlich geradt einmahln / hernach noch etliche geradt-auffmeſſende Theile / (welche aber kein gantzes machen) auff ſolche Weiſe begreiffet / daß die Gröſſe der Verhaltnuß alſo ſeye $1\frac{2}{3}$. $1\frac{3}{4}$. $1\frac{7}{8}$. ſo wird erſtlich die Verhaltnuß eine übertheilende (ſuperpartiens) / wegen deren beygeſetzten geradt-auffmeſſende Theile aber / oder Bruch / eine und zwey Drittheil übertheilende. Ein und drey Viertheil übertheilende. Eine und ſieben Achttheil übertheilende / genandt (Ratio ſuperbipartiens tertias, ſupertripartiens quartas, ſuperſeptupartiens octavas). Als wie in der Vergleichung 5 zu 3. iſt die Verhaltnuß ein und zwey Drittheil übertheilende. 21 zu 15 / eine und zwey Fünfftheil übertheilende. 136 zu 72 / ein und acht Neuntheil übertheilende. u. ſ. f.

In der Verhaltnuß einer kleinern Ungleichheit wird geſtalt dieſer Sachen / bloß das Wörtlein Unten (ſub) mit und vorgeſprochen. Als wie in der Vergleichung 3 zu 5 iſt die Verhaltnuß unten-eine und zwey Drittheil übertheilende. 15 zu 21 iſt unten-eine und zwey fünfftheil übertheilende. 72 zu 136 iſt unten-eine und acht Neuntheil über-

theilende (subsuperbipartiens tertias, subsuperbipartiens quintas, subsuperoctupartiens nonas).

12.

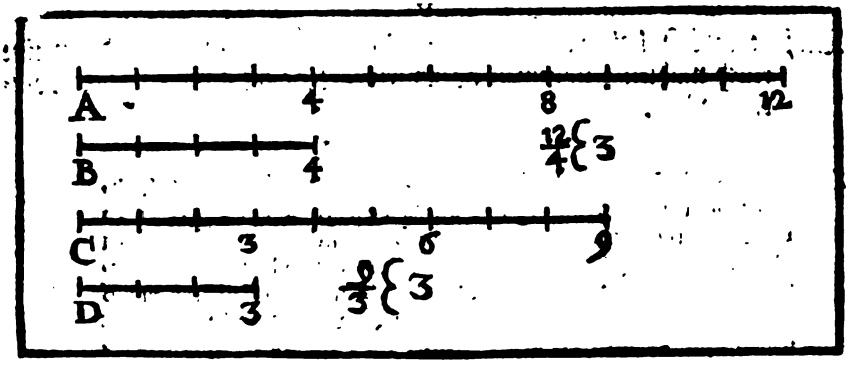
Wann in einer Verhaltnuß einer gröſſern Ungleichheit das Vorgehende ſeines Nachgehenden vielfach iſt/ und nebſt diſen noch nur einen gerads auffmeſſenden Theil darvon auff ſolche Weiſe begreiffet/ daß die Gröſſe der Verhaltnuß ſeye/ als wie $2\frac{1}{2}$. $4\frac{1}{3}$. $8\frac{1}{2}$: ſo wird es genennt eine vielfache übertheilige Verhaltnuß (Multiplex ſuperparticularis), und wegen den beygeſetzten Bruch/ oder einigen auffmeſſenden Theil/ alſo ſammentlich außgeſprochen: Eine doppelte und eine achtfache Verhaltnuß: Vier und ein Drittheilfache: acht und ein halbfache. (Ratio multiplex ſuperparticularis dupla ſesquioctava. Quadrupla ſesquitertia. Octupla ſesquialtera). Alſo iſt in der Vergleichung die Verhaltnuß 7 zu 2 drey und ein halbfach 10 zu 3. drey und ein Drittheilfach. 31 zu 5 ſechs und ſechsfach (Tripla ſeſquialtera, Tripla ſesquitertia ſextupla ſesquiſexta).

Entgegen in einer Verhaltnuß einer kleinern Ungleichheit wird geſtalt dieſer Sachen bloß das Wörtlein Unters (ſub) mit und vorgeſprochen. Als wie in der Vergleichung 2 zu 7 iſt die Verhaltnuß. Unten drey und ein halbfach. 3 zu 10. Unter drey und ein Drittelfach. 5 zu 31. Unten ſechs und ein ſechsfach (Ratio ſubtripla ſesquialtera. Subtripla ſeſquitertia. Subſextupla ſesquiſexta).

14.

Wann letzlich in einer Verhaltnuß einer gröſſern Ungleichheit das Vorgehende ſeines Nachgehenden vielfach iſt/ und nebſt dirſen noch etliche gerads auffmeſſende Theil/ welche nicht ein gantzes machen/ auff ſolche Weiſe darzu begreiffet/ daß nemlich die Gröſſe der Verhaltnuß ſeye $2\frac{2}{3}$. $4\frac{1}{4}$. $6\frac{5}{6}$: ſo wird die Verhaltnuß eine vielfache übertheilende (Multiplex ſuperpartiens), und wegen dero beygeſetzten gerads auffmeſſenden Theile/ oder Bruch/ ſammentlich auff dieſe Weiſe außgeſprochen. Eine doppelte und zwey Drittheil übertheilende Verhaltnuß. Vierfache und dreyviertheil übertheilende. Sechsfache und fünff Sechstheil übertheilende. (Ratio multiplex dupla ſuperbipartiens tertias. Quadrupla ſupertripartiens quartas. Sextupla quintupartiens ſextas). Alſo wird in der Vergleichung 20 zu 7 die Verhaltnuß ſeyn. Doppelt und ſechs Siebentheil übertheilende. 19 zu 5/ dreyfach und vier Fünfftheil übertheilende. 59 zu 10 fünfffach und neun Zehentheil übertheilende (Ratio dupla ſuperſextupartiens ſeptimas. Tripla quadrupartiens quintas. Quintupla Nonupartiens decimas).

In einer Verhaltnus einer kleinern Ungleichheit/ geſtalt dieſer Sachen wird anders darinnen nicht verändert/ als bloß das Wörtlein Unten wird mit und vorgeſprochen. Alſo in der Vergleichung 7 zu 20/ iſt die Gröſſe der Verhaltnuß unten doppelt/ und ſechs Siebentheil übertheilend. 10 zu 59/ unten fünfffach/ und neun Zehentheil übertheilend. 5 zu 19 unten dreyfach/ und vier Fünfftheil übertheilend.



IV.

Eine Proportion iſt eine Gleichformigkeit deren Verhaltnüſſe.

Anmerckung. 1.

In Vergleichung zweyer Gröſſe von einerley Gattung iſt die Beziehung/ ſo eine zu der andern hat/ eine Verhaltnuß genandt/ wie auß der 2. def. dieſes Buchs abzunehmen iſt. Wann nun mehr Gröſſe/ als zwey gegen einander verglichen werden/ und man ihre Verhaltnüſſe einander gleichformig befindet/ ſo nennet man hernach eine ſolche Gleichformigkeit deren Verhaltnüſſe eine Proportion. Zu einem Exempel/ wann die Verhaltnuß der Gröſſe A zu der Gröſſe B gleichformig iſt/ der Verhaltnuß der Gröſſe C zu der Gröſſe D/ wie es ſich auch allhier in der Warheit alſo befindet/ dann beyderſeits die Gröſſe der Verhaltnüſſe/ als wie 3 zu 1 ſeynd. So ſaget man demnach/ daß ein ſolche Gleichformigkeit deren Verhältnüſſe/ eine Proportion ſeye.

2.

Was hier eine Proportion und eine Gleichformigkeit deren Verhältnüſſe genannt wird/ nennen bißweilen die Lateiner eine Proportionalität (Proportionalitas) und die Verhaltnuß allein eine Proportion: nach dieſer Art wäre zwiſchen zweyen Gröſſen eine Proportion/ und zwiſchen gleichförmigen Verhaltnüſſen eine Proportionalität.

V.

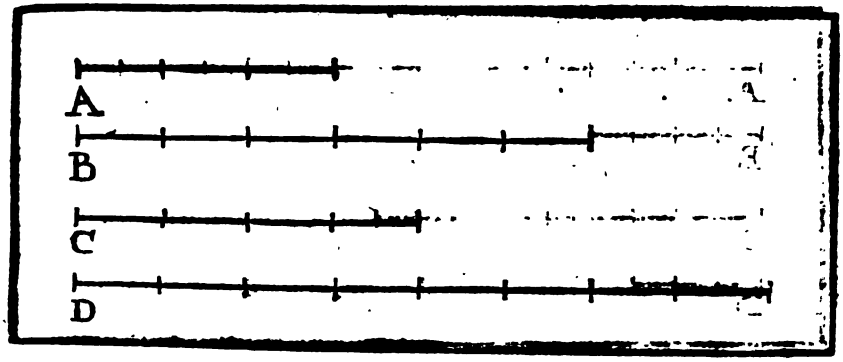
Die jene Gröſſe haben eine Verhaltnuß gegen einander / wann deren eine etlich mahlen genommen / oder vervielfältigt / die andere letzlich übertreffen kan.

Außlegung.

Dieweilen die Verhaltnuſſe in einer gewiſſen Gröſſe / Kleine / oder Gleichheit; in dem mehr / wenig und gleich beſtehen / ſo iſt klar / daß man das Kleinere / Wenigere und Gleiche ſo offt nehmen / und vermehren kan / biß es endlich das Gröſſere / das Mehrere / und das Gleiche übertreffe. Alſo iſt zwiſchen einer Lini von 2. und einer andern von 6 Klafftern eine Verhaltnuß: dann die erſte Lini von 2 / viermahlen genommen / die andere von 6 Klafftern ſchon umb 2 Klafftern übertreffet / u. ſ. f. Eine ſolche Verhaltnuß wird genannt in Latein Ratio rationalis, und kan mit Zahlen außgeſprochen werden: Im Gegentheil ſchlieſſet man / daß zwiſchen einer unendlichen / und endlichen Lini keine Verhaltnuß ſeyn könne. Dann vermehre man die Endliche / ſo offt als man will / ſo wird ſie doch niemahlen die Unendliche übertreffen; alſo auch zwiſchen einer Lini und Fläche / zwiſchen einer Fläche und Cörper / zwiſchen einer geradt-liniſchen und Anrührungs-Winckel iſt keine Verhaltnuß. So werden hierzu geſellet / die Sachen / welche gar keine Gröſſe haben / als wie Puncten / Nullen / u. ſ. f.

Zwiſchen einer Zwerg-Lini und Seiten deß Quadrats / kan eine Verhaltnuß ſeyn; dann die Seiten kan vermehret werden / biß ſie die Zwerg-Lini übertreffe; die Verhaltnuß aber einer zu der andern iſt unaußſprechlich / wird im Latein Ratio Irrationalis, ſurda, das iſt / welche zwar in Linien kan angedeutet / nicht aber in Zahlen kan außgeſprochen werden.

Zwiſchen krum und geraden Linien kan eine Verhaltnuß ſeyn; dann dieſes gar ſchön Hyppocrates Chius in der Figur / ſo dem wachſenden Monden nicht ungleich / bewieſen hat; Eben hat es gethan Archimedes, in der Zirckel-Meſſung / und Parabl-Vierung; und Proclus zwiſchen den geradt- und krumliniſchen Winckel.



Anmerckung. I.

Gemein-mäßliche Gröſſe (Magnitudines commenſurabiles) ſeynd / welche durch einerley Zahl gerad auffgehendt mögen auffgemeſſen werden / daß nichts mehr überbleibet: alſo meſſet eine Gröſſe von 2 Schuh lang / die von 6 / und die von 8 Schuh lang / beyde gerad auff; nemlich 6 dreymahln / und 8 viermahln. Dahero ſeynd die Gröſſe von 6 / und 8 Schuhe lang / gemein-mäßliche Gröſſe; die Gröſſe von 2 Schuh aber / wird hernach die gemeine Zahl oder Gröſſe genandt.

2.

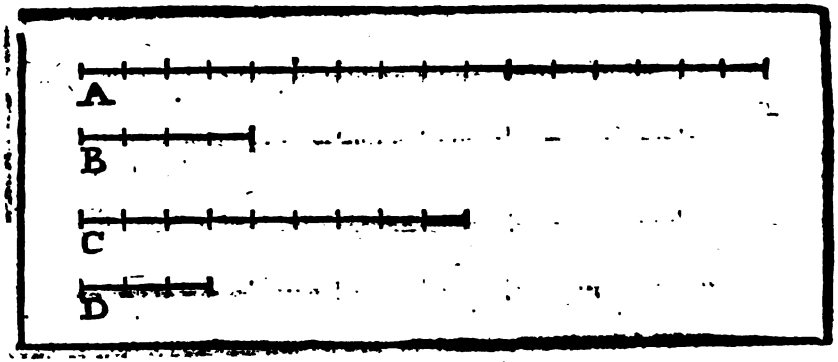
Gemein-unmäßliche Gröſſe (Magnitudines incommenſurabiles) ſeynd / wenn zwiſchen denen Gröſſe / keine gemeine Zahl / die ſie gerad auffmeſſet / kan gefunden werden. Dieſes geſchicht zwiſchen der Zwerg-Linj / und einer Seiten deß Quadrats. Darvon im zehenden Buch Euclides.

VI.

Die Gröſſe / ſagt man / haben einerley Verhaltnuß unter einander / wenn die erſte zu der andern ſich verhaltet / gleich wie die dritte zu der vierten.

Außlegung.

Das iſt / wenn das äuſſerſte vorgehend / ſo offt ſein Nachgehends begreiffet / als offt das anderte vorgehend ſein Nachgehends gleich begreiffet; oder / wann das erſte vorgehendt ſo offt von ſeinem Nachgehenden gleich begriffen iſt / ſo offt das anderte vorgehend von ſeinen Nachgehenden begriffen wird. Zu einem Exempel; weilen allhier die erſte Gröſſe A 3 von der anderten B 6 zweymahlen begriffen iſt: und die dritte Gröſſe C 4 auch gerad zweymahln von der vierdten Gröſſe D 8 begriffen iſt; So ſaget man / daß dieſe Gröſſe einerley Verhaltnuß / oder Proportion unter ſich haben.



VII.

Die Gröſſe/ ſo einerley Verhaltnuß haben/ werden Gleichverhaltende/ oder Proportionirte Gröſſe genant.

Es ſeynd gegeben die vier Gröſſe in dem vorgehenden Exempel und Figur A 3. B 6. und C 5. D 8. Weilen nun dieſe vier Gröſſe einerley Verhaltnuß unter ſich haben/ nemlich ſo wohl A iſt zu B/ als C zu D nähmlichdoppelt; ſo nennet man auß dieſer Urſach die vier gegebene Gröſſe A/B/C/D/ proportionirte/ oder gleich-verhaltende Gröſſe.

VIII.

Wann das erſte Vorgehend ſein Nachgehend mehr/ oder öffter in ſich begreiffet/ als das andere Vorgehend ſein Nachgehend; oder

Wann das erſte Vorgehend ein gröſſerer Theil ſeines Nachgehenden/ als das anderte Vorgehend ſeines Nachfolgenden iſt: ſo ſaget man alsdann/ daß die erſte Gröſſe zu der anderten eine gröſſere Verhaltnuß habe/ als die Dritte zu der Vierten.

Zu einem Exempel. Das erſte vorgehend/ oder Gröſſe A von 16 Schuch/ begreiffet ſein Nachgehendes/ oder Gröſſe B von 4 Schuhe viermahln. Und das anderte Vorgehend/ oder groſſe C von 9 Schuhe begreiffet ſein Nachgehendes/ oder Gröſſe D von 3 Schuhe/ nur dreymahln. Weilen nun die Gröſſe A die Gröſſe B mehr/ oder öffter/ als die Gröſſe C die Gröſſe D begreiffet. (dann A begreiffet B viermahln/ und C die Gröſſe D nur dreymahln): ſo ſaget man/ daß A zu B eine gröſſere Verhaltnuß/ als C zu D habe. Entgegen wann man D 3 zu C 9/ und B 4 zu A 16 vergleichete: So würde D zu C/ nemlich 3 zu 9 eine gröſſere Verhaltnuß haben/ als B zu A/ nemlich 4 zu 16. Die Urſach iſt/ weilen D ein gröſſerer/ nemlich ein dritter Theil von C/ und B/ ein kleinerer/ nemlich nur ein vierter Theil von A iſt.

IX.

Eine Proportion beſtehet auff das Wenigſte in dreyen Abſätze (Termini).

Außlegung.

In einer Proportion müſſen nothwendig zwey vorgehende und zwey Nachgehende ſeyn/ dann wann nur ein Vorgehend / und ein Nachgehend wäre/ es nur eine Verhaltnuß allein ſeyn würde. Nun kan ſich aber ſchicken/ daß bißweilen in einer Proportion der mittlere Abſatz/ zugleich die Stelle deß erſten Nachgehenden/ und deß anderten Vorgehenden vertretten/ und dahero die Proportion in dreyen Abſätze beſtehen möge: als wie in dieſer Proportion:

4. 8 16.

Iſt der mittlere Abſatz 8: und die Proportion bedeutet ſo viel / als wann man ſagte: 4 hältet ſich zu 8/ als wie dieſelbe 8 zu 16.

Eine ſolche Proportion hernach / worinnen der mittlere Abſatz zweymahln wiederholet iſt/ wird genant/ eine ſtätte Proportion (proportio continua); in welcher aber der mittlere Abſatz nicht zweymahln wiederholet wird/ als wie allhier:

4. 6. 8. 12.

Die wird eine abgeſonderte Proportion (Proportio diſcreta) genandt.

X.

Wenn drey Gröſſe ſtets geproportionirt ſeynd/ ſo ſagt man/ daß die erſte zu der dritten in einer zweymahligen Verhaltnuß ſtehe / derſelben/ welche die erſte zu der anderten hat (in Latein wird eine ſolche zweymahlige Verhaltnuß duplicata ratio genannt).

Seynd aber vier Gröſſe ſtets geproportionirt/ ſo ſaget man / daß die erſte zu der vierdten in einer dreymahligen Verhaltnuß ſtehe / derſelben/ welche die erſte zu der andern hat/ (wird in Lutein Triplicata ratio genannt). und ſo fort/ jederzeit umb eines mehr/ ſo lang die Proportion fortgeführt wird.

Außlegung.

Es ſeynd gegeben die drey ſtets geproportionirte Gröſſe A/ B/ C.

A. B. C.

27. 9. 3

So ſaget man/ daß die erſte Gröſſe A/ zu der dritten C in einer zweymahliger Verhaltnuß derſelben / welche die erſte A zu der anderten B hat/ ſtehe. Die Urſach iſt/ weilen zwiſchen A und C zwey Verhaltnuſſe/ nemlich A zu B/ und B zu C ſich befinden/ deren eine jede inſonderheit gleich iſt / der Verhaltnuß/ welche die erſte A zu der anderten B hat/ ſonſten nicht ſtets geproportionirt wären.

Wenn aber vier ſtets geproportionirte Gröſſe ſeynd / gleich wie A/B/C/D/

A. B. C. D.

21. 27. 9. 3.

So ſaget man/ daß die erſte Gröſſe A/ zu der vierdten D in dreymahliger Verhaltnus derſelben / welche die erſte A/ zu der anderten B hat/ ſtehe. Dann zwiſchen A/ und D/ drey Verhaltnüſſe / nemlich A zu B / und B zu C / und C zu D ſich befinden / deren eine jede inſonderheit gleichiſt/ der Verhaltnuß/ welche die erſte A zu der anderten B hat/ ſonſten nicht ſtets geproportionirt wären. Wenn fünff ſtets geproportionirte Gröſſe ſeynd / ſo ſaget man alsdann / daß die erſte zu der fünfften in viermahliger Verhaltnuß derſelben / welche die erſte zu der anderten hat/ ſtehe. u. ſ. f.

Anmerckung.

Wann in folgendem geſaget wird / daß zwey gleichformige flache Figuren zu einem Beyſpiel/ zwey □ A/ und B/ (deren eine Seite von 8/ die andere aber von 2 Schuhen iſt) in zweymahliger Verhaltnuß ihrer gleichformig-haltnuß-ſagender Seiten gegen einander ſtehen ; ſo verſtehet man da durch folgendes: daß nemlich/ wann man die zwey Seite in dreyen Abſätze ſtäts proportionirter fortführet;

Als wie hier 8. 2. $\frac{1}{2}$. ſich alsdann das Quadrat A zu dem □ B verhalte/ gleich wie der erſte Abſatz/ zu den dritten. Das iſt/ Es werde ſich verhalten das □ 64 zu dem □ 4. als wie 8 zu $\frac{1}{2}$.

Weilen aber 8 zu $\frac{1}{2}$ in zweymahliger Verhaltnuß ſtehet / derſelben / welche 8 zu 2 hat/ ſo ſaget man auß dieſer Urſach / daß auch die 2 □ A/ und B/ in zweymahliger Verhaltnuß derſelben / welche 8 zu 2 hat / (das iſt/ ihrer gleichformig-Halttnuß ſagenden Seiten)/ ſtehen. Darvon in der 19 Vorgab deß 6 Buchs etwas mehrers zu leſen.

2.

Eine Proportion wird in folgenden auff ſolche Art angedeutet.

Geſetzt es ſeye gegeben / daß ſich A gegen B verhalte / gleich wie C gegen D/ ſo ſchreibet man bloß hinweg. A. B : : C. D.

Oder wann man ſaget die Verhaltnuß A zu B / iſt gleich / der Verhaltnuß C zu D. So iſt eben ein Ding / ob man ſchreibe/ A/ B ∏ C/ D/ oder A/ B :: C. D.

XI.

Gleichförmig-haltnuß ſagende Gröſſe (Magnitudines Homologæ) werden in einer Proportion genant/ die zwey vorgehende/ und die zwey Nachgehende.

Zu einem Exempel/ es ſeye A/B :: C/ D/ ſo ſeynd die gleich-formig-Haltnuß ſagende Gröſſe A/ und C/ Item B und D

XII.

Eine verwexlete Verhaltnuß (Alterna Ratio) iſt / wann ein Vorgehend/ zu den andern Vorgehenden: Und ein Nachfolgend zu den andern Nachfolgenden gehalten/ und verglichen wird.

Alſo/ wann anfänglich die Proportion iſt

A. B. :: C. D.
9. 3. :: 6. 2.

So wird durch die Verwexlung (Alternè, vicissim, oder permutando) die Proportion ſeyn

A. C. :: B. D.
9. 6. :: 3. 2.

Mercke: wann man die Verwexlung in einer Proportion gebrauchen will/ ſo müſſen alle vier Gröſſe von einerley Gattung ſeyn. Geſetzt/ es ſeye gegeben/ daß ſich eine Zahl A zu einer andern Zahl B verhalte/ gleich wie eine Lini C/ zu einer andern Lini D/ ſo wird man durch die Verwexlung gar nicht ſchlieſſen können/ daß ſich die Zahl A zu der Lini C verhalte/ gleich wie die Zahl B/ zu der Lini D. Die Urſach iſt/ weilen die Zahlen/ und Lini keine Verhaltnuß/ wie es in der 5. def. dieſes Buchs iſt erklärt worden/ gegen einander haben können. In denen fünff folgenden Schluß-Redens-Arten aber/ können die erſtere zwey Gröſſe von einerley Gattung/ und die zwey andere Gröſſe/ von einer andern Gattung ſeyn.

XIII.

Eine umbgekehrte Verhaltnuß (Inversa ratio) iſt/ wann man die Nachgehende/ an ſtatt der Vorgehenden/ und die Vorgehende an ſtatt der Nachgehenden nimmet.

Alſo/ wann anfänglich die Proportion ſtehet.

A. B. :: C. D.
9. 3. :: 6 2

So wird ſeyn durch die Umbkehrung (Inversè, è contrario, oder invertendo).

B A. :: D. C.
3. 9 :: 2. 6.

XIV.

Eine Zuſammenſetzung (Compositio rationis) iſt/ wann man beyderſeits das Vorgehendt und Nachgehendt zuſammen nimmet und gegen das Nachgehendt allein vergleichet.

Wann anfänglich ſtehet A. B :: C. D.
9. 3 :: 6. 2.

So wird ſeyn durch die Zuſammenſetzung (componendo)

A + B. B :: C + D. D.
12 . 3 :: 8 . 2.

XV.

Eine Zertheilung der Verhaltnuß (Diviſio rationis) iſt/ wann man den Unterſcheid / umb welchen das Vorgehend ſein Nachgehend übertreffet/ gegen der Nachgehenden vergleichet.

Wann anfänglich ſtehet: A. B. :: C. D.
9. 3. :: 6. 2.

So wird ſeyn durch die Zertheilung (dividendo).
A — B . B :: C — D . D.
6 . 3 :: 4 . 2.

Mercke/ daß in dieſer Schluß-Redens-Art das Vorgehende nothwendig gröſſer ſeyn muß/ als ſein Nachgehendes.

XVI.

Eine Ver- oder Umbwendung der Verhaltnuß (Converſio rationis) iſt/ wann man beyderſeits das Vorgehendt zu dem Unterſcheid/ welcher zwiſchen einem Vorgehenden/ und ſeinem Nachgehenden iſt/ vergleichet.

Wann anfänglich ſtehet: A . B :: C . D.
9 . 3 :: 6 . 2.

So wird ſeyn durch die Umbwendung (per converſionem).
A . A — B :: C . C — D.
9 . 6 :: 6 . 4.

Mercke/ daß auch in dieſer Schluß-Redens-Art/ das Vorgehende gröſſer ſeyn muß/ als ſein Nachgehendes.

XVII.

Verhaltnuß auß einer Gleichheit/ oder kurtz hinweg/ auß der gleichen (ex Æqualitate ratio. oder ex æquo) iſt/ wann man zwey Reühe Gröſſe eine jede in gleicher Anzahl/ jederzeit zwey und zwey/ in einerley Verhaltnus zuſammen nehmet; und hernach einen ſolchen Vergleichungs-Schluß machet/ daß die erſte Gröſſe ſich zu der letzten in der erſten Reühe verhalte/ gleich wie die erſte Gröſſe ſich zu der letzten in der andern Reühe verhalte.

Die Zuſammennemmung deren zwey Gröſſe / geſchicht auff zweyerley Weiſe; erſtlich wann ſie ordentlich/ hernach verruckter genommen werden.

XVIII.

Eine ordentliche Proportion iſt (ordinata proportio), wann zwey Reühe Gröſſe/ eine jede in gleicher Anzahl auff ſolche Weiſe genommen werden/ daß in der erſten Reühe die erſte Gröſſe/ ſich zu ſeiner anderten verhalte; gleich wie die erſte Gröſſe in der anderten Reühe/

zu seiner anderten. Und wiederum gleich wie die anderte Grösse in der ersten Reuhe sich zu seiner dritten verhalte; also auch die anderte Grösse in der anderten Reuhe sich zu seiner dritten verhalte. u. s. f.

Zu einem Exempel / es stehen die Grösse/

In der ersten Reyhe		In der anderten Reyhe	
A	9	D	18
B	3	E	6
C	1	F	2

Wann sich nun verhaltet A zu B :: D/E/ und B/C :: E/F.
So schliesset man hernach/daß auch seye durch die Verhaltnuß auß einer Gleichheit/ oder kurtz hinweg auß der gleichen.

A . C :: D . F.
9 . 1 :: 18 . 2

XIX.

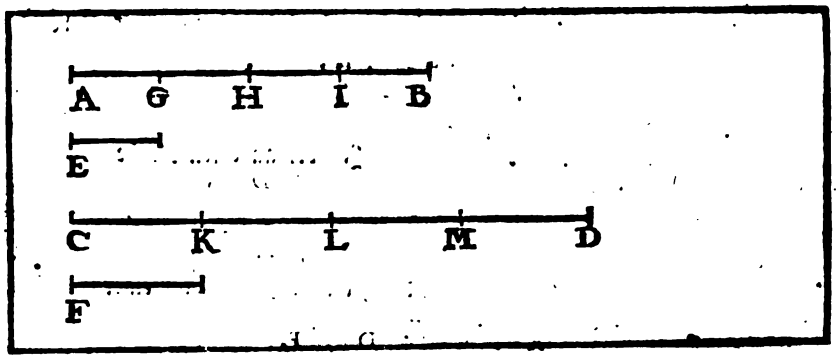
Eine verruckte Proportion ist (perturbata proportio), wann zwey Reühe Grösse eine jede in gleicher Anzahl auff solche Weise genommen werden; daß in der ersten Reühe die erste Grösse sich zu seiner anderten verhalte / gleich wie die vorletzte Grösse in der anderten Reühe sich zu seiner letzten verhalte: Und wiederumb/ gleich wie die anderte Grösse in der ersten Reühe sich zu seiner dritten verhalte / als wie die Vorvorletztere Grösse in der anderten Reühe sich zu seiner Vor-letzteren verhalte. u. s. f.

Zu einem Exempel/ es stehen die Grösse

In der ersten Reühe		In der anddern Reühe	
A	12	D	24.
B	6	E	8.
C	2	F	4

Wann sich nun verhaltet A. B :: E. F/ und B. C :: D. E.
So schliesset man hernach/ daß auch seye auß der gleichen

A . C :: D . F.
12 . 2 :: 24 . 4



Die I. Vorgab. Betrachtung.

Wann so viel Gröſſe/ (als man will/) gleichformig-vielfach seynd / so vieler andern Gröſſe / eine jede der Seinen: so wird seyn/ als wie eine vielfache sich zu seiner andern verhaltet/ also werden sie alle gleichförmig vielfache sammentlich/ zu ihren andern Gröſſe sammentlich verhalten.

Es seynd gegeben die zwey Gröſſe AB/ und CD / welche gleichformig vielfach seynd/ deren Gröſſe E/ und F. Diesem nach saget man / daß AB und AB ⊣ CD gleichförmig vielfache seynd/deren E und E ⊣ F ; das ist/wie offt AB seine andere Gröſſe E begreiffet/ so offt/ oder in gleicher Anzahl/ werden AB und CD sammentlich E und F sammentlich begreiffen.

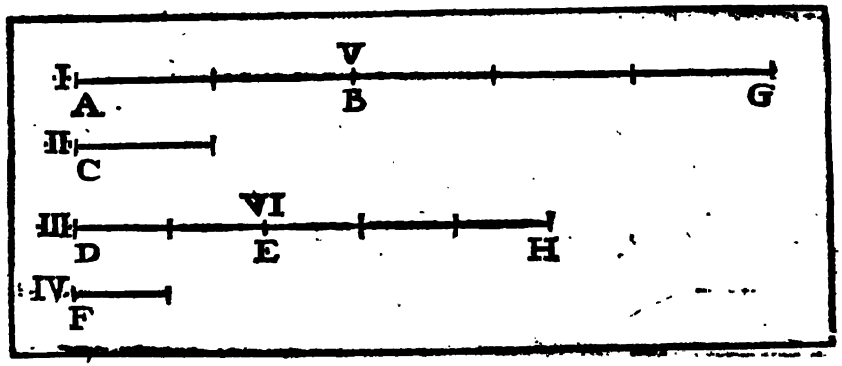
Zubereitung.

Weilen AB und CD gleichförmig vielfach seynd deren E und F — d. d. Vorg.
so kan AB in so viel Theil (alle gleich der Gröſſe E) ; — d. 2. an. 2. def. 5.
als CD in solche Theile (welche alle gleich seynd der F) abgetheilt werden.

Gesetzt/ es seye AB in vier gleiche Theile abgetheilt worden /
so wird auch CD gerad vier gleiche Theile begreiffen. Diesem nach

Beweiß.

Weilen nun AG ∏ ist der E/ — d. d. Zub.
so man beyderseits hinzu setzet die CK / und FC (welche auch einander ∏ seynd. — d. d. Zub.
So wird AG ⊣ CK ∏ seyn / E ⊣ F ; und auff solche Weiß — d. 2. ax.
auch GH ⊣ KL ∏/ der E ⊣ F/ und HI ⊣ LM ∏ der E ⊣ F.
Letztlich IB ⊣ MD ∏/ der E ⊣ F.
Auß diesen erhellet/ wie offt dann E in AB / oder F in CD begriffen ist/
so offt seye auch E ⊣ F in AB ⊣ CD begriffen.
Deßwegen / wie vielfach AB der Gröſſe E
so gleichformig vielfach wird AB ⊣ CD seyn/ der E ⊣ F. — d. 2. def. 2. an. 5.
Welches zu beweisen war.



Die II. Vorgab. Betrachtung.

Wann die erſte Gröſſe/ ſo gleichförmig vielfach iſt der anderten/ als wie die dritte der vierten/ und die fünffte auch gleichförmig vielfach iſt der anderten/ als wie die ſechſte/ der vierten: ſo wird die erſte und fünffte zuſammen/ ſo gleichförmig vielfach ſeyn der anderten: als wie die dritte und ſechſte zuſammen/ der vierten.

Es iſt gegeben die erſte Gröſſe AB/ ſo gleichförmig vielfach der anderten C/ als die dritte DE/ der vierten F. Wiederumb ſeye gegeben die fünffte BG/ ſo gleichförmig vielfach der anderten C; als die ſechſte EH/ der vierten F. Dieſem nach ſagt man/ daß AB → BG/ und DE → EH/ gleichformig vielfache ſeynd/ deren C und F.

Beweiß.

Geſetzt/ die erſte AB begreiffe die anderte C zweymahlen/
ſo wird auch die dritte ED die vierdte F gerad zweymahlen begreiffen. b. 2. def. 2. all. 5.

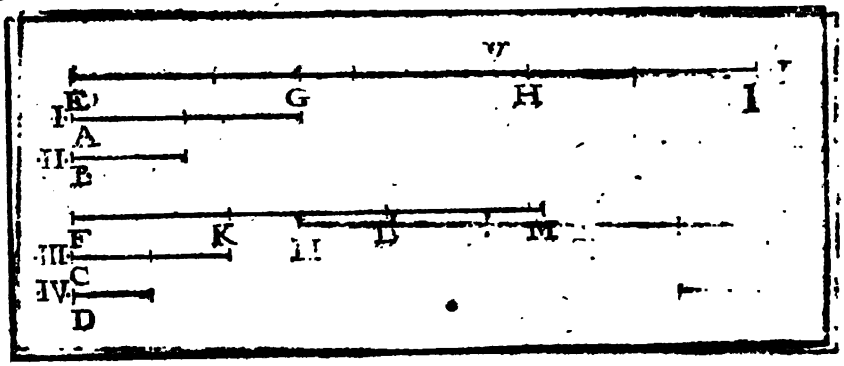
Seye wiederumb geſetzt/ daß die fünffte BG die anderte C dreymahln begreiffe. So wird auch die ſechſte EH die vierte F. gerad dreymahlen begreiffen.

Wann man nun beyderſeits zu gleicher Anzahl eine andere gleiche Anzahl hinzu ſetzet.
So kommen wiederumb beyderſeits gleiche Anzahlen herauß. b. 2. ax. 1.

Setze dahero zu AB/ und DE die von gleicher Anzahl BG/ und EH/
ſo wird ſowohl die gantze AG fünff mahlen die Gröſſe C/
als die gantze DH fünffmahlen die Gröſſe F begreiffen.

Deßwegen wird die gantze AG/ ſo gleichformig vielfach der anderten C ſeyn; als die gantze DH/ der vierten F. b. 2. def. 2. all. 5.

Welches zu beweiſen ware.



Die III. Vorgab. Betrachtung.

Wann die erste Grösse so gleichförmig vielfach ist der anderten / gleich wie die dritte der vierten; Man nemmet aber noch andere gleichförmig-vielfache der ersten und dritten: so wird die genommene gleichförmig vielfache der ersten / so offt gleichförmig-vielfach seyn der anderten / als die genommene gleichförmig-vielfache der dritten / gleichförmig vielfach ist der vierten.

Es seynd gegeben / die erste Grösse A / so gleichförmig vielfach der anderten B / als die dritte C / der vierdten D. Man nemme auch die Grösse EI / und FM / gleichformig vielfach der ersten A / und C. Diesen nach saget man / daß EI / und FM gleichförmig vielfache deren B und D seynd.

Zubereitung.

Gesetzt / EI sey abgetheilt in drey gleiche Theile / deren ein jeder gleich ist der Grösse A / nemlich in EG / GH / und HI

und EM seye auch abgetheilt in drey gleiche Theile / deren ein jeder gleich ist / der Grösse C / nemlich in FK / KL / und LM.

Beweiß. Weilen EG ☐ ist der A; und FK ☐ / der C. d. d. 3ti.

so werden EG / und FK / so offt B / und D begreiffen / als A / und C.

Eben wird diß geschehen von denen Theilen GH / und KL / u. s. f.

Jndeme nun die erste Grösse EG / so offt vielfach ist der anderten B / als die dritte FK vielfach ist / der vierdten D.

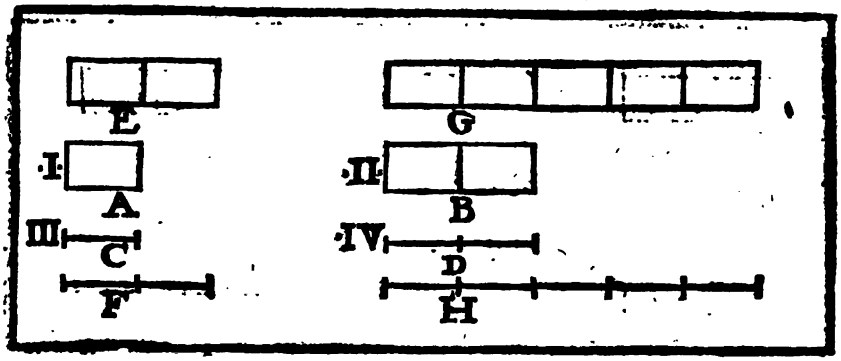
Und die fünffte GH ist auch so offt vielfach der anderten B / als die Sechste KL vielfach ist der vierten F.

So wird auch die Grösse EH zusammengesetzter von der ersten und fünfften / und die Grösse FL / (so zusammen gesetzt ist von der dritten und sechsten) gleichförmig vielfach seyn der anderten B und vierten D. d. 2. 5.

Unterdessen / wann man EH / und FL für die erste und dritte Grösse nehmet / und HI / und LM für die fünffte und sechste.

So schliesset man / daß die gantze EI / und FM gleichförmig vielfache seint deren B und D. { d. 2 def. 2. an 5. und 2. 5.

Welches zu beweisen ware.



Die IV. Vorgab. Betrachtung.

Wann vier Gröſſe geproportionirt ſeynt / und man nehme nach Gefallen gleichförmig vielfache der erſten und dritten / gleich wie auch gleichförmig vielfache der anderten und vierten: ſo werden auch die nach Gefallen genommene Vielfache (wann nur die Ordnung gehalten wird) einander geproportionirt ſeyn.

Es ſeynd gegeben die vier geproportionirte Gröſſe / nemlich A. B :: C D. Man nehme nun nach Gefallen die Gröſſe E und F gleichförmig vielfach der erſten A / und dritten C. auch die Gröſſe G / und H gleichförmig vielfach der anderten B / und vierdten D. diſen nach ſaget man / daß auch die genommene vielfache einander geproportionirt ſeynd / nemlich E. G :: F. H.

Beweiß.

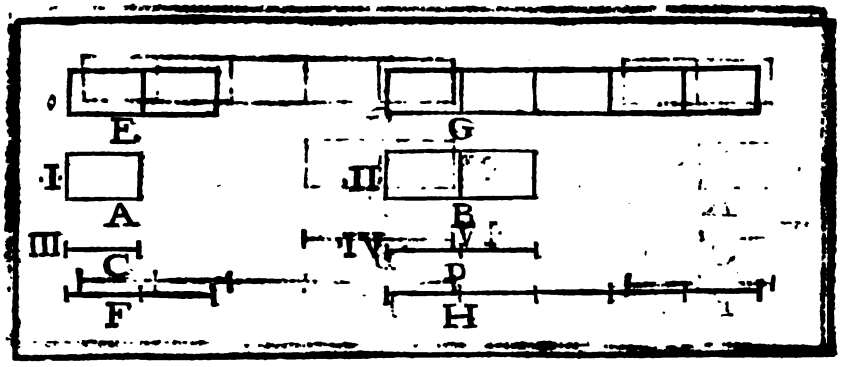
Weilen E / und F gleichförmig vielfache ſeynd / deren A / und C / ſo wird die Anzahl deren Theilen in E ⊓ ſeyn / der Anzahl deren Theile in F. d. 2. an. def. 2. 5.

Auff ſolche Weiſe wird auch die Anzahl deren Theilen in G ⊓ ſeyn / der Anzahl deren Theile in H.

Dahero wegen Gleichheit der Anzahle beyderſeits wird E ſo offt die G begreiffen / als F die H begreiffet; oder E iſt ſo offt von G; als F und H begriffen: und alſo haben ſie einerley Verhaltnuß untereinander d. 6. def. 5.

Deßwegen ſeynd dieſe vier vielfache einander geproportionirt / d. 7. def. 5. Das iſt / es werde ſeyn E. G :: F. H.

Welches zu beweiſen ware.



Anmerckung.

Man beweiset gemeiniglich zu Folge dieser Vorgab / die Giltigkeit der Umbkehrung dieser Verhaltnuß / (welche in der 13. def. dieses Buchs ist erkläret worden) so wir auch allhier thun wollen; weilen aber diese vierte Vorgab durch eine andere Art / als Euclides gethan / bewiesen worden ist; also ist diese nicht zu einer Folge / sondern für eine Haubt-Vorgab beygesetzt worden.

Seye dahero anfänglich gegeben A. B :: C. D.

So saget man / daß auch durch die Umbkehrung (invertendo, oder inversè) giltig kan geschlossen werden B. A :: D. C.

Dann weilen gesetzt ist A. B :: C. D

so wird A so offt begreiffen B / als C / die D: oder — d. def. 6. 5.

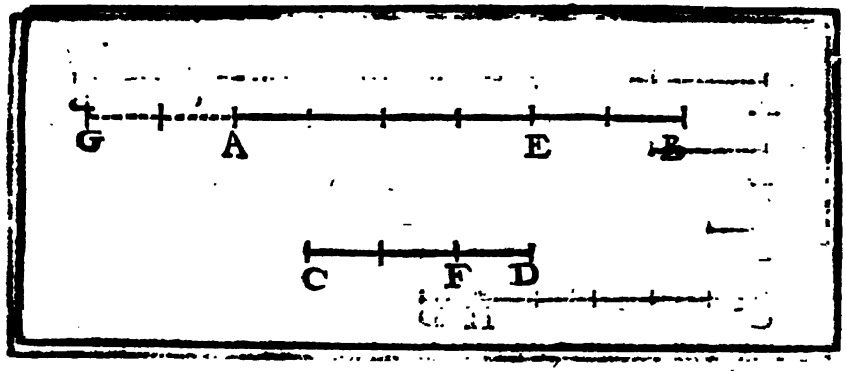
A wird so offt begriffen seyn von B; als C von D.

Dahero sowohl A / und C; als B / und D gleichförmige Theile ihrer Grösse seyn können / und B so viel zu A / als D zu C ist. — d. 2. an def. 2. 5.

Deßwegen B so offt begreiffet A; als D / die C begreiffen kan; oder B so offt von A; als D von der C begriffen ist. — d. { def. 6. 5. / def. 7.

Dahero werde es seyn B. A :: D. C.

Welches zu beweisen ware.



Die V. Vorgab. Betrachtung.

Wann eine Gröſſe so vielfach ist einer andern Gröſſe/ als ein darvon abgezogener Theil/ deß andern darvon abgezogenen Theils: so wird auch der eine übrige Theil so vielfach seyn/ deß andern übrigen Theils/ als wie die eine gantze Gröſſe/ der andern gantzen Gröſſe ware.

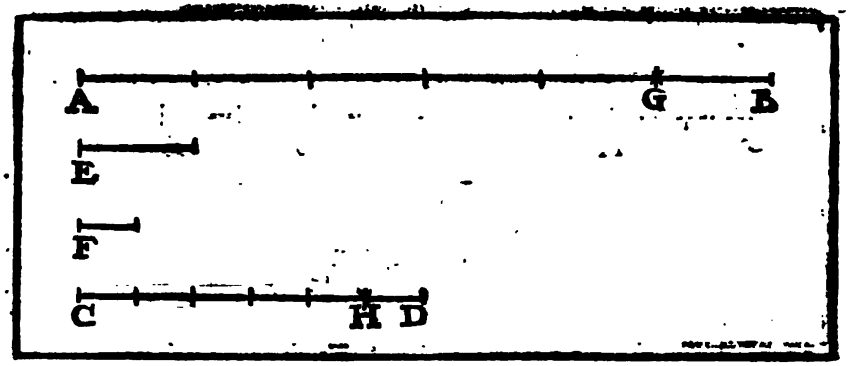
Es seynd gegeben die Gröſſe AB/ so vielfach der andern CD/ als die abgezogene Theil AE/ deß andern abgezogenen Theils CF. Derhalben nach sage ich/ daß auch der übrige Theil EB/ so vielfach ist deß andern übrigen Theils FD/ gleich wie die gantze AB/ der gantzen CD ware.

Zubereitung.

Setze/ daß GA so vielfach der Gröſſe FD seye/ als AE der Gröſſe CF, oder/ als AB der Gröſſe CD ist.

Beweiß.

Nun ist GE so vielfach der Gröſſe CD/ als AE der CF. d. 1. 5.
Es ist auch AB so vielfach der CD/ als AE der CF. d. V. Vorg.
Dahero wird GE so vielfach seyn der CD/ als AB der CD/
und folgends GE ⊓ seyn/ der AB (dann sie gleichförmig
vielfache von einer jeden Gröſſe CD seynd) { d. 5. ax. 1. und 2. an. def. 2. 5.
Wenn man nun beyderseits die gemeine Gröſſe AE darvon ziehet/
so wird GA ⊓ verbleiben/ der EB.
Unterdessen ist GA so vielfach/ der FD gemacht/ als AB der CD, d. 3. ax. 1. d. d. Zub.
Folget/ daß auch EB so vielfach seye der FD/ als AB der CD.
Welches zu beweisen ware.



Die VI. Vorgab. Betrachtung.

Wann zwey Gröſſe / anderer zwey Gröſſe gleichförmig vielfach ſeint / und man von dieſen auch gleichförmig vielfache darvon nemmet: ſo werden auch die übrige entweder denen andern gleichförmig vielfache / oder gleich groß verbleiben.

Es ſeynd gegeben die Gröſſe A B / und CD gleichförmig vielfache deren E und F; und man hat darvon genommen AG / und CH / gleichförmig vielfache / derenſelben E / und F. Dieſem nach ſaget man / daß die übrige Gröſſe GB / und HD entweder gleichförmig vielfach deren E / und F / oder denenſelben gleich groß verbliben ſeynd.

Beweiß.

Die Gröſſe AB / und CD ſeynd gleichförmig vielfach deren E / und F. d. d. Vorg.

Dahero in AB ſo viel Theile (deren ein jeder gleich iſt der E) ſeint / als Theile ſeint in CD (deren ein jeder gleich iſt der F). d. 1. an. def. 2. 5.

Es ſeint auch genommen AG / und CH gleichförmig vielfache deren E / und F d. d. Vorg.

Dahero werden auch in AG ſo viel Theile (deren ein jeder gleich iſt der E) ſeyn / als Theile ſeynd in CH (deren ein jeder gleich iſt der F). d. 1. an. def. 2. 5.

Wann man nun von dergleichen Anzahl deren gleichen Theile (ſo in AE / und CD ſeint) die gleiche Anzahl deren gleichen Theile / ſo in AG / und CH ſeint) / abziehet.

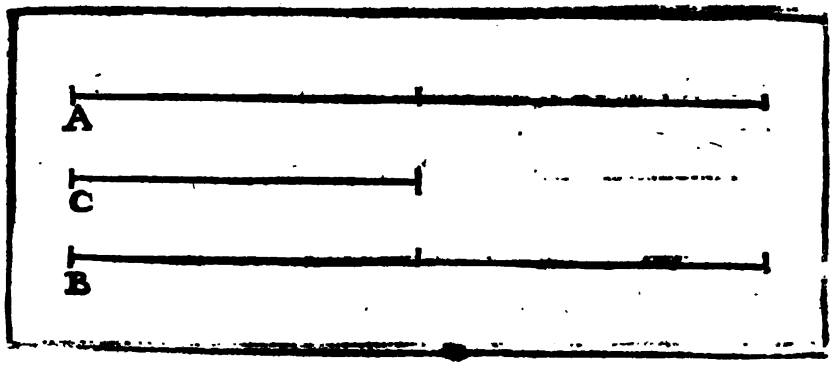
So werden in GB ſo viel Theile ⊓ / der E verbleiben / als Theile in HD ⊓ / der F ſeint. d. 3. ax. 5.

Wann nun GB ⊓ iſt / der E:

So wird auch HD ⊓ ſeyn / der F.

Seint dann mehr Theile in GB / und HD / ſo iſt klar / daß GB und HD auch gleichförmig vielfache ſeint deren E und F.

Welches zu beweiſen ware.



Die VIII. Vorgab. Betrachtung.

Gleiche Grösse/ welche zu einer andern Grösse verglichen werden/ haben zu ihr einerley Verhaltnuß: und hinwiederumb eine Grösse zu andern gleichen Grösse verglichener / hat einerley Verhaltnuß zu ihnen.

Es seynd gegeben die Grösse A/ und B/ so einander gleich seynd/ wann man diese zu der gegebenen Grösse C vergleichet; So saget man/ daß beyde Grösse A/ und B einerley Verhaltnuß zu der C haben/ nemlich es sey A. C :: B. C.

Beweiß. I.

Weilen A ☐ ist gegeben/ der B/
so wird A so offt C begreiffen/ als B dieselbe C: oder
A wird so offt ein gleicher Theil von C. seyn/ als B von der C.
ein solcher Theil ist.

Dahero ist auch die Verhaltnuß A zu C ☐ / der Verhaltnuß B zu C. d. 6. def. 5.
und folgends seyn werde: A. C. :: B. C. d. 7. def. 5.

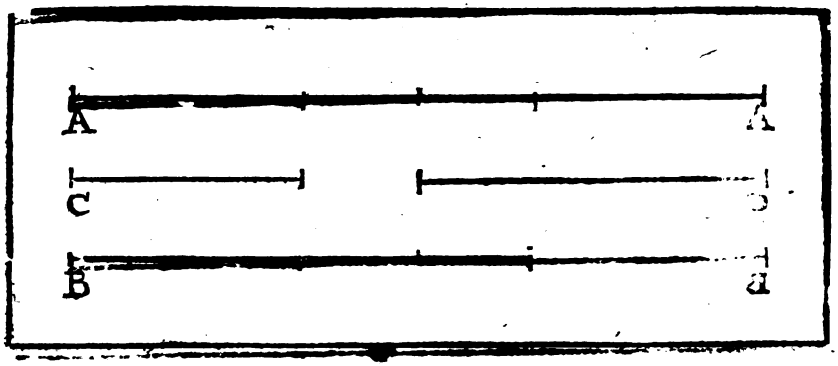
II.

Wann nun die C zu denen gleichen Grösse A/ und B verglichen wird/
so saget man/ daß die Grösse C zu diesen beyden einerley Verhaltnuß
habe.

Die Ursach ist/ weilen vorgehends ist bewiesen worden/ daß es seye A. C :: B. C.
so ist auch durch die Umbkehrung giltig zu sagen: C. A :: C B. d. an. 4. 5.

Das ist/ die Verhaltnuß C zu A ist ☐ / der Verhaltnuß C zu B.
Welches zu beweisen ware.

Mercke/ daß diese/ und die vier folgende Vorgaben pure allgemeine Wissenschafften seynd.



Die VIII. Vorgab. Betrachtung.

Unter zweyen ungleichen Grösse/ welche zu einerley Grösse gehalten werden/ hat die Grössere eine grössere Verhaltnuß zu derselben/ als die kleinere: hinwiederumb wird dieselbe Grösse zu der kleinern eine grössere Verhaltnuß haben/ als zu der grössern.

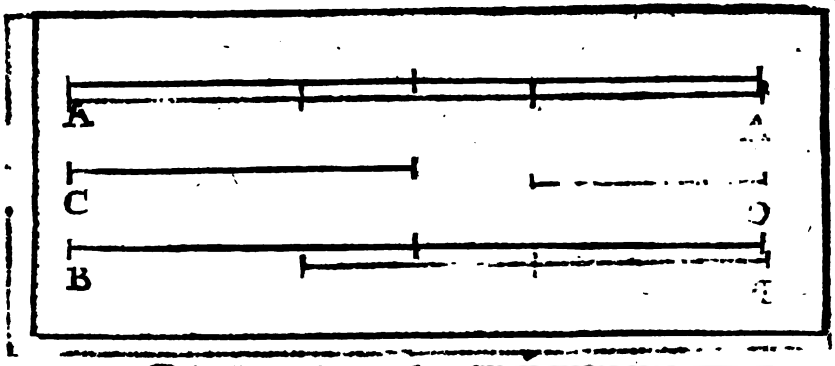
Es seynd gegeben die zwey ungleiche Grösse A und B/ welche zu der gegebenen Grösse C verglichen werden. Diesem nach saget man/ daß die grössere A zu der Grösse C eine grössere Verhaltnuß habe/ als die kleinere B zu derselben C.

Beweiß I.

Weilen A ⌐ gegeben ist/ als B;
so wird A öffter begreiffen C/ als B dieselbe C/
Dahero wird A zu C auch eine grössere Verhaltnuß haben
als B zu derselben C. 8. def. 5.

II.

Gestalt dieser Sachen/ wann nun die Grösse C zu denen zwey ungleichen Grösse A und B verglichen wirds/ so saget man/ daß C zu der kleinern B eine grössere Verhaltnuß habe/ als zu der grössern A/
Dann C ein grösserer Theil von seinem Nachgebenden der kleinern B/ als dieselbe C von seinem Nachgebenden der grössern A ist.
Dahero auch C eine grössere Verhaltnuß hat zu der kleinern B. 8. def. 5.
als zu der grössern A.
Welches zu beweisen ware.



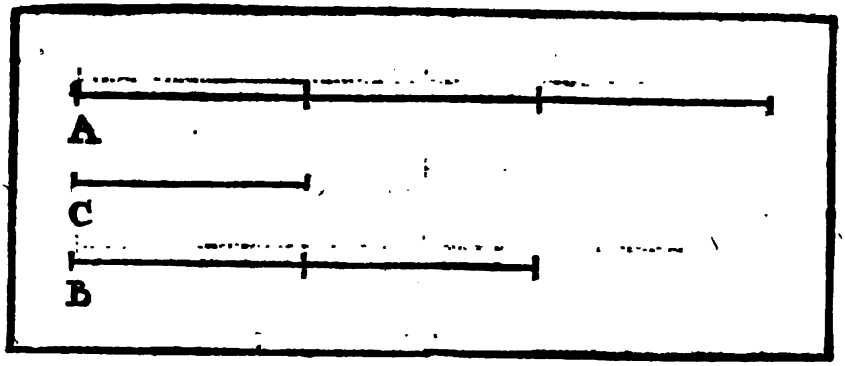
Die IX. Vorgab. Betrachtung.

Die Grösse/ welche zu einer andern Grösse einerley Verhaltnuß haben/ seind einander gleich groß: und wann eine Grösse zur andern Grösse einerley Verhaltnuß hat/ so seynd dieselbe auch einander gleich groß.

Es ist gegeben/ daß die zwey Grösse A und B einerley Verhaltnuß haben zu C. Diesem nachsaget man/ daß A ⊓ seye der B.

Beweiß.

Gesetzt/ man sagete / es wäre A nicht ⊓/ sondern
A seye entweder ⌐ / oder ¬ / als die B.
So folgete aber darauff/ daß auch die Verhaltnuß A zu C
entweder ⌐ oder ¬ wäre/ als die Verhaltnuß B zu C. 5.
Dieses aber streitet wider die Vorgab / indeme beyde
Verhaltnusse anfänglich gleich einander seind gegeben worden.
Darumb ist noch wahr zu sagen/ daß A ⊓ seye/ der B.
Es seye abermahlen gegeben / daß die Grösse C zu denen gegebenen Grösse
A und B einerley Verhaltnuß habe. Diesem nach setzet man/ daß
A ⊓ seye/ der B.
Dann weilen C zu A/ und B einerley Verhaltnuß hat/
so muß auch nothwendig A ⊓ seyn/ der B.
Sonsten/ wann A und B nicht einander gleich wären/
auch die Verhaltnusse zu der C einander ungleich wären/
welches aber wider die Vorgab streitet.
Dahero schliesset man/ daß nothwendig A ⊓ seye / der B.
Welches zu beweisen ware.



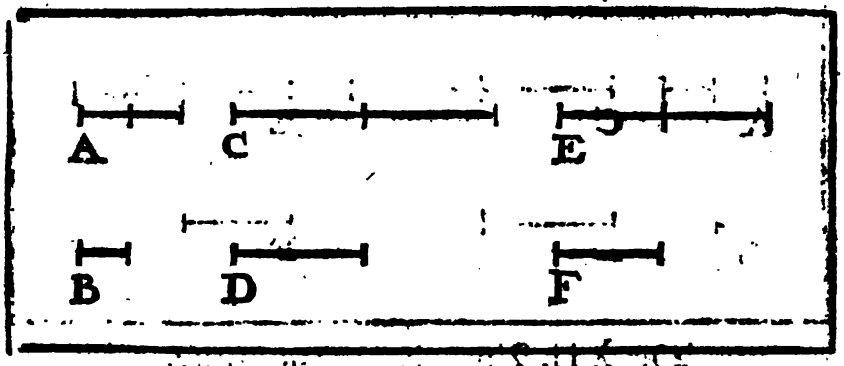
Die X. Vorgab. Betrachtung.

Wann zwey Gröſſe zu einer andern Gröſſe gehalten werden/ ſo iſt unter ſolchen die gröſſere/ welche eine gröſſere Verhaltnuß zu derſelben andern hat; gegen welcher aber dieſelbe eine gröſſere Verhaltnuß hat/ die iſt kleiner.

Es ſeye gegeben/ daß die Verhaltnuß der Gröſſe A zu der Gröſſe C ⌜ ſeye / als die Verhaltnuß B zu derſelben C. ſo ſaget man/ daß auch A ⌜ ſeye/ als B.

Beweiß.

Beſtehet man es nicht/ ſondern ſaget/ daß A ⌐ wäre / der B.
So folgete darauff/ daß auch die Verhaltnuß A zu C ⌐ wäre / der Verhaltnuß B zu C. Welches aber wider die Vorgab iſt. b. 7. 5.
Wil man weiter ſagen/ daß A ¬ ſeye / als B.
ſo folgete auch/ daß die Verhaltnuß A zu C ¬ wäre/ als die Verhaltnuß B zu C/ welches eben wider die Vorgab iſt. b. 8. 5.
Dahero ſchlieſſet man/ daß nothwendig A ⌜ ſeyn muß/ als B.
Es iſt weiters gegeben / daß die Verhaltnuß C zu B ⌜ ſeye/ als die Verhaltnuß C zu A/ ſo ſaget man/ daß B kleiner ſeye / als A.
Dann wann man ſagete/ daß B ⌐ wäre der A.
ſo folgete / daß die Verhaltnuß C zu B auch ⌐ wäre/ der Verhaltnuß C zu A. welches wider die Vorgab iſt. b. 7. 5.
Wil man aber ſagen / daß B ⌜ ſeye/ als A ꝛ
ſo folget/ daß die Verhaltnuß C zu A ⌜ wäre/ als die Verhaltnuß C zu B. welches eben wider die Vorgab iſt. b. 8. 5.
Dahero iſt unfehlbar zu ſagen/ daß B ¬ ſeye / als A.
Welches zu beweiſen ware.



Die XI. Vorgab. Betrachtung.

Die Gröſſe / welche gegen einer andern einerley Verhaltnuß haben / haben auch unter ſich einerley Verhaltnuß.

Es ſeynd gegeben die Gröſſe AB. EF. CD / und A verhalte ſich zu B / als wie E zu F. und auch C verhalte ſich zu D / gleich wie dieſelbe E zu F. u. ſ. f. dieſen nach ſaget man / daß es ſeyn werde A. B :: C. D.

Beweiß.

Weilen die Verhaltnuß A zu B ⊓ iſt / der Verhaltnuß E zu F. 5. d. Vorg.
ſo wird A ſo offt B begreiffen / als E die E. oder /
A wird ſo offt von B begriffen / als E von F.

Es iſt aber gegeben die Verhaltnuß C zu D ⊓ / der Verhaltnuß E zu F.
ſo wird auch C ſo offt D begreiffen / als E die F / oder /
C wird ſo offt von D begriffen ſeyn / als E von F.

Dahero wird auch A ſo offt B begreiffen / als C die D / oder 5. 1. ax. 1.
A wird ſo offt von B begriffen / als C von D.

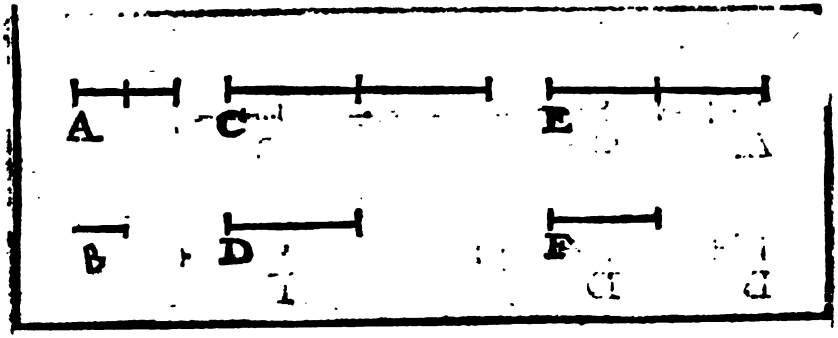
Worauff folget / daß dann ſeye A B :: C. D. { 5. 6. def. 5. / 5. 7. def. 5.
Welches zu beweiſen ware.

Anmerckung.

Die Gröſſe / welche gegen andern Gröſſe einerley Verhaltnus haben / haben auch unter ſich einerley Verhaltnuß

A	2.	⁞	B	1.	::	C	6.	⁞ D. 3.
E	1	⁞	F	4.	::	G	12.	⁞ H. 6.

Wann es iſt A. B :: C. D / und E. F :: A. B / und G. H :: C. D ſo ſaget man / daß auch ſeye E. F :: G. H; dann weilen die Verhaltnuſſe E zu F / und C zu D ⊓ ſeint der Verhaltnuß A zu B: ſo wird durch die 11. 5. ſeyn E. F :: C. D. und wiederum indeme die Verhaltnuſſe E zu F / und G zu H ⊓ ſeint / der Verhaltnuß C zu D: ſo wird auch durch dieſelbe 11. 5. ſeyn / E. F :: G. H.



Die XII. Vorgab. Betrachtung.

Wann so viel Gröſſe ſeint/ als man wil/ welche einerley Verhaltnuß gegen andere Gröſſe haben: ſo wird ſeyn/ gleich wie ſich ein vorgehend zu ſeinem Nachgehenden verhaltet: alſo werden alle Vorgehende zuſammen genommen/ ſich zu allen Nachgehenden zuſammen genommen verhalten.

Es ſeynd gegeben die Gröſſe A. C. E. welche einerley Verhaltnuß haben/ zu denen Gröſſe B. D. F. das iſt/ A. B. :: C. D. :: E. F. Dieſen nach ſaget man/ daß auch ſeyn werde/ gleich wie ein vorgehendes A ſich zu ſeinen nachgehenden B verhaltet: Alſo werden alle Vorgehende A. C. E ſammentlich/ ſich zu allen Nachgehenden B. D. F ſammentlich verhalten/ das iſt/ es werde ſeyn A. B :: A→C→E. B→D→F.

Beweiß. Dieweilen die Gröſſe A. C. E einerley Verhaltnuß zu ihren Nachgehenden B. D. F haben.

So werden ſie ihre Nachgehende in gleicher Anzahl begreiffen/ nemlich ein jede das Seine: oder/ ſo werden ſie von ihren Nachgehenden in gleicher Anzahl begriffen werden/ nemlich eine jede von dem Seinen. d. 6. def. 5.

Geſetzt/ es ſeye ein Vorgehendes/ gleich wie A/ doppelt/ oder dreyfach ſeines Nachgehenden B.

So folget/ daß auch die andere C und E/ doppelt/ oder dreyfach ſeyn werden ihrer Nachgehenden D und F.

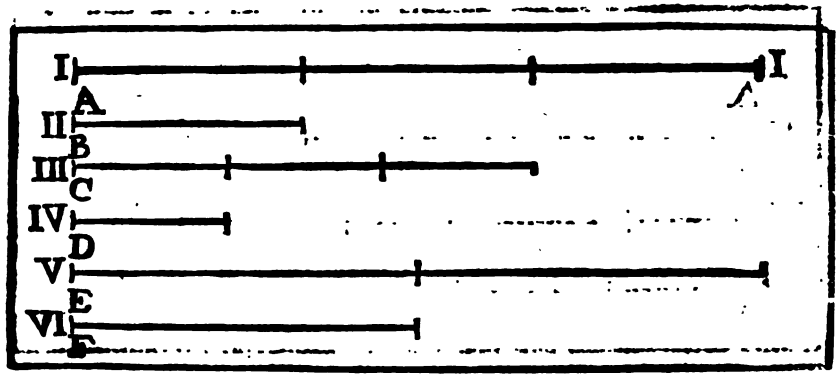
Auff ſolche Weiſe (weilen dann beyderſeits gleichförmige Gröſſe zuſammen genommen werden) nun klar/ daß die gantze Summen deren Vorgehenden auch doppelt oder dreyfach/ der gantzen Summen deren Nachgehenden ſeyn werde/ gleich wie das eine vorgehend A doppelt oder dreyfach geſetzt ware ſeines Nachgehenden B (dann beyderſeits eine gleichförmige Zuſammenſetzung geſchiehet)

Und dahero die gantze Summen deren vorgehenden/ ſo offt die gantze Summen deren nachgehenden begreiffen werde/ oder die gantze Summen deren vorgehenden/ ſo offt von der gantzen Summen deren Nachgehenden begriffen ſeyn wird/ wie offt ein vorgehendes/ ſein Nachgehendes begreiffet/ oder ein Vorgehendes von ſeinem Nachgehenden begriffen iſt.

Deßwegen wird ſeyn A. B :: A→C→E. B→D→F. d. 6. def. 5. 7. def. 5.

Welches zu beweiſen ware.

Folge. Wann man gleichförmige geproportionirte Gröſſe zu gleichförmigen geproportionirten Gröſſe hinzu ſetzet/ ſo wird auch die Summa gleichförmig geproportionirt ſeyn.



Die XIII. Vorgab. Betrachtung.

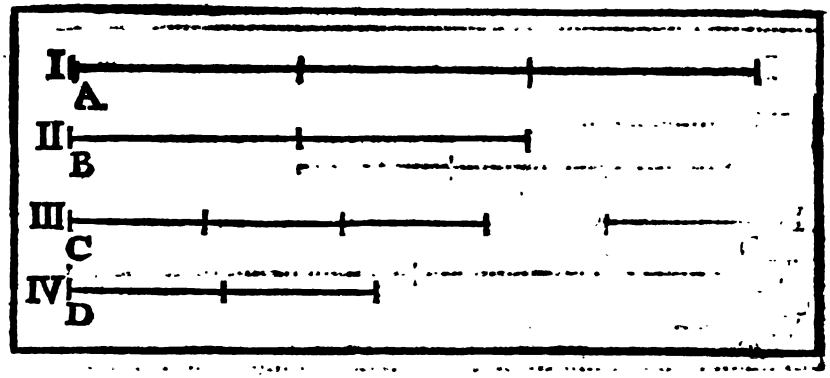
Wann die erſte Gröſſe zu der andern eine ſolche Verhaltnuß hat / als wie die dritte zu der vierten. Die dritte aber zu der vierdten eine gröſſere Verhaltnuß hat / als die fünffte zu der ſechſten: ſo wird auch die erſte Gröſſe / zu der anderten eine gröſſere Verhaltnuß haben / als die fünffte zu der ſechſten.

Es iſt gegeben / daß die Verhaltnuß der erſten Gröſſe A zu der anderten B ⊓ ſeye / als die Verhaltnuß der dritten C zu der vierdten D. Die Verhaltnuß der dritten C zu der vierten D aber / iſt auch ⌐ gegeben / als die Verhaltnuß der fünfften E zu der ſechſten F. Dieſen nach ſaget man / daß auch die Verhaltnuß der erſten A zu der anderten B ⌐ ſeye / als die Verhaltnuß der fünfften E zu der ſechſten F.

Beweiß.

Die Verhaltnuß C zu D iſt ⌐ gegeben / als die Verhaltnuß E zu der F.	d. h. Vorg.
Dahero C öffter begreiffen werde die D / als E die F.	d. 5. def. 5.
Es iſt unterdeſſen C. D :: A. B. oder C. D ⊓ / A. B.	d. d. Vorg.
Folget / daß auch A öffter begreiffen werde die B / als E die F.	
Unterdeſſen wird A zu B auch eine gröſſere Verhaltnuß haben / als E zu F.	d. 8. def. 5.

Welches zu beweiſen war.



Die XIV. Vorgab. Betrachtung.

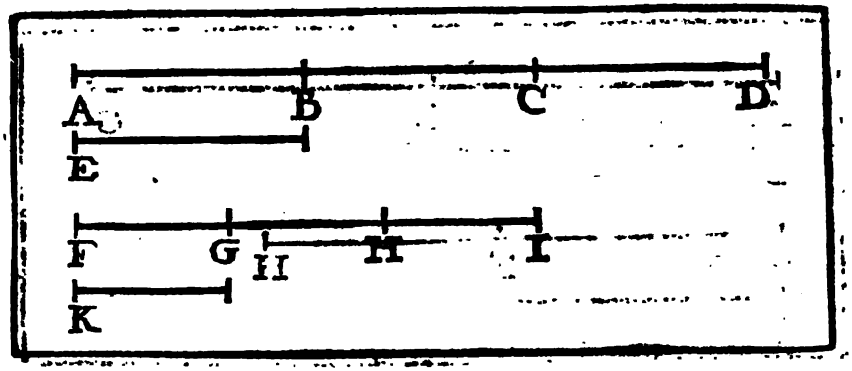
Wann die erſte Gröſſe zu der anderten ſich verhaltet/ als wie die dritte zu der vierten: wann nun die erſte Gröſſe gröſſer/ kleiner oder gleich iſt der dritten: ſo wird auch die anderte Gröſſe gröſſer/ kleiner/ oder gleich ſeyn der vierten.

Es ſeye gegeben/ daß ſich verhalte A. B :: C. D. dieſen nach ſaget man: Wann die erſte A ⌜/ ⌝/ oder ⊓ iſt/ der dritten C. ſo werde auch die anderte B ⌜/ ⌝/ oder ⊓ ſeyn/ der vierdten D.

Beweiß.

Seye erſtlich geſetzt/ daß A. ⌜ ſeye/ als C.
ſo ſaget man/ daß auch B. ⌜ ſeye/ als D.
Dann/ weilen A ⌜ iſt/ als C.
ſo wird die Verhaltnuß A zu B ⌜ ſeyn/ als die Verhaltnuß C zu B. d. 8. def. 5.
Unterdeſſen iſt die Verhaltnuß A zu B ⊓ der Verhaltnuß C zu D d. d. Vorg.
Dahero werde auch die Verhaltnuß C zu D ⌜ ſeyn/ als
die Verhaltnuß C zu B.
Und deßwegen wird D ⌝ ſeyn/ als B; oder (ſo ein Ding) B iſt ⌜/ als D. d. 10. 5.
Welches zu beweiſen ware.

Eben auff ſolche Art ſolte bewieſen werden/ daß/ wann die Gröſſe A ⌝/ oder ⊓ gegeben würde der C/ auch B ⌝/ oder ⊓ ſeyn ſolte/ der D.



Die XV. Vorgab. Betrachtung.

Die Theile halten ſich gegen einander/ gleich wie ihre gleichförmige vielfache/ wann ſie nur rechtmöſſiger Weiſe gegen einander gehalten werden.

Es ſeynd gegeben die Theile E/ und K deren gleichförmig vielfachen Gröſſe AD/ und FI.

Diſen nach ſagen man/ daß es ſeye EK :: AD. FI.

Beweiß.

Dieweilen AD/ und FI gleichförmig vielfache ſeynt deren Theile E/ und K. d. d. Vorg.

ſo wird AD ſo offt begreiffen E/ als FI die K. d. 2. an. def. 5.

Dahero iſt AB. FG :: E. K (dann AB iſt E/ und FG ⌐ iſt/ K) d. 7. 5.

Auff ſolche Weiſe wird auch ſeyn BC. GH/ und CD. HI :: EK.

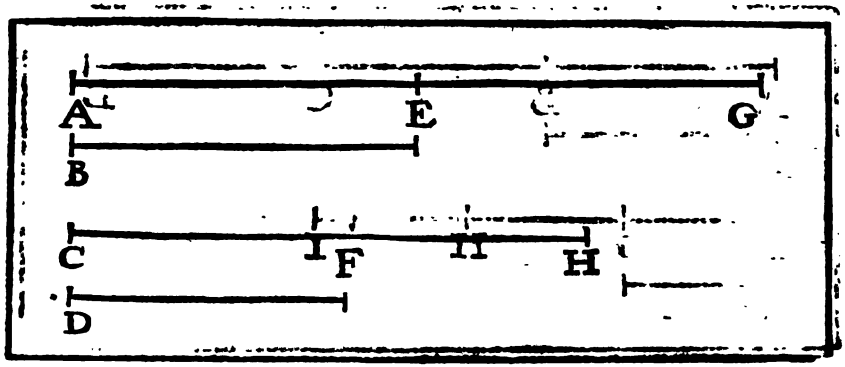
Und deßwegen haben AB. BC. CD zu FG. GH. HI einerley Verhaltnuß unter ſich d. 11. 5.

Folgends ſchlieſſet man/ daß ſich alsdann verhalte A B zu FG (das iſt/ E zu K) gleich wie AD ſich verhalte zu FI. d. 12. 5.

Nemlich/ als wie ein Vorgehendt zu ſeinem Nachgehenden ſich verhaltet/ alſo werden alle vorgehende ſammentlich ſich zu allen Nachgehenden verhalten.

Dahero halten ſich die Theile gegen einander/ gleich wie ihre gleichförmig vielfache.

Welches zu beweiſen ware.



Die XVI. Vorgab. Betrachtung.

Wann vier Gröſſe geproportionirt seynd: ſo werden ſie auch durch die Verwechslung geproportionirt verbleiben.

Es iſt gegeben/ daß ſich verhalte AG. B :: CH. D. Dieſen nach ſaget man/ daß durch die Verwechslung ſeyn werde/ AG, CH :: B, D

Beweiß.

Geſetzt/ daß die Nachgehende B/ und D ∏ ſeint / ihren vorgehenden AG/ und CH.

So iſt klar/ daß ein Ding ſeye/ AG. CH :: B. D.
oder AG. B :: CH. D (dann wegen Gleichheit deren Gröſſe / auch die Verhaltnuſſe einander gleich ſeynd)/ d. 7. 5.

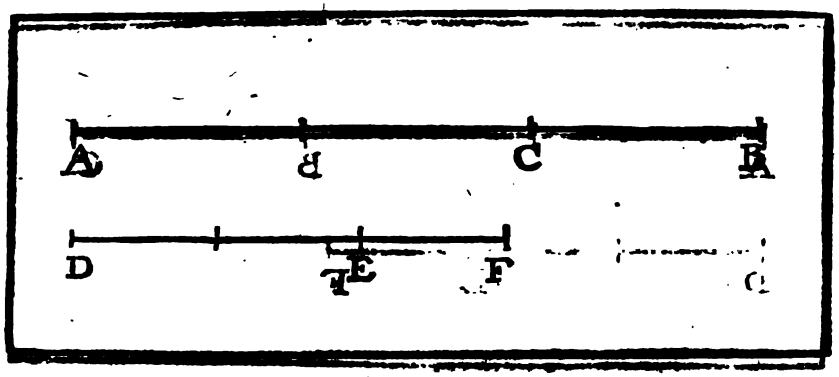
Setze man jetzund / daß B/ und D kleiner ſeynd/ als AG/ und CH.

Alsdann geſchicht (weilen gegeben iſt AG. B :: CH. D) d. d. Vorg.
daß B und D gleichförmige Theile ihrer gantzen AG/und CH ſeint. d. 6. def 5.
und dahero ſich verhalte AG/ CA :: B. D. d. 15. 5.

Werden letzlich AG und CH kleiner geſetzt/ als B und D

So folget abermahlen/ weilen es iſt AG. B :: CH. D) d. d. Vorg.
daß AG und CH gleichförmige Theile ihrer gantzen B und D ſeint.
und dahero ſich verhalten AG. CH :: B. D. d. 15. 5.

Welches zu beweiſen ware.



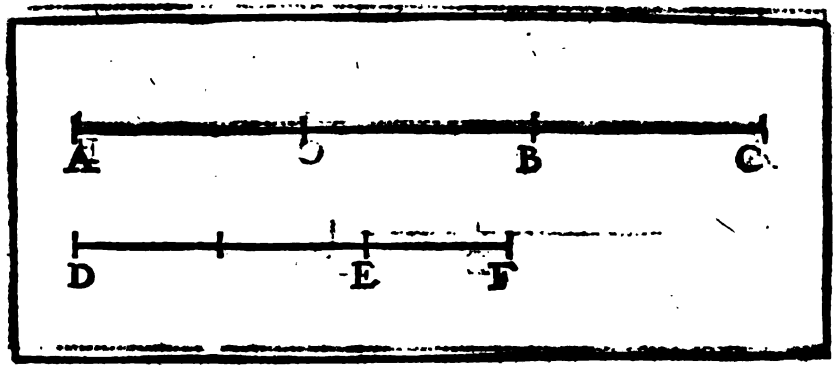
Die XVII. Vorgab. Betrachtung.

Wann zuſammengeſetzte Gröſſe geproportionirt ſeint: ſo werden ſie auch vertheilter geproportionirt ſeyn.

Es iſt gegeben AC + CB . CB :: DE + EF. EF/ dieſen nach ſaget man/ daß ſie auch durch die Vertheilung geproportionirt ſeyn/ nemlich AC. CB :: DE. EF.

Beweiß.

Dieweilen gegeben iſt AC + CB. CB :: DE + EF. EF.
ſo wird die gantze AB ſo offt begreiffen CB/ als DF begreifft EF. 5. 6. def. 5.
Seye dier geſetzt dreymahln.
Wann unterdeſſen beyderſeits die gleiche Anzahle CE. und FE von ihren gantzen AB/ und DE abgezogen werden.
So wird überbleiben die Gröſſe AC ⊓ in der Anzahl der Gröſſe DE/ nemlich beyderſeits zwey Theile.
Dahero wird auch AC ſo offt begreiffen CB/ als DE begreiffet EF. und 5. 6. def. 5.
folgendt ſeyn. AC. CB :: DE. EF. 7. def. 5.
Welches zu beweiſen ware.



Die XVIII. Vorgab. Betrachtung.

Wann zertheilte Gröſſe geproportionirt ſeynd: ſo werden ſie auch zuſammen geſetzter geproportionirt ſeyn.

Es iſt gegeben AB. BC :: DE. EF. Dieſen nach ſaget man / daß ſie auch durch die Zuſammenſetzung geproportionirt ſeynd/ nemlich AB + BC. BC :: DE + EF. EF.

Beweiß.

Weilen ſich verhaltet AB. BC :: DE. EF.
ſo wird BC ſo offt begriffen ſeyn von AB/ als EF/ von DE/
oder BC wird ſo offt AB begreiffen / als EF die DE. d. 5. def. 5.

Geſetzt/ es ſeye hier zweymahlen geſchehen.

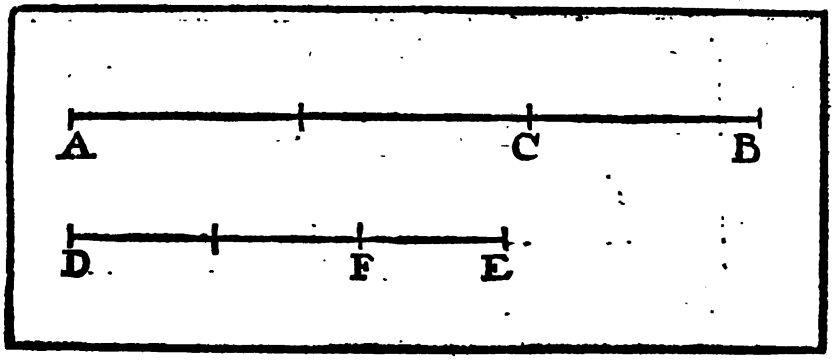
Wann man nun zu gleicher Anzahl deren AB und DE/
(nemlich zu zwey gleichen Theile) die gleiche Anzahl BC und EF/
(das iſt beyderſeits einen gleichen Theil hinzu ſetzet)

So wird AB + BC ∏ an der Anzahl / der DE + EF ſeyn.

Dahero wird AB + BC ſo offt BC begreiffen/ als DE + EF
begreiffet den gleichformigen Theil EF. } d. 5. def. 5.

Und deßwegen ſeyn AB + BC. BC :: DE + EF. EF. } 7. def. 5

Welches zu beweiſen ware.



Die XIX. Vorgab. Betrachtung.

Wann ein Gantzes zu einem andern gantzen ſich verhaltet/ gleich wie das eine abgezogene Stück/ zu dem andern abgezogenen Stück: ſo wird auch das eine übrige Stück/ ſich zu dem andern übrigen Stück verhalten/ gleich wie anfänglich das eine Gantze zu dem andern gantzen.

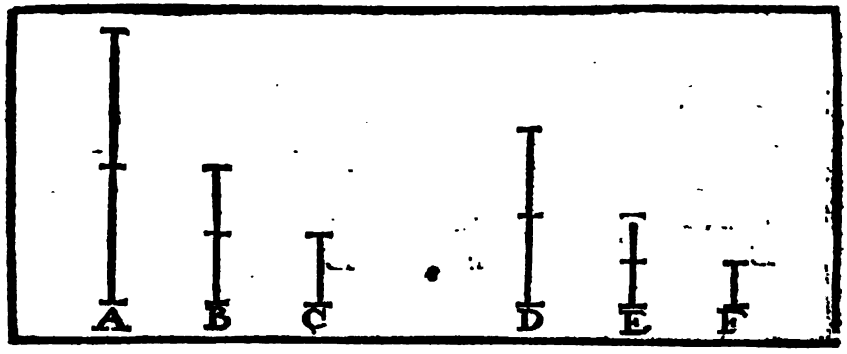
Es iſt gegeben/ daß ſich das gantze AB zu dem andern gantzen DE verhalte/ gleich wie das abgezogene Stück AC/ ſich zu dem andern abgezogenen Stück DF verhaltet. Dieſem nach ſaget man/ daß das übrige Stück CB ſich auch zu dem andern übrigen Stück FE verhalten werde/ gleich wie das gantze AB ſich zu dem andern gantzen DE verhalte.

Beweiß.

Weilen es iſt AB. DE :: AC. DF.
ſo wird auch die Verwexlung ſeyn AB. AC :: DE. DF. — d. 16. 5.
und durch die Zertheilung AC. CB :: DF. FE. (oder ſo ein Ding) CB. AC :: FE DF. — d. 17. 5. und 4. an. 5.
Übermahlen durch die Vertwexlung iſt CB. FE :: AC. DF.
Unterdeſſen aber iſt gegeben AC. DF :: AB. DE. — d. d. Vorg.
Dahero wird auch ſeyn CB. FE :: AB. DE.
Welches zu beweiſen ware.

Anmerckung.

Hiermit wird die Verwendung als giltig angewieſen/
Wann nemlichen anfänglich iſt AB. CB :: DE. FE.
ſo ſaget man/ daß auch giltig ſeye/ durch die Verwendung zu ſagen AB. AC :: DE. DF.
Die Urſach/ weilen gegeben iſt AB. CB :: DE. FE.
ſo wird durch die Zertheilung ſeyn AC. CB :: DF. FE. — d. 17. 5.
und durch die Umbkehrung wird ſeyn CB AC :: FE. DF. — d. 4. an. 5.
Letztlich durch die Zuſammenſetzung AB. AC :: DE. DF. — d. 18. 5.
das iſt in verwendter Verhältnuß. — d. 16. def. 5.
Welches zu beweiſen ware.



Die XX. Vorgab. Betrachtung.

Wann drey Gröſſe ſeynd / und zu dieſen noch andere drey Gröſſe in ordentlicher Proportion darzu genommen werden / alſo / daß jederzeit zwey und zwey gegen einander gehaltene einerley Verhaltnuß haben: Wann nun die erſte Gröſſe gröſſer / kleiner / oder gleich iſt / der dritten; ſo wird auch die vierdte Gröſſe gröſſer / kleiner / oder gleich ſeyn der ſechſten.

Es iſt gegeben / daß die drey Gröſſe A. B. C. gegen denen drey Gröſſe D. E. F. in ordentlicher Proportion ſtehen / nemlich daß es ſeye A. B :: D. E / und B. C :: E. F. dieſen nach ſaget man / daß

Wann A ⌜ iſt / als C; auch D ⌜ ſeyn werde / als F / und ſo fort / ꝛc.

Beweiß.

Weilen A ⌜ iſt / als C / ſo wird die Verhaltnuß A zu B ⌜ ſeyn / als die Verhaltnuß C zu B. — 8. 8. Vorg. 8. 8. 5.

Die Verhaltnuß D zu E iſt unterdeſſen ⌐ der Verhaltnuß A zu B. — 8. 8. Vorg.

Dahero wird auch die Verhaltnuß D zu E ⌜ ſeyn / als die Verhaltnuß C zu B.

Es iſt aber B. C :: E. F. — 8. 8. Vorg.

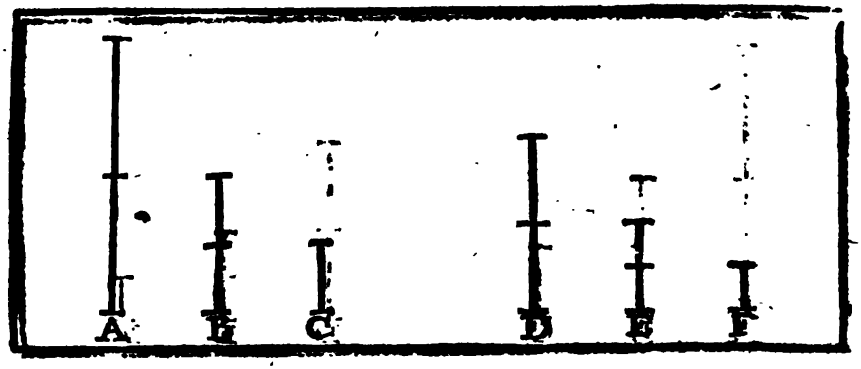
und durch die Umbkehrung C. B. :: F. E. — 8. 4. am. 5.

Deßwegen wird auch die Verhaltnuß D zu E ⌜ ſeyn / als die Verhaltnuß F zu E.

Darauß folget letzlich / daß dann D ⌜ ſeye / als F. — 8. 10. 5.

Eben auff ſolche Weiſe ſolte bewieſen werden / wann A ⌝ / oder ⌐ gegeben wird der C; daß auch D ⌝ / oder ⌐ wäre / der F.

Welches zu beweiſen ware.



Die XXI. Vorgab. Betrachtung.

Wann drey Gröſſe seynd/ und noch andere drey Gröſſe nach solcher Beschaffenheit darzu genommen werden/ also/ daß jederzeit zwey und zwey gegen einander gehalteter einerley Verhaltnuß haben / doch aber in einer verruckten Ordnung: Wann nun die erste Gröſſe/ gröſſer/ kleiner/ oder gleich ist der dritten; so wird auch die vierte Gröſſe gröſſer / kleiner oder gleich seyn der sechsten.

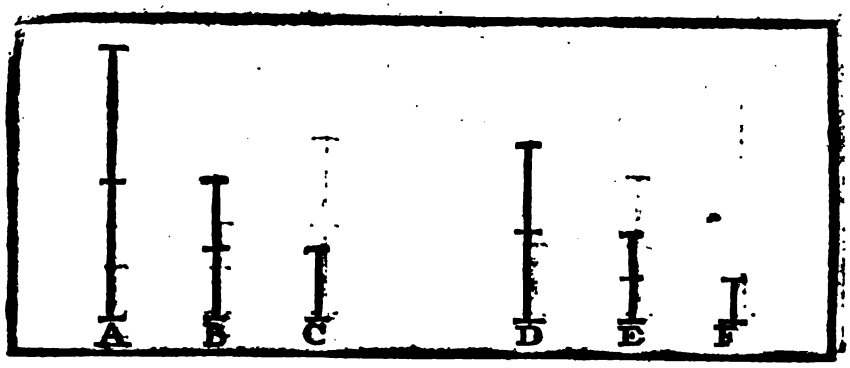
Es ist gegeben/ daß die drey Gröſſe A. B. C/ gegen denen drey Gröſſe D. E. F. in verruckter Proportion stehen / nemlich A. B :: E. F/ und B. C :: D. E. Diesen nach saget man / wann A ⌜ seye/ als C/ daß auch D ⌜ seye/ als F. u. s. f.

Beweiß.

Weilen A ⌜ ist/ als C/ so wird die
Verhaltnuß A zu B ⌜ seyn / als die Verhaltnuß C zu E. d. 8. 5.
Die Verhaltnuß A zu B ist aber ⌐ der Verhaltnuß E zu F. d. d. Vorg.
Dahero wird die Verhaltnuß E zu F ⌜ seyn/ als die Verhaltnuß C zu B.
Unterdessen ist gegeben B. C :: D. E.
Und durch die Umbkehrung C. B :: E. D d. 4. 5.
Dahero wird die Verhaltnuß E zu F ⌜ seyn als die Verhaltnuß E zu D.
Darauß folget/ daß auch D ⌜ seye/ als F. d. 10. 5.

Welches zu beweisen ware.

Eben auff solche Art beweiset man/ daß/ wann A ⌝/ oder ⌐ ist / der C; auch D ⌝/ oder ⌐ seye der F.



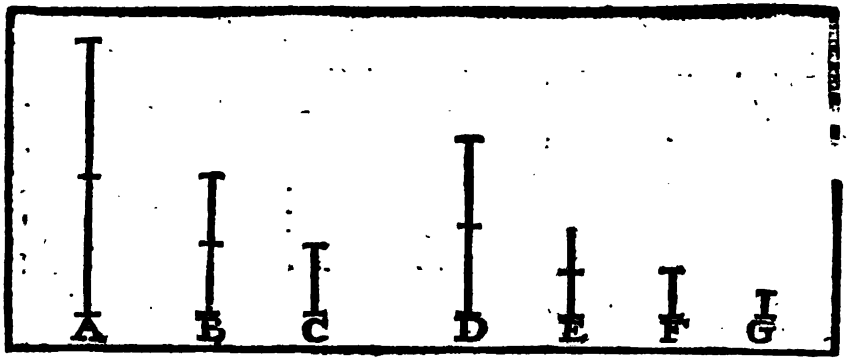
Die XXII. Vorgab. Betrachtung.

Wann ſo viel Gröſſe ſeynd (als man will) und denen noch andere gleich an der Zahl in ordentlicher Proportion genommen werden: ſo werden ſolche Gröſſe auch in der Verhaltnuß auß einer Gleichheit ſeyn.

Es iſt gegeben/ daß ſich die drey Gröſſe A. B. C. zu denen drey Gröſſe D. E. F. in ordentlicher Proportion halten/ das iſt A. B :: D. E/ und B. C :: E. F. Dieſem nach ſagt man/ daß man auß dergleichen giltig ſchlieſſen könne A. C :: D. F.

Beweiß.

Weilen gegeben iſt A. B :: D. E.
ſo wird durch die Verwexlung ſeyn A. D :: B. E. d. 16. 5.
Abermahlen iſt gegeben B. C :: E. F.
ſo wird auch durch die Verwexlung ſeyn B. E :: C. F. d. 16. 5.
Indeme nun iſt/ ſo wol A. D :: EB
als B. E :: C. F.
So ſchlieſſet man/ daß auch ſeye A. D :: C. F; d. 11. 5.
und durch die Verwexlung A. C :: D. F. d. 16. 5.
Welches zu beweiſen ware.



Die XXIII. Vorgab. Betrachtung.

Wann ſo viel Gröſſe ſeynd/ (als man will) und denen noch andere gleich an der Anzahl in einer verruckten Proportion genommen werden: ſo werden ſolche Gröſſe auch in der Verhaltnuß auß einer Gleichheit ſeyn.

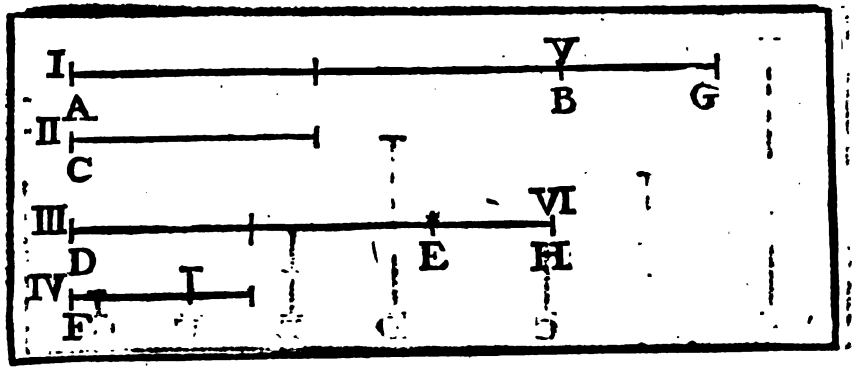
Es iſt gegeben/ daß ſich die drey Gröſſe A. B. C zu denen drey Gröſſe D. E. F. in verruckter Proportion halten; nemlich daß es ſeye A. B :: EF/ und B. C :: D.E. Dieſem nach ſaget man/ daß man auß dergleichen gültig ſchlieſſen möge A.C :: D.F.

Zubereitung.

Mache vorhero B. C :: F zu einer andern/ als wie nemlich zu G.

Beweiß.

Es iſt gegeben B. C :: D.E.	8.d.Vorg.
und gemacht worden B.C :: F.G.	d. d Zub.
Folget/ daß auch ſeye D.E :: F.G.	d. 11 5.
und durch die Verwexlung D. F :: E.G.	d. 16. 5.
Unterdeſſen iſt auch gegeben A.B :: E.F/ oder/ ſo ein Ding iſt E.F :: A.B.	d.d.Vorg.
Und gemacht worden B.C :: F.G/ oder/ ſo ein Ding iſt/ F.G :: B. C.	d.d.Zub.
Dahero wird auß dergleichen ſeyn E. G :: A.C. Es iſt aber ſchon bewieſen worden DF :: E.G.	d. 22. 5.
Deßwegen ſchlieſſet man/ daß letztlich ſeye A.C :: D.F, Welches zu beweiſen ware.	d. 11. 5.



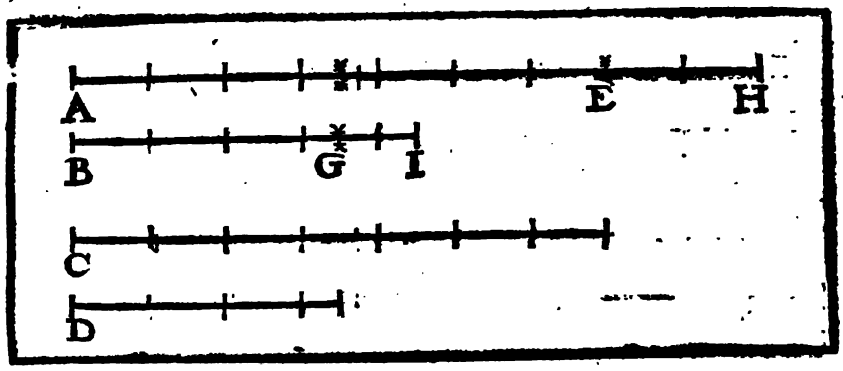
Die XXIV. Vorgab. Betrachtung.

Wann die erste Gröſſe sich also gegen der anderen verhaltet/ gleich wie die dritte gegen der vierten/ und haltet sich auch die fünffte also zu der anderten/ gleich wie die sechste zu der vierten: so wird auch die erste/ und fünffte zusammen also zu der anderten sich verhalten/ gleich wie die dritte und sechste zusammen zu der vierten.

Es ist gegeben/ daß die erste AB sich verhalte zu der anderten C/ gleich wie die dritte DE zu der vierten F. und die fünffte BG verhalte sich auch zu der anderten C/ gleich wie die sechste EH zu der vierten F. Diesem nach saget man/ daß es seyn werde AB → BG. C :: DE → EH. F.

Beweiß.

Weilen es ist BG. C :: EH. F. d.d.Vorg.
so wird seyn durch die Umbkehrung C. BG :: F. EH. d.d.an.4.5.
Es ist aber AB. C :: DE. F. d.d.Vorg.
Und wie es bewiesen worden C. BG :: F. EH.
Folget/ daß auß dergleichen seye AB. BG :: DE. EH. d.22.5.
Und durch die Zusammensetzung AB → BG. BG :: DE → EH. EH. d.18.5.
Es ist auch gegeben BG. C :: EH. F. d.d.Vorg.
Deßwegen letztlich auß dergleichen seyn werde AB → BG. C :: DE → EH. F.
Welches zu beweisen ware.



Die XXV. Vorgab. Betrachtung.

Wann vier Gröſſe geproportionirt ſeynd/ ſo wird allzeit die gröſſere/ und die kleineſte zuſammen genommen gröſſer ſeyn/ als die zwo übrige zuſammen genommene.

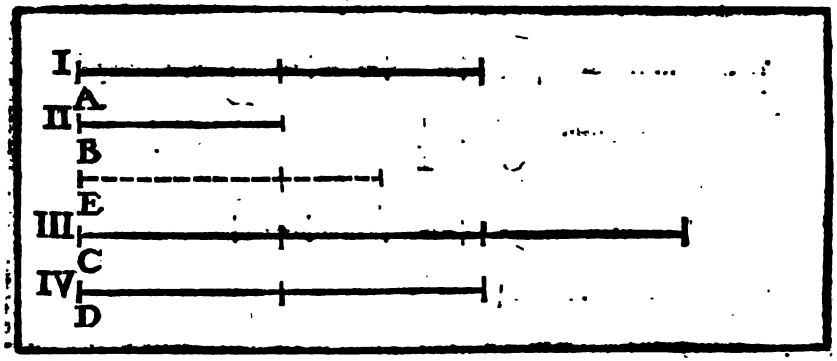
Es iſt gegeben/ daß ſeye AH. BI :: C. D/ und daß AH die gröſte/ und alſo D die kleinſte Gröſſe ſeye. Dieſem nach ſaget man/ daß die zwey Gröſſe AH + D ſeynd/ als die zwo übrige BI + C.

Zubereitung.

Von AH ziehe ab das Stück AE ∏/ der C. und von BI das Stück BG ∏/ der D.

Beweiß.

Nunmehro verhaltet ſich AH. BI :: AE. BC.
(dann AE ∏/ der C/ und BG ∏/ der D gemacht iſt)
Dahero auch ſeyn werde EH. GI :: AH. BI. 5. 19. 5.
Unterdeſſen iſt AH ∏ gegeben/ als BI.
Folget/ daß auch EH ∏ ſeye als GI.
Wann man entzwiſchen zu denen zwey gleichen Gröſſe AE/ und C. zwey gleiche Gröſſe D/ und BG hinzu ſetzet.
So wird AE + D ∏ ſeyn/ der C + BG.
Wann man aber zu dieſen zwey gleichen Gröſſe AE + D und C + BG noch die zwey ungleiche Gröſſe/ nemlich EH/ und GI/ beyderſeits hinzu ſetzet.
So folget letzlich/ daß AE + D + EH/ das iſt AH + D ∏ ſeye/ als C + BG + GI/ das iſt BI + C.
Welches zu beweiſen ware.



Die XXVI. Vorgab. Betrachtung.

Wann die erſte Gröſſe zu der anderten eine gröſſere Verhaltnuß hat / als die dritte zu der vierten: ſo wird durch die Umbkehrung die andere zu der erſten eine kleinere Verhaltnuß haben / als die vierte zu der dritten.

Es iſt gegeben / daß die erſte A zu der anderten B eine gröſſere Verhaltnuß habe / als die dritte C / zu der vierten D. Dieſem nach ſaget man / daß nach der Umbkehrung das Gegenſpiel geſchicht / und B zu A eine kleinere Verhaltnuß / als D zu C habe.

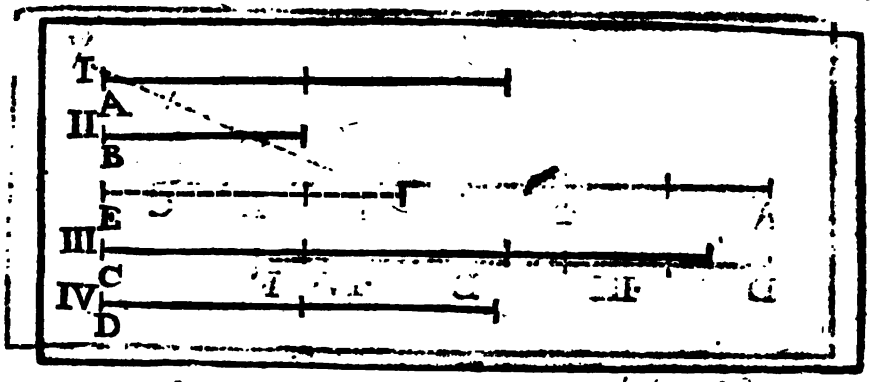
Zubereitung.

Seye gemacht C. D :: E. B.

Beweiß.

Die Verhaltnuß A zu B iſt ⌐ / als die Verhaltnuß C zu D.	d.d.Vorg.
Dahero wird auch die Verhaltnuß A zu B ⌐ ſeyn / als die Verhaltnuß E zu B.	
Und deßwegen iſt die A ⌐ / als die E.	d. 10. 5.
Darauff folget aber / daß die Verhaltnuß B zu A ¬ ſeye / als die Verhaltnus B zu E.	d. 8. 5.
Es iſt aber gemacht E. B :: C. D.	d. d. Zub.
Und durch die Umbkehrung iſt B. E :: D. C.	d.d.an.4.5.
Dahero iſt auch die Verhaltnuß B zu A ¬ / als die Verhaltnuß D zu C.	

Welches zu beweiſen ware.



Die XXVII. Vorgab. Betrachtung.

Wann die erſte zu der anderten eine gröſſere Verhaltnuß hat / als die dritte zu der vierdten: ſo wird auch durch die Verwexlung die erſte zu der dritten eine gröſſere Verhaltnuß haben / als die anderte zu der vierdten.

Es iſt gegeben / daß die Verhaltnuß der erſten A zu der anderten B ⌜ ſeye / als die Verhaltnuß der dritten C zu der vierdten D. Dieſem nach ſaget man / daß nach der Verwexlung A zu C auch eine gröſſere Verhaltnus haben werde / als B zu D.

Zubereitung.

Mache vorhero C. D :: E. B.

Beweiß.

Weilen die Verhaltnuß A zu B ⌜ iſt / als die Verhaltnuß C zu D. — d. d. Vorg.

So iſt auch die Verhaltnuß A zu B ⌜ / als die Verhaltnuß E zu B und deßwegen iſt die A ⌜ / als die E. — d. 10 5.

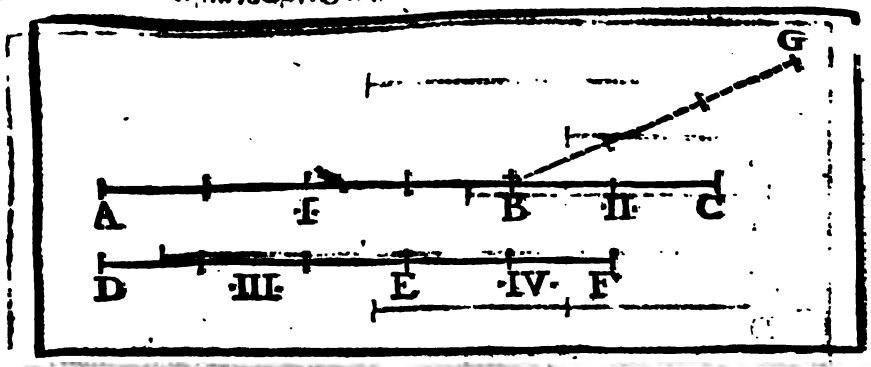
Darauff folget auch / daß die Verhaltnuß A zu C ⌜ ſeye / als die Verhaltnuß E zu C. — d. 1. 5.

Es iſt aber gemacht E. B :: C. D. — d. d. Aug.

Und durch die Verwexlung iſt E C :: B D. — d. 16. 5.

Dahero iſt auch die Verhaltnuß A zu C ⌜ / als die Verhaltnuß B zu D.

Welches zu beweiſen ware.



Die XXVIII. Vorgab. Betrachtung.

Wann die erste zu der anderten eine grössere Verhaltnuß hat/ als die dritte zu der vierten/ so wird auch durch die Zusammensetzung die erste mit der anderten/ zu der anderten eine Grössere Verhaltnuß haben/ als die dritte mit der vierten/ zu der vierten.

Es ist gegeben/ daß die Verhaltnuß der ersten Grösse AB/ zu der anderten BC ⌐ seye/ als die Verhaltnuß der dritten Grösse DE zu der vierten EF. Diesen nach saget man/ daß nach der Zusammensetzung auch AB + BC/ zu BC eine grössere Verhaltnuß habe/ als DE + EF zu EF.

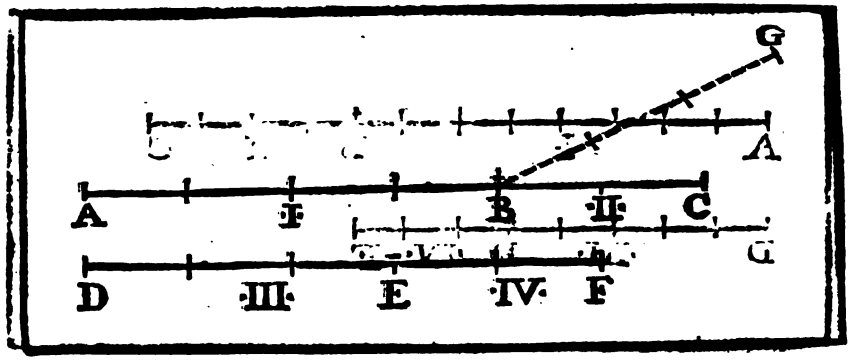
Zubereitung.

Seye vorhero gemacht GB. BC :: DE. EF.

Beweiß.

Weilen die Verhaltnuß AB zu BC ⌐ ist/ als die Verhaltnuß DE zu EF. V. V. Vorg.
so wird auch AB zu BC eine grössere Verhaltnuß haben/ als GB zu BC.
Dahero ist die AB ⌐/ als die GB. V. 10. 5.
Wann nun zu diesen ungleichen Grösse beyderseits die gemeine
BC hinzu gesetzt wird/
So wird noch AB + BC ⌐ seyn/ als GB + BC.
Unterdessen ist gemacht GB. BC :: DE. EF. V. V. Zub.
Und durch die Zusammensetzung ist GB + BC. BC :: DE + EF. EF V. 18. 5.
Dahero auch die Verhaltnuß AB + BC zu BC ⌐ ist/ als die V. V.
Verhaltnuß GB + BC zu BC.
Es ist aber die Verhaltnuß GB + BC zu BC ⌐/ der verhaltnuß
DE + EF zu EF.
Deßwegen wird noch die verhaltnuß $\frac{AB + BC}{BC}$ ⌐ seyn/ als $\frac{DE + EF}{EF}$.

Welches zu beweisen ware.



Die XXIX. Vorgab. Betrachtung.

Wann durch die Zusammensetzung / die erste mit der anderten Grösse zu der anderten eine grössere Verhaltnuß hat / als durch die Zusammensetzung / die dritte mit der vierten / zu der vierten: so wird auch durch die Zertheilung / die erste zu der anderten eine grössere Verhaltnuß haben / als die dritte zu der vierten.

Es ist gegeben / daß AB + BC / zu BC eine grössere Verhaltnuß habe / als DE + EF zu EF. Diesem nach saget man / daß nach der Zertheilung auch AB zu BC eine grössere Verhaltnuß habe / als DE zu EF.

Zubereitung.

Mache / daß es seye GB + BC. BC :: DE + EF. EF.

Beweiß.

Weilen AB + BC zu BC eine grössere Verhaltnuß hat / als DE + EF zu EF. d. d. Vorg.

So wird auch AB + BC zu BC eine grössere Verhaltnuß haben / als GB + BC. zu BC.

Dahero ist die AB + BC ⌈ / als die GB + BC. h. 10. 5.

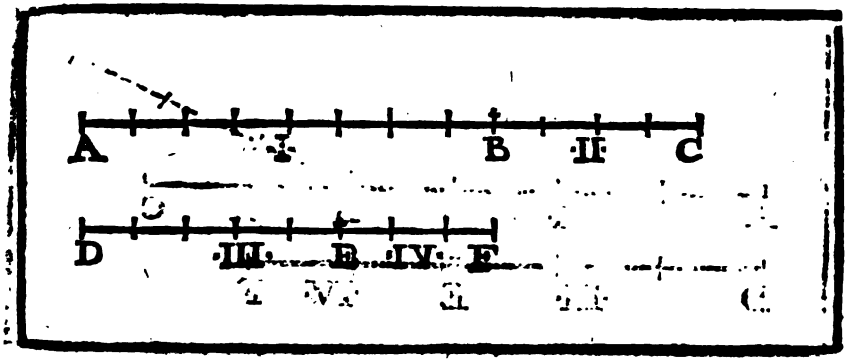
Wann nun beyderseits so wohl von AB + BC als GB + BC die gemeine BC darvon gezogen wird so wird auch überbleiben AB ⌈ / als GB. h. 5. ax.

Unterdessen ist gemacht GB + BC. BC :: DE + EF. EF. d. d. Zub.

Und durch die Zertheilung ist GB. BC :: DE. EF. h. 17. 5.

Folget / daß auch AB zu BC eine grössere Verhaltnuß habe / als GB zu BC / oder dergleichen DE zu EF.

Welches zu beweisen ware.



Die XXX. Vorgab Betrachtung.

Wann durch die Zuſammenſetzung/ die erſte mit der anderen Gröſſe/ zu der anderen eine gröſſere Verhaltnuß hat/ als durch die Zuſammenſetzung/ die dritte mit der vierten zu der vierten/ ſo wird entgegen durch die Verwendung die erſte und andere zuſammen/ zu der erſten eine kleinere Verhaltnuß haben/ alſo die dritte und vierte zuſammen zu der dritten.

Es iſt gegeben/ daß die zuſammen geſetzte AB → BC zu BC eine gröſſere Verhaltnuß habe/ als DE → EF zu EF: Dieſem nach ſaget man/ daß nach der Verwendung das Gegenſpiel geſchicht/ und AB → BC. zu AB eine kleinere Verhaltnuß habe/ als DE → EF zu DE.

Beweiß.

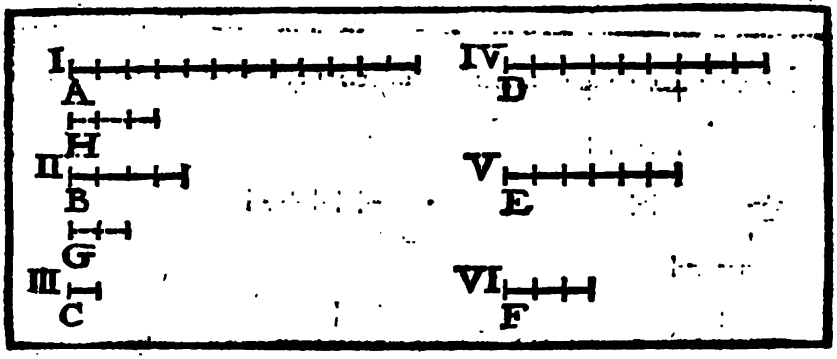
Dieweilen AB → BC zu BC eine gröſſere Verhaltnuß hat/ als DE → EF zu EF. d. d. Vorg.

Iſt durch die Zertheilung dannoch die Verhaltnuß AB zu BC gröſſer/ als die Verhaltnuß DE zu EF. d. 29. 5.

Entgegen durch die Umbkehrung hat BC zu AB eine kleinere Verhaltnuß/ als EF zu DE. d. 26. 5.

Und eben durch die Zuſammenſetzung hat AB → BC zu AB eine kleinere Verhaltnuß/ als DE → EB zu DE. d. 28. 5.

Welches zu beweiſen ware.



Die XXXI. Vorgab. Betrachtung.

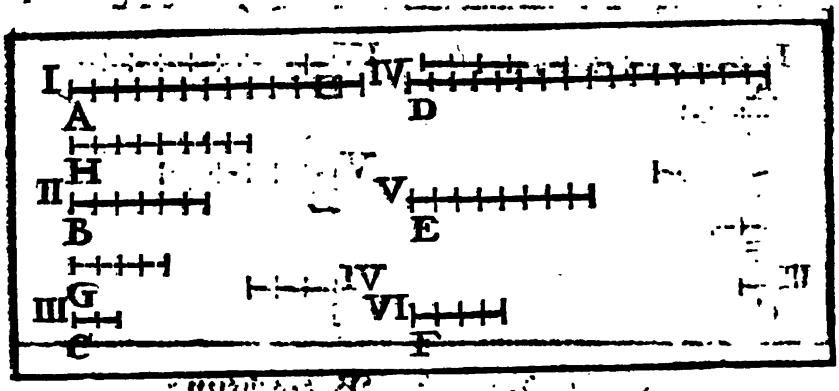
Wann drey Gröſſe seynd / und diesen noch andere drey nach solcher Beschaffenheit darzu genommen werden / also / daß die Verhaltnuß der ersten zu der anderten gröſſer seye / als die Verhaltnuß der vierten zu der fünfften; und abermahlen die Verhaltnuß der anderten zu der dritten auch gröſſer seye / als die Verhaltnuß der fünfften zu der sechsten: So wird auch auß dergleichen die erste zu der dritten eine gröſſere Verhaltnuß haben / als die vierte zu der sechsten.

Es ist gegeben / daß die erste Gröſſe A zu der anderten B eine gröſſere Verhaltnuß habe / als die vierte D zu der fünfften E / und abermahlen die anderte B zu der dritten C eine gröſſere Verhaltnuß habe / als die fünffte E zu der sechsten F. Diesem nach saget man / daß nach der Verhaltnuß auß einer Gleichheit auch A zu C eine gröſſere Verhaltnuß habe / als D zu F.

Zubereitung. Mache / daß seye G.C :: EF und H.G :: DE.

Beweiß.

Weilen die Verhaltnuß B zu C Γ ist / als die Verhaltnuß E zu F / d.d.Vorg.
So ist auch die Verhaltnuß B zu C Γ / als die Verhaltnuß G zu C. d. 10 5.
Dahero folget / daß die B Γ seye / als die G.
Und deßwegen ist die Verhaltnuß A zu G auch Γ /
als die Verhaltnuß A zu B. d. 8. 5.
Es ist aber gegeben / daß die Verhaltnuß A zu B Γ seye /
als die Verhaltnuß A zu B. d.d Vorg.
Folget dahero / daß A noch viel eine gröſſere Verhaltnuß habe zu G / als D zu E.
Ferners / weilen gemacht ist / H.G :: D.E.
so wird auch A eine gröſſere Verhaltnuß haben zu G / als H zu G.
und deßwegen ist die A Γ / als die H. d. 10 5.
Darauff folget / daß die Verhaltnuß A zu G auch Γ seye /
als die Verhaltnuß H zu C. d. 8. 5.
Es ist aber gemacht H. G :: D. E d.d. Zub.
und G.C :: E. F.
und auß dergleichen ist H.C :: D. F. d. 22. 5.
Dahero schlieſſet man / daß auch A zu C noch eine gröſſere Verh. habe / als D zu F.
Welches zu beweisen ware.



Die XXXII. Vorgab. Betrachtung.

Wann drey Gröſſe ſeynd / und dieſen darzu noch andere drey nach ſolcher Beſchaffenheit genommen werden / daß nemlich die erſte zu der anderten eine gröſſere Verhaltnuß habe / als die fünffte zu der ſechſten; und abermahlen die anderte zu der dritten eine gröſſere Verhaltnuß habe / als die vierdte zu der fünfften: ſo wird auch auß dergleichen die erſte zu der dritten ein gröſſere Verhaltnuß haben / als die vierte zu der ſechſten.

Es iſt gegeben / daß die erſte Gröſſe A zu der anderten B eine gröſſere Verhaltnuß habe / als die fünffte E zu der ſechſten F. und abermahlen die anderte habe eine gröſſere Verhaltnuß zu der dritten C / als die vierte D zu der fünfften E. hat. Dieſem nach ſaget man / daß auß der Verhaltnuß jetzt Gleichheit auch A eine gröſſere Verhaltnuß zu C habe / als D zu F.

Zubereitung.

Mache vorgehends / daß ſeye G. C :: D. B.
und H. G : E. F.

Beweiß.

Es iſt gegeben / daß die Verhaltnuß B zu C Γ ſeye / als die Verhaltnuß D zu E.	d. d. Vorg.
Dahero auch B zu C eine gröſſere Verhaltnuß hat / als G zu C.	
Und deßwegen iſt die B Γ / als die G.	d. 10 5.
Und folgends hat A eine gröſſere Verhaltnuß zu G als dieſelbe A zu B.	d. 8. 5.
Es iſt aber gegeben / daß A eine gröſſere Verhaltnuß habe zu der B / als die E / zu der F.	d. d. Vorg.

Folget dann/ daß A noch viel eine gröſſere Verhaltnuß habe zu G/ als E zu F.

Indeme auch gemacht iſt H. G :: E. F. d. d. Zuß.

So wird auch A zu G eine gröſſere verhaltnuß haben/ als H zu G.

Und deßwegen iſt die A Γ/ als die H. d. 10 5.

Darauff folget/ daß A eine gröſſere verhaltnuß zu C habe/ als H zu derſelben C. d. 8. 5.

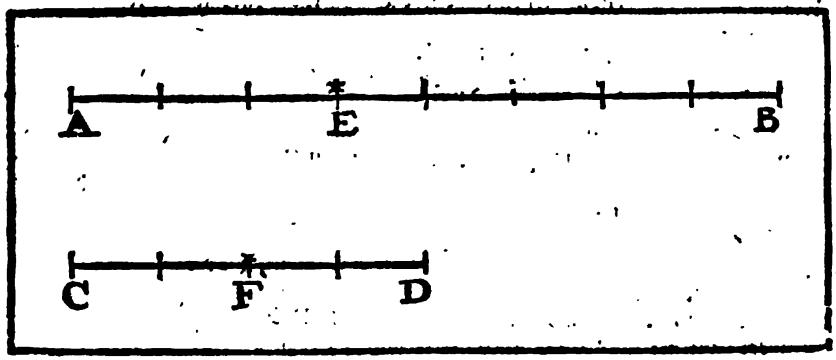
Es iſt aber gemacht worden/ daß die erſte H zu der anderten G ſich verhalte/ gleich wie die fünffte E zu der ſechſten F. d. d. Zuß.

Und die anderte G ſich verhalte zu der dritten C/ gleich wie die vierdte D zu der fünfften E.

und auß dergleichen alsdann ſeye H. C :: D. F. d. 23 5.

Dahero ſchlieſſet man/ daß auch die verhaltnuß A zu C gröſſer ſeye/ als die verhaltnuß D zu F.

Welches zu beweiſen ware.



Die XXXIII. Vorgab. Betrachtung.

Wann eine gantze Gröſſe zu einer andern gantzen Gröſſe eine gröſſere Verhaltnuß hat/ als das eine davon abgezogenes Stück zu dem andern davon abgezogenen Stück: ſo wird hernach das eine übrige Stück/ zu dem andern übrigen Stück eine gröſſere Verhaltnuß haben/ als das eine Gantze zu dem andern Gantzen.

Es iſt gegeben/ daß die gantze AB eine gröſſere Verhaltnuß zu der andern gantzen CD habe/ als daß abgezogene Stück AE zu dem andern abgezogenen Stück CF. Dieſem nach ſaget man nun/ daß das übrige Stück EB eine gröſſere Verhaltnuß habe zu dem übrigen Stück FD/ als die gantze AB zu der gantzen CD.

Beweiß.

Es iſt gegeben/ daß AB zu CD eine gröſſere Verhaltnuß habe/ als AE zu CF — §. d. Vorg.

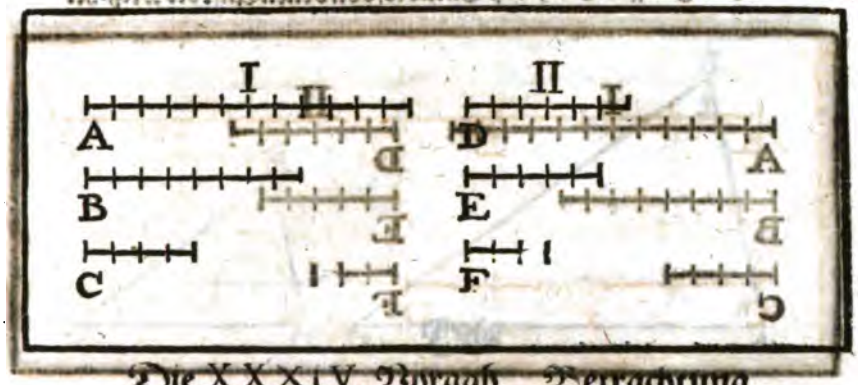
So wird durch die Verwerſung auch AB zu AE eine gröſſere Verhaltnuß haben/ als CD/ zu CF. — d. 27. 5.

Entgegen durch die Verwendung hat AB zu EB eine kleinere Verhaltnuß/ als CD zu FD. — d. 30. 5.

Dahero durch die Verwerſung hat auch AB zu CD eine kleinere Verhaltnuß/ als EB/ zu FD. — d. 27. 5.

Das iſt ein Ding/ als wann man ſagete/ daß die Verhaltnuß EB zu FD (nemlich eines übrigen Stück/ zu dem andern übrigen Stück) [ſeye als AE zu CD (nemlich eines gantzen zu dem andern gantzen).

Welches zu beweiſen ware.



Die XXXIV. Vorgab. Betrachtung.

Wann ſo viel Gröſſe auff einer Seiten / als auff der andern Seiten ſeynd / und die erſte auff einer Seiten habe eine gröſſere Verhaltnuß zu der erſten auff der andern Seiten / als die anderte auff der einen Seiten / zu der anderten auff der anderten Seiten / und auch die anderte auff der einen Seiten habe eine gröſſere Verhaltnuß zu der anderten auff der anderten Seiten / als die dritte auff der einen Seiten / zu der dritten auff der anderten Seiten / und ſo fort. So geſchicht / daß die Gröſſe ſammentlich auff einer Seiten eine gröſſere Verhaltnuß haben zu denen Gröſſe ſammentlich auff der andern Seiten / als die übrige Gröſſe ſammentlich (wann beyderſeits die erſte darvon ſeynd abgezogen worden) zu denen übrigen Gröſſe ſammentlich auff der andern Seiten. Eine kleinere Verhaltnuß aber / als die erſte zu der erſten; und letztlich eine gröſſere Verhaltnuß / als die letzte zu der letzten.

Es ſeynd gegeben auff einer Seiten die drey Gröſſe A. B. C / und auff der andern Seiten die drey Gröſſe D. E. F. und A habe zu D eine gröſſere Verhaltnuß / als B. zu E / und auch B zu E habe eine gröſſere Verhaltnuß / als C zu F. Dieſem nach ſaget man / Daß die Verhaltnuß auß denen A + B + C ⌐ ſeye zu denen D + E + F / als die Verhaltnuß deren übrigen B + C zu denen übrigen E + F.

Die Verhaltnuß denn A + B + C ⌐ ſeye aber auch zu denen D + E + F / als A zu D hat. Letztlich / Daß auch die Verhaltnuß denn A + B + C ⌐ ſeye zu denen D + E + F / als C zu F.

Beweiß.

Weilen die Verhaltnuß A zu D ⌐ iſt / als die Verhaltnuß B zu E. d. d. Vorg.

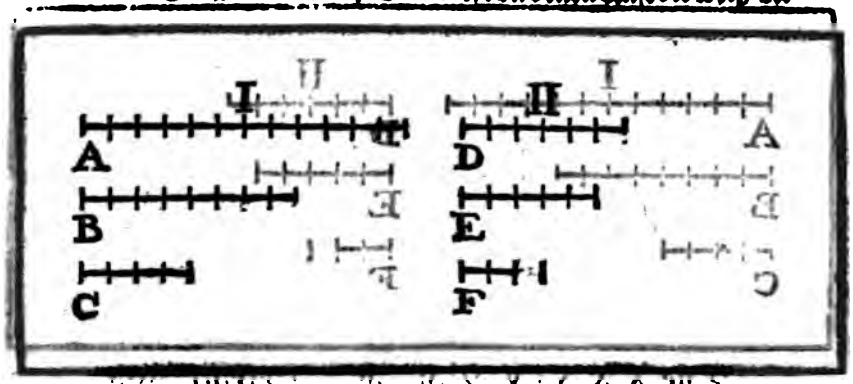
So wird durch die Verwerlung auch die Verhaltnuß A zu B ⌐ ſeyn / als die Verhaltnuß D zu E. d. 17. 5.

Und durch die Zuſammenſetzung wird auch die Verhaltnuß A + B zu B ⌐ ſeyn / als die Verhaltnuß D + E zu E. d. 18. 5.

Und wiederum durch die Verwerlung iſt die Verhaltnuß der A + B ⌐ zu D + E / als die Verhaltnuß B zu E. d. 17. 5.

Nachdem dann die gantze A + B zu der gantzen D + E eine gröſſere Verhaltnuß hat / als die abgezogene B zu der abgezogenen E.

Ge



So wird auch folgends die übrige A zu der übrigen D eine grössere Verhaltnuß haben/ als die gantze A + B zu der gantzen D + E. d. 29. 5.

Eben aus dieser Ursach wird B zu E eine grössere Verhaltnuß haben/ als die gantze B + C/ zu der gantzen E + F.

Dahero ist die Verhaltnuß A zu D noch viel Γ/ als die Verhaltnuß der gantzen B + C zu der gantzen E + F.

Und durch die Verwexlung hat A zu der gantzen B + C eine grössere Verhaltnuß/ als D zu der gantzen E + F.

Und durch die Zusammensetzung hat die gantze A + B + C eine grössere Verhaltnuß/ zu der übrigen B + C/ als die gantze D + E + F/ zu der übrigen E + F. d. 28. 5.

Letztlich wird durch die Verwexlung die Verhaltnuß der gantzen A + B + C zu der gantzen D + E + F Γ seyn/ als die übrige B + C zu denen übrigen E + F.

Welches zum ersten zu beweisen ware.

So saget man weiters/ daß die Verhaltnuß deren A + B + C sammentlich zu denen D + E + F sammentlich Π seye/ als die Verhaltnuß A zu D.

Dann die Verhaltnuß der gantzen A + B + C zu der gantzen D + E + F ist Γ/ als die Verhaltnuß der abgezogenen B + C zu der abgezogenen E + F.

So folget/ daß auch die übrige A zu der übrigen D eine grössere Verhaltnuß habe/ als die gantzen A + B + C zu der gantzen D + E + F. d. 33. 5.

Welches für das andere zu beweisen ware.

Letztlich saget man/ daß A + B + C sammentlich zu D + E + F sammentlich eine grössere Verhaltnuß habe/ als C zu F.

Die Ursach ist/ weilen B zu E eine grössere Verhaltnuß hat/ als C zu F. d. d. Vorg.

Dahero ist durch die Verwexlung die Verhaltnuß B zu C auch Γ/ als die Verhaltnuß E zu F. d. 27. 5.

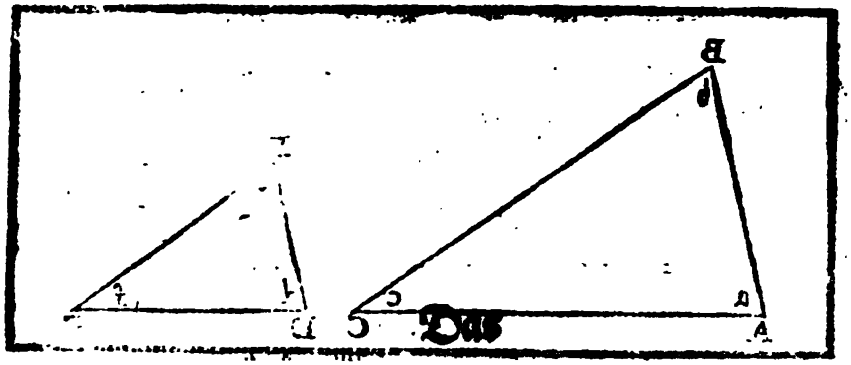
Und durch die Zusammensetzung ist auch die Verhaltnuß der gantzen A + B zu C Γ/ als die Verhaltnuß der gantzen E + F zu F. d. 28. 5.

Und dahero wiederumb durch die Verwexlung hat die gantze A + B zu der gantzen E + F eine grössere Verhaltnuß/ als C zu F.

Es ist unterdessen schon bewiesen worden/ daß A + B + C zu D + E + F eine grössere Verhaltnuß habe/ als B + C zu E + F.

Dahero schliesset man/ daß A + B + C zu D + E + F. noch viel eine grössere Verhaltnuß habe/ als C zu F allein.

Welches zu beweisen ware.

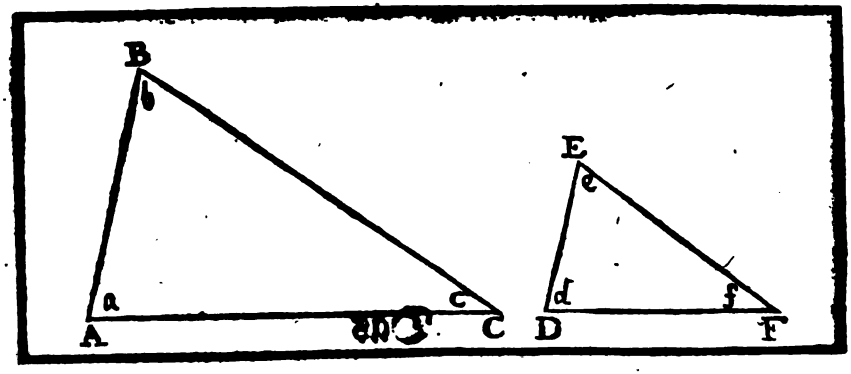


Das

Sechſte Buch

Deß Teutſchredenden

Euclides.



Wort-Erklärungen.

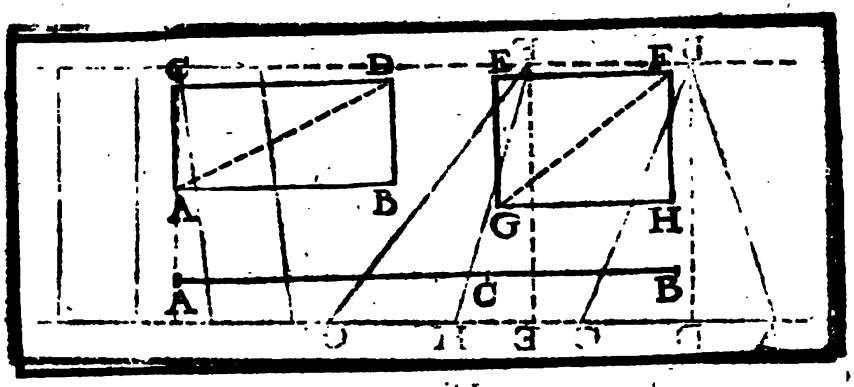
I.

Gleichförmige geradelinische Figuren ſeind (Figuræ ſimiles), welche alle Winckeln inſonderheit gegen einander gleich groß/ und die Seiten welche umb ſothane gleiche Winckeln ſtehen/ gleich-verhaltend (oder proportionirlich) haben.

Außlegung.

Zwey Stücken müſſen in gleichförmigen geradelinischen Figuren beobachtet werden; nemlich alle Winckeln inſonderheit einer Figur müſſen gleich ſeyn/ allen Winckeln inſonderheit der andern Figur. Als wie hierin dem △ ABC iſt der ∠ a Π/ dem ∠ d in dem △ DEF: und der ∠ b iſt Π/ dem ∠ e, und letztlich der ∠ c iſt Π/ dem ∠ f.

Hernach müſſen die Seiten/ ſo umb die gleiche Winckeln ſtehen/ gleichverhaltend ſeyn; das iſt/ in dem △ ABC muß ſich die Seiten AC gegen der Seiten AB verhalten/ gleich wie ſich in dem △ DEF/ die Seiten DF zu der Seiten DE verhaltet; ſo muß ſich auch AB zu BC verhalten/ gleich wie DE/ zu EF; und letzlich muß ſich verhalten BC zu CA/ gleich wie ſich verhaltet EF zu FD. Dieſem nach werden die zwey △ ABC/ DEF einander gleichförmig genant.



II.

Widerkehrliche/ oder widerkehrlich proportionirte Figuren (Reciprocæ figuræ) seynd/ welche nach solcher Beschaffenheit beschaffen gegen einander seynd/ daß nemlich in der ersten Figur das erste vorgehend/ und das andere nachgehend: in der andern Figur aber/ das erste nachgehend/ und das andere vorgehend sich befinden.

Anleitung.

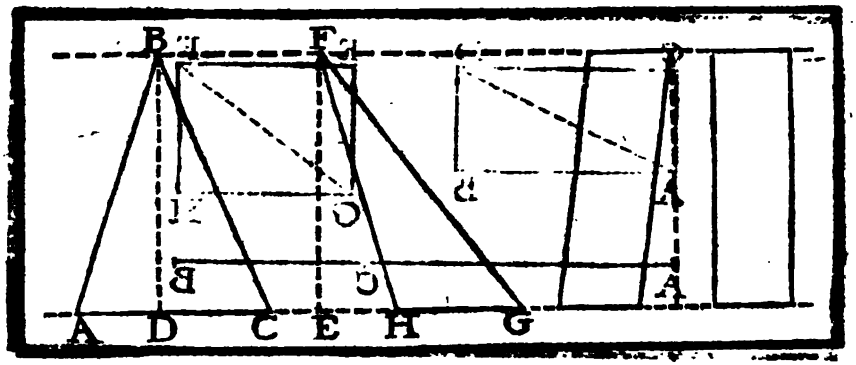
Es seynd die zwey □ AD/ und GF. Wann nun die Weiten AB zu der Seiten GH also verhaltet/ gleich wie die Seiten HF sich verhaltet zu der Seiten BD, das ist/ in dem ersten □ AD befindet sich das erste vorgehend AB/ und das andere Nachgehende BD. in dem andern □ GF aber/ ist das erste nachgehend GH/ und das andere Vorgehend HF: so werden diesem nach/ beyde □ (obwohlen sie nicht gleichschenklig seynd) widerkehrliche/ oder Widerkehrlich proportionirte Figuren genennet.

Weilen die △ ABD/ und CHF die Helfften deren □ AD/ und GF seynd/ so werden sie deßwegen auch widerkehrliche Figuren seyn.

III.

Man saget/ daß eine gerade Lini (gleich wie AB) nach der äusserſten / und mittlern Proportion/ oder Verhaltnuß zertheilt seye/ wann die gantze Lini (AB) sich also zu dem gröſſern Theil (AC) verhalte/ gleich wie derselbe gröſſere Theil (AC) sich zu dem kleinern (CB) verhaltet.

Das ist/ wann es seye AB. AC :: AC. CB. so saget man/ daß die Lini AB nach der äusserſten und mittlern Proportion in Punct C seye zertheilet worden.



IV.

Die Höhe einer Figur ist die bleyrechte Lini / welche von dem Spitze / oder Scheidel-Punct / auff die Basis / oder Grund-Lini herunter gelassen wird.

Außlegung.

Allhier in dem △ ABC ist die Höhe / die ⊥ BD / welche auß dem Spitz B auff die Basis AC ist herunter gelassen worden: in dem △ HFG ist die Höhe / die ⊥ EF / welche auß dem Spitz F auff die verlängerte Basis GH ist herunter gezogen worden.

Anmerckung.

Die jene Figur / deren Bases in einer geraden Linien fort stehen / und einerl Höhe / das ist / gleiche lange ⊥ haben / stehen zwischen einerley Parallel-Linien; und hingegen die Figuren / welche zwischen einerley Parallel-Linien liegen / haben einerley Höhe / oder gleiche ⊥.

Zu einem Exempel / es stehen die zween △ ABC / und HFG mit ihren Bases AC / und HG in einer geraden Linien fort / und haben ihre Höhe / nemlich die ⊥ BD / und FE einander gleich. Wann man nun durch die äusserste Ende deren Höhe B / und F eine gerade Lini ziehet / so werden die Linien AG / und BF einander Parallel seyn / und deßwegen die zween △ ABC / und HFG zwischen einerley Parallel-Linien liegen.

Die Ursach ist / weilen der ∠ BDC ⊓ ist / dem ∠ FEG. (dann sie beyde rechte seint) dahero wird die Lini DB = seyn / der Lini EF (d. 28. 1.) Unterdessen ist die Höhe DB ⊓ gegeben worden / der Höhe EF: deßwegen folget / daß auch die Lini BF = seye / der Lini DH / oder der verlängerten AG (d. 33 1.)

Hingegen / indeme die Linien BF und DH / zwischen welchen die zween △ ABC und HFG liegen / einander Parallel seint / auch wegen deren gleichen / nemlich rechten ∠ BDC und FEG / die Lini DB = ist / der Lini EF: so wird BFED ein ▭ seyn / und deßwegen die gegenüberstehende Seiten DB / und EF einander gleich haben / (d. 34. 1.). das ist / die △ ABC / und HFG werden einerley Höhe haben.

V.

Eine Verhaltnuß / saget man / seye auß Verhaltnusse zusammen gesetzt / wann die Grösse deren Verhaltnusse (das ist / die Nenner) unter einander vermehrter / eine andere / und neue Verhaltnuß gemacht haben: oder / eine zusammen gesetzte Verhaltnuß (Ratio composita) ist eine Verhaltnuß / welche auß der Vermehrung etlicher anderer Verhaltnusse entstanden ist.

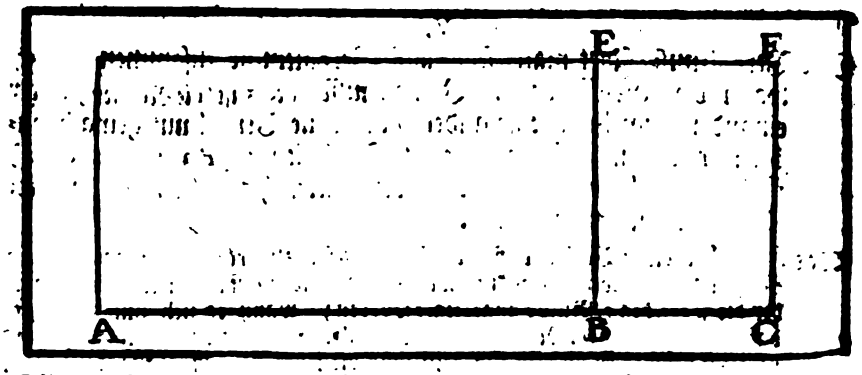
Was die Grösse einer Verhaltnuß (welche in dieser Wort-Erklärung auch ein Nenner genandt wird) seye / und wie solche zu finden / ist in der Anmerckung über die 3. def. deß 7. Buchs angezeiget worden; wann es sich nun zuträget / daß mehr Grösse oder Nenner deren Verhaltnusse / eine durch die andere ordentlich vermehret werden / so heist man die letzte darauß entstandene Zahl oder Grösse eine zusammengesetzte Verhaltnuß.

Zu einem Exempel / es seynd die stäts nacheinander gehende Grösse A. B. C. D. der Nenner oder die Grösse der Verhaltnuß A zu B ist 2 oder so ein Ding / die Grösse der Verhaltnuß A zu B ist dreyfach: der Nenner oder die Grösse B zu C ist 2 / oder gedoppelt. Letztlich der Nenner / oder Grösse der Verhaltnuß C zu D ist 3 oder dreyfach.

A	B	C	D
36	12	6	2
3	2	3	

Wann nun diese drey Nenner / oder Grösse 3. 2. 3. einer durch den anderen ordentlich vermehret wird; so bekommt man in der letzt entstandenen Zahl / endlich den neuen Nenner 18 (oder achtzehenfache Verhaltnuß) welche die zusammengesetzte Verhaltnuß ist / welche zwischen A. B. C. D sich befindet. Dann klar ist / daß die dreyfache Grösse der Verhaltnuß / so A zu B hat / vermehrter mit der doppelten / welche B zu C hat / eine sechsfache Verhaltnuß mache. Diese aber mit der dreyfachen / so C zu D. hat / vermehrter gibet letzlich eine achtzehenfache Verhaltnuß.

Dis ist zu verstehen / wann die Grösse / als wie in vorstehendem Exempel / stäts nach einander folgen. Wann sie aber in etlichen Absetzungen bestehen / gleich wie: wann man A 8 zu B 2 / und hinwiederumb C 12 zu D 6 haltet / so ist nöthig / daß man sie anfänglich (deß leichten Beweiß halber) in stetsfolgende Grösse / welche doch mit denen A zu B / und C zu D einerley / oder gleichförmige Verhaltnuß haben / verändere. Man nehme dahero nach Gefallen eine Grösse oder Zahl / als wie 24 mache darmit / gleich wie A 8 zu B 2 ist / also seye 24 zu der gefundenen 6 / alsdann sage / wie C. 12 zu D. 6 sich haltet / also seye die gefundene 6 zu 3.

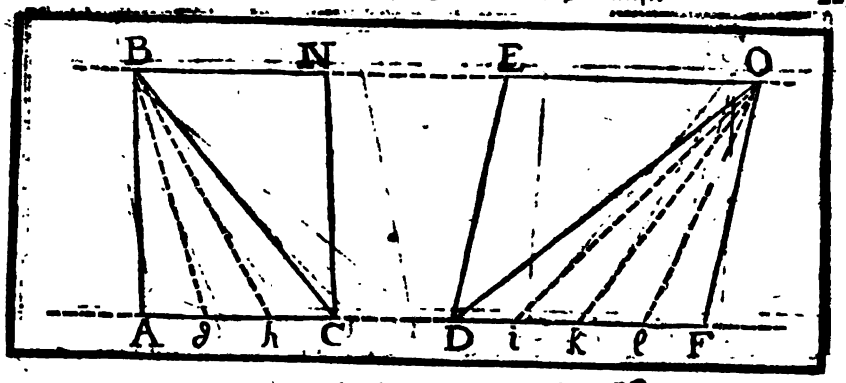


Diese drey Zahle nun 24/ 6/ 3. werden stets nach einander folgen / und mit denen abgesetzten Grösse A zu B / und C zu D geproportionirt seyn. Unterdessen ist die zusammengesetzte Verhaltnuß deren Grösse 24/ 6/ 3. der neue Nenner 8. Dahero werde auch deren abgesetzten Grösse A. B. C. D. die zusammengesetzte Verhaltnuß der neue Nenner 8. seyn. Dann die Grösse der Verhaltnuß A 8 zu B 2 ist 4: und C 12 zu D 6 ist 2. Wann nun diese zwey Nenner 4 und 2 durch einander vermehrt werden; so geben sie eben den neuen Nenner 8.

VI.

Wann auff einer geraden Lini ein Parallelogram gestellt wird / welches die gantze Lini nicht einnimmet/ und hernachmahln eben in gleicher Höhe und Winckeln ein anders Parallelogram auff den Abgang der geraden Lini beschrieben wird/ so saget man/ daß das erste Parallelogram ein abgehendes Parallelogram seye. Entgegen wann ein Parallelogram auff einer langern Lini / als die gegebene ist / gestellt wird / und hernachmahln auff der gegebenen geraden Lini ein anders Parallelogram in gleicher Höhe und Winckeln gemacht wird / so sagt man/ daß das erste ein übertreffendes Parallelogram seye.

Also ist auff der Lini AC/ das ▭ AE ein abgehendes/ und das ▭ BF ist der Abgang. Hingegen auff der Lini AC (wann solche länger / als die gegebene AB genommen wird) ist das ▭ AF ein übertreffendes/ und das ▭ BF ist der Unterscheid oder Uberschuß.



Die I. Vorgab. Betrachtung.

Die Triangeln / und die Parallelogrammen / welche gleiche Höhe haben / verhalten ſich gegen einander / gleich wie ihre Baſes.

Es ſeynd gegeben die zween △ ABC / und DOF / auch die ▭ AN / und DO / welche einerley Höhe haben: Dieſem nach ſaget man / daß ſich der △ ABC / oder das ▭ AN zu dem △ DOF / oder dem ▭ DO verhalte / gleich wie die Baſis AC / zu der Baſis DF. das iſt

AC. DF :: { △ ABC. △ DOF. / ▭ AN. ▭ DO.

Zubereitung.

Indeme die fürgegebene △ ABC / und FOD gleiche Höhe haben / ſo ſetze ſie zwiſchen zwey ═. d. 41. 4. def. 6.

Hernach zertheile die Baſes AC / und DF auff ſolche Art / daß beyde durch einen gemein-mäßlichen Theil gerad auffgemeſſen werden.

Seye Ag ein ſolcher Theil / welcher die Baſis AC juſt dreymahlen / und die Baſis DF juſt vier mahlen auffmeſſe.

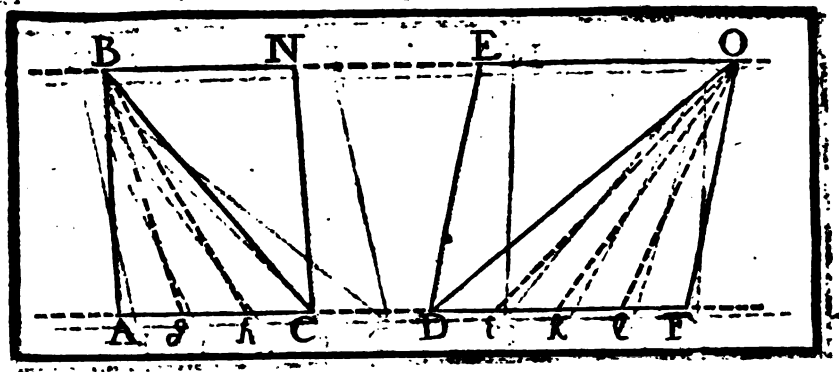
Ziehe letztlich die Puncten g. h in B / und die Puncten i. k. l. in O zuſammen.

Beweiß.

Dieweilen die Theile / oder kleine Baſes Ag. gh. hC. und Di. ik. kl. lF einander ſeint ⊓ gemacht worden. d. d. Zub.

So werden auch alle kleine △ / als wie ABg / gBh / hBC / und DOi. iOk. kOl. lOF einander ⊓ ſeyn / d. 38. 1.

Und die Anzahl dieſer kleinen △ ⊓ ſeyn / der Anzahl deren gleichen Theile / oder kleinen Baſes.



Die Baſis AC unterdeſſen / iſt juſt in drey gleiche Theile / und die Baſis DF juſt in vier gleiche Theile abgetheilet worden / deßwegen wird der △ ABC auch juſt in drey gleich kleine △ / und der △ FOD juſt in vier gleich kleine △ abgetheilet ſeyn. d. d. Zuh.

Und wegen gleicher Anzahl in einem und anderen ſeyn; Daß wie offt die kleine Baſis Ag in der gantzen Baſis DF begriffen iſt / ſo offt auch der kleine △ ABg in dem gantzen △ FOD begriffen ſeyn werde.

Und ferners / ſo offe die zwey kleine und gleiche Baſes Ag + gh in der gantzen Baſis DF begriffen ſeynd / ſo offt auch die zwey kleine und gleiche △ ABg + △ gBh in dem gantzen △ FOD begriffen ſeyn werden.

Letzlich / ſo offt die drey kleine und gleiche Baſen Ag + gh + hC) oder AC) d. 14 21. l. in der gantzen Baſis DF begriffen ſeynd / ſo offt auch die drey kleine und gleiche △ ABg + △ gBh + △ hBC (das iſt / der △ ABC) in dem gantzen △ FOD begriffen ſeyn werde.

Und daherò ſeyn AC. DF :: △ ABC. △ DOF. { d. 6. def. 5. / d. 7. def. 5. }

II.

Es verhaltet ſich der △ ABC zu dem △ DOF; als wie das □ AN zu dem □ DO. { d. 15. 5. und 41. 1. }

Der △ ABC iſt aber zu dem △ DOF; als wie die Baſis AC zu der Baſis DF. d. d. Vorg.

Folget / daß auch das □ AN zu dem □ DO ſeye; als wie die Baſis AC / zu der Baſis DF. d. 11. 5.

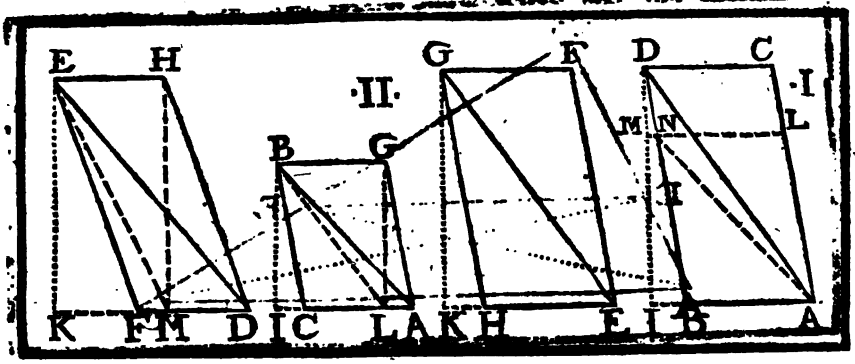
Welches zu beweiſen ware.

Anmerckung. I.

Die Triangeln (als wie ADB / EGH Fig. I.) und die Parallelogrammen (AP. EG) / welche ſich gegen einander verhalten / gleich wie ihre Baſes (AB / und EH) / ſtehen allmerley / oder gleiche Höhe (ID. KG).

Beweiß.

Wann man es nicht geſtehen will / ſondern ſagen / daß die Höhe ID ſeye / als die Höhe KG.



Go mache (wann es möglich iſt) IM ∏ / HG /
und ziehe LM = / AI / welche die Seiten BD
abſchneiden werden in Punct N. d. 11. 1.
Ziehe letztlich AI N zuſammen.
Nunmehro wegen gleich vermeinter Höhe muß ſeyn
der △ ANB. △ EGH :: AB. EH. d. 1. 6.
Es iſt auch gegeben worden △ ADB. △ EGH :: AB. EH.
Dahero werden die zwey △ ANB. ADB. zu den △ EGH einer-
ley Verhaltnuß haben / und folgends der △ ANB ∏ ſeyn dem
△ ADB. d. 11. 5. und 9. 5.
Welches ungereimt iſt / nemlich in Theil ∏ / ſeinem gantzen.
Deßwegen die Höhe nicht ungleich / ſondern einander ∏ ſeyn werden.
Eben das gleiche wird von denen ▭ AD. EG (dann ſie gerad die
Helffte deren △ ADB. EGH ſeind) geſchloſſen d. 41. 1.
d. 15. und 11. 5.

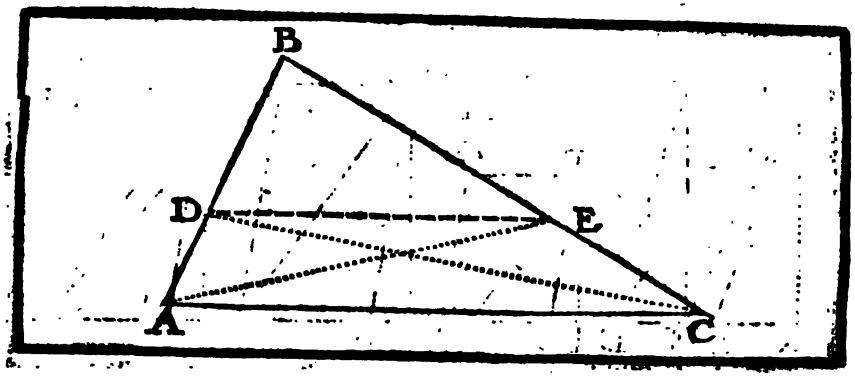
Fig. II.

Die △ ABC / und DEF / und die ▭ AB / und DE / welche gleiche Baſes
AC / und DF haben / hatten ſich gegen einander / gleich wie ihre Höhe
IB. KE.

Mache vorhero IL ∏ / AC / und KM ∏ / DF. d. 31. 1.
Ziehe zuſammen LG. LB. IB / und MH. ME. KE.

Beweiß.

Die zwey Linien IL / und KM haben einerley Höhe ∠ d. d Zuſ.
Dahero ſeyn werde. △ LBI. △ MEK :: IB. KE. d. 1. 6.
Unterdeſſen iſt der △ LBI ∏ / dem △ ACB. d. 38. 1.
und der △ MKE ∏ / dem △ DEF. und Zuſ.
Folget / daß auch ſeye der △ ABC. △ DEF :: IB. KE / d. 7. 5. d. 1. 6.
Nemlich eine Höhe zu der andern Höhe. d. 41. 1.
Und folgends / das ▭ GC. ▭ HF :: IB. KE. und 14. 5.



Die II. Vorgab. Betrachtung.

Wann man in einem Triangel einer Seiten eine Parallel-Lini ziehet: so werden dardurch die andere zwo Seiten proportionirlich zertheilt: Und wann die zwo Seiten eines Triangels/ durch eine gerade Lini ist proportionirlich zertheilt worden: so wird eine solche Lini der übrigen Seiten Parallel lauffen.

Es ist der Triangel ABC gegeben/ in welchem die Lini ED ═ gezogen ist/ der Seiten AC: so saget man/ daß durch diese Lini die andere zwo Seiten AB. CB proportionirlich seynd abgetheilt worden. Das ist/ es werde seyn BD/ DA :: BE/ EC.

Ziehe vorhero zusammen A/E. und C/D.

Beweiß.

Dieweilen die zwey △ ADE. CED zwischen zwey ═ liegen/ und einerley Basis DE haben.

So wird der △ ADE ∏ seyn/ dem △ CED. d. 7. 5.

und deßwegen wird der △ DBE zu diesen zwey gleichen △ einerley Verhaltnuß haben. d. 37. 1.

Das ist △ DBE. △ ADE :: △ DBE. △ CED.

Unterdessen wegen einerley Höhe wird auch seyn der △ DBE. △ ADE :: die Basis BD. zu DA

und der △ DBE. △ CED :: die Basis BE/ zu EC. d. 1. 6.

Dahero letztlich seyn wird BD. DA :: BE/ zu EC. d. 11. 5.

II.

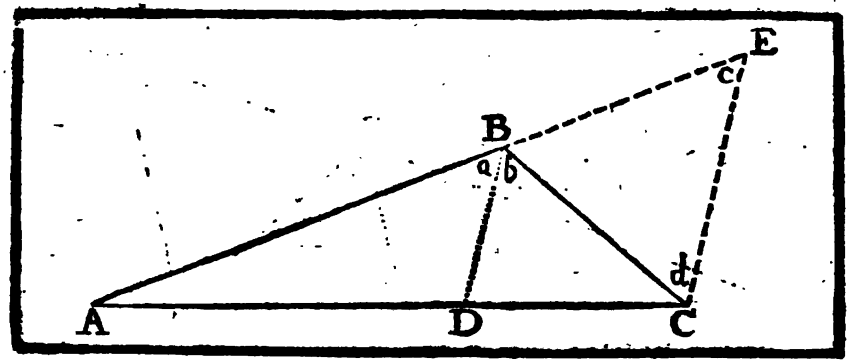
Es ist gegeben/ daß die Lini DE die zwey Seiten deß △ ABC proportionirlich zertheile/ nemlich BD. DA :: BE. EC. so saget man/ daß dieselbe Lini DE mit der dritten Seiten AC ═ lauffe.

Dann der △ DBE. △ ADE :: △ DBE. △ CED. d. d. Vorg.

Dahero wird wegen gleicher Verhaltnuß der △ ADE ∏ seyn/ dem △ CED. d. 9. 5.

Und folgends die Lini DE ═ seyn/ der Lini AC. d. 39. 1.

Welches zu beweisen ware.



Die III. Vorgab. Betrachtung.

Wann ein Winckel eines Triangels mit einer geraden Lini iſt gleich entzwey getheilt worden/ und ſolche Lini auch die Baſis in einen Punct durchſchneidet/ ſo werden ſich die zwey Stücke der Baſis alſo gegen einander verhalten / gleich wie die zwo Seiten deß Triangels. Und hinwiederumb/ wann die zwey Stücke der Baſis mit denen übrigen zwo Seiten eine gleiche Verhaltnuß haben: ſo wird die gerade Lini/ welche auß dem Winckel in die Baſis iſt gezogen worden / und dieſelbe durchſchnitten / ſothanen Winckel gleich entzwey ſchneiden.

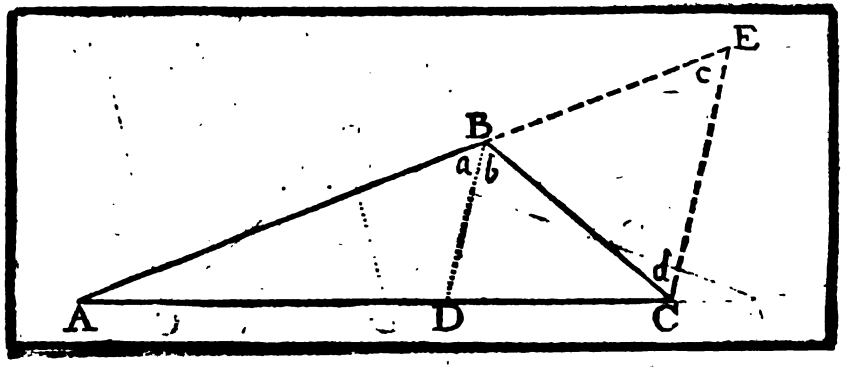
Es iſt gegeben der △ ABC/ deſſen ∠ a → b gleich entzwey mit der Lini BD/ welche die Baſis AC im Punct D durchſchneidet/ zertheilt worden; ſo ſaget man / daß die Stücke AD. DC denen zwo Seiten AB. BC geproportioniret ſeyn/ das iſt AD. DC :: AB. BC.

Zubereitung.

Verlängere die Seiten AB/ biß daß das Stück BE der Seiten BC ⊓ werde.
Hange E. C zuſammen.

Beweiß.

Die Seiten BE iſt ⊓ / der Seiten BC. — d. d. Zuh.
Dahero iſt der ∠ c ⊓ / dem ∠ d. — d. 5. 1.
Unterdeſſen iſt der ∠ a → b ⊓ / beyden ∠ c und d. — d. 32. 1.
Deßwegen iſt die Helffte / oder der ∠ b ⊓ dem ∠ d.
Dahero iſt folgends die Lini DB = der Lini CE/ — d. 27. 1.
und dann ſich verhaltet AB. BE (oder dergleichen BC) :: AD. DC. — d. 2. 6.
Welches das erſte zu beweiſen ware.

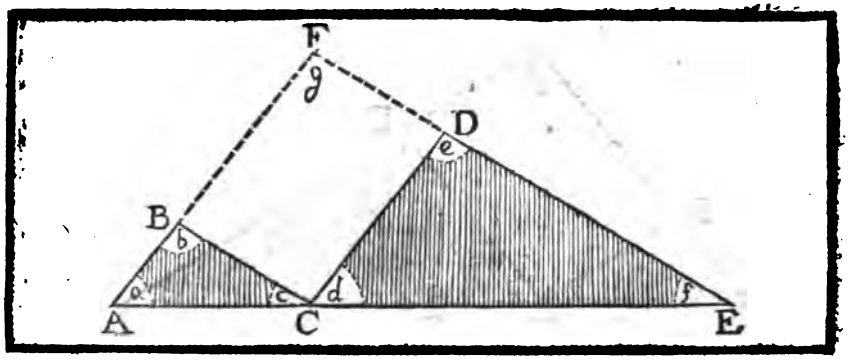


FI.

Es iſt gegeben / daß in dem △ ABC die Lini DB die Baſis AC mit denen zwo Seiten AB. BC proportionirlich zertheilt habe / nemlich / daß es ſeye AD. DC. :: AB. BC: ſo ſaget man / daß die Lini DB dem ∠ a + b gleich entzwey werde zertheilt haben.
Mache vorhero die Figur / wie vorgehends.

Beweiß.

Es iſt AB. BC (oder dergleichen BE) :: AD. DC. — d. d. Vorg.
Dahero wird die Lini DB = ſeyn / der Lini CE / — d. 2. 6.
und der ∠ a ⊓ / dem ∠ c / und der ∠ b ⊓ / dem ∠ d. — d. 29. 1.
Wegen der zwey gleichen Seiten BC. BE. aber / iſt der ∠ c ⊓ / dem ∠ d. — d. 5. 1.
Dahero auch der ∠ a ⊓ / dem ∠ b iſt. — d. 1. ax. 1.
Woraus man ſchlieſſet / daß der ∠ a + b gerad entzwey
Von der Lini DB ſeye zertheilt worden.
Welches zum anderten zu beweiſen ware.



Die IV. Vorgab. Betrachtung.

Gleichwincklichte Triangeln / haben diejene Seiten / welche umb gleiche Winckeln stehen / gegen einander proportionirter ; und die gleichförmig-haltmuß-sagende Seite seynd / welche die gleiche Winckeln unterspannen.

Es seynd gegeben die zween △ ABC / und CDE / welche gleichwincklicht seint / nemlich der ∠ a ist ⊓ / dem ∠ d. und der ∠ b ⊓ / dem ∠ e, und der ∠ c ⊓ / dem ∠ f. Diesem nach saget man / daß die Seiten beyder △ einander geproportionirt seynt / das ist / es wird sich verhalten AB / AC :: CD. CE / und AC BC :: CE / DE ; letstlich AB. BC :: CD. DE / darauß auch erscheinet / daß die gleichförmig-haltmuß-sagende Seiten / die Seiten AB. CD / und AC. CE / und CB / ED seint.

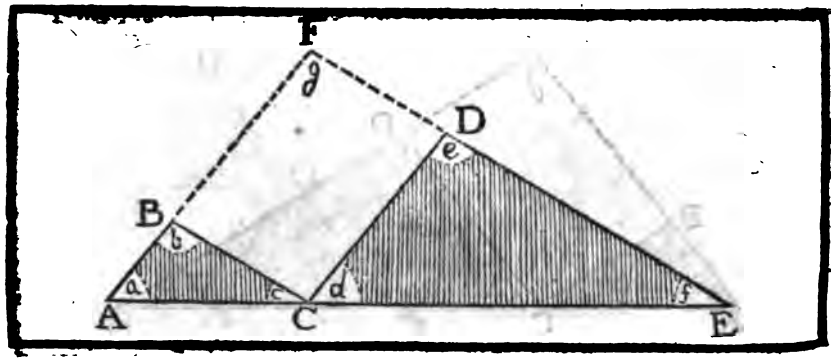
Zubereitung.

Setze die zwey △ also zusammen / daß die beyde Seiten AC / und CE eine gerade Lini machen.

Verlängere die Seiten AB / und ED / biß sie in einen Punct / als wie F / zusammen stossen.

Beweiß.

Der ∠ a ist ⊓ / dem ∠ d. — 9. d. Vorg.
Dahero ist die Lini AF = / der Lini CD. — 9. 28. 1.
Jngleichen auch / indeme der ∠ c ⊓ ist / dem ∠ f. — 9 d Vorg.
so wird die Lini BC = seyn / der Lini FE / oder dem Stück DF. — 9. 28. 1.
Worauß man schliesset / daß die Figur BFDC ein ▭ sey / — 9. 35. def. 1.
und deßwegen die Seiten BF ⊓ / CD / und FD ⊓ / BC habe. — 9. 34. 1.
Nach diesem betrachte den grossen neu-entstandenen △ AFE / sagend / Weilen BC = ist / der Seiten FE. — 9. d. Vorg.



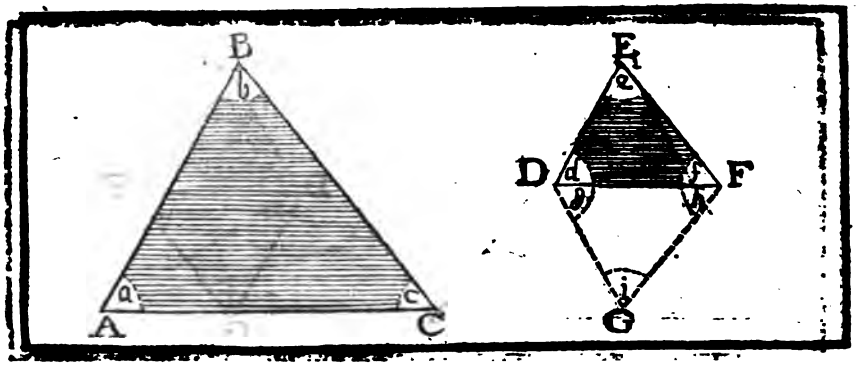
So wird seyn AB. BF (oder dergleichen CD) :: AC. CE. d. 2. 6.
Und durch die Verwexlung AB. AC :: CD. CE/
Welche die erste Vergleichung ist.
Hernach ist in dem △ AFE/ auch CD ═/ der Seiten AF. d. d. Vorg.
So wird seyn AC. CE:: FD (oder dergleichen BC) DE
Und durch die Verwexlung AC. BC :: CE. DE. d. 16. 5.
Welche die anderte Vergleichung ist.
Letzlich in deme ist AB. AC :: CD. CE/ und d. d. Vorg.
AC. BC :: CE. DE.
So wird aus dergleichen seyn AB. BC :: CD. DE. d. 22. 5.
Welches zum letzten zu beweisen ware.

Folget. I.

Alle gleichwincklichte △ seint auch gleichförmig.

II.

Wann man in einem △ eine Lini ziehet ═/ einer Seiten deß △/
so wird solche einen kleinen △ abschneiden/ der gleichförmig ist dem gantzen.
Gesetzt man ziehet in dem △ AFE die Lini CD/ ═ der Seiten AF.
so wird hernach der △ CDE gleichförmig seyn/ dem △ AFE.
Dann der ∠ d ist ⊓/ dem ∠ a/ und der ∠ e ⊓/ dem ∠ g. d. 29. 1.
der ∠ f ist auch beyden △ gemein.
Dahero werden beyde △ gleichwincklicht/ und folgends durch
diese 4. Vorg. einander gleichförmig seyn.



Die V. Vorgab. Betrachtung.

Wann zwey Triangel ihre Seiten gegen einander geproportionirt haben: so werden sie auch ihre Winckeln / welche von gleichförmig-haltnuß-sagende Seite unterspannet seynd / gleich einander haben.

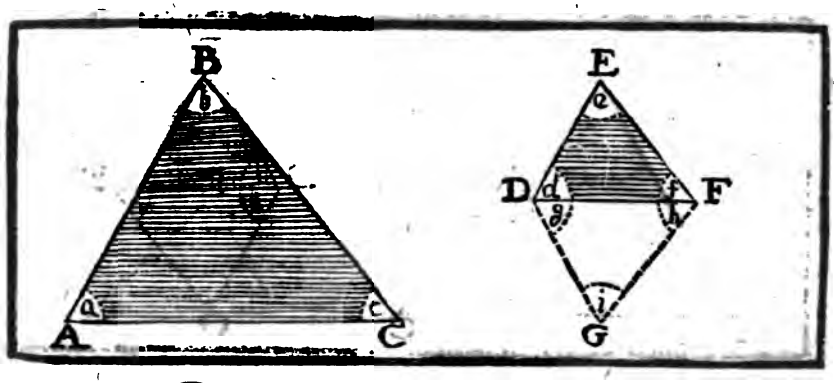
Es seynd gegeben die zwey △ ABC. DEF / die ihre Seiten gegen einander geproportionirt haben / nemlich BA. AC :: ED. DF / und BC. CA :: EF. FD. Letztlich BC. BA :: EF. ED. so saget man / daß sie einander gleich winklicht seyn / und die gleichförmig-haltnuß-sagende Seiten BA. FD / und AC. DF / und CB. FE gleiche Winckeln unterspannen.

Zubereitung.

Mache auff DF der △ DGF / also / daß der ∠ g i / dem ∠ a / d. 23 1.
und der ∠ h ∏ / dem ∠ c seye. Der ∠ i wird hernach ∏ seyn dem ∠ h. d. 32. 1.

Beweiß.

Der △ DGF ist gleichförmig / dem △ ABC. { d. d. Zub. und 4. Cor. 1. 6.
Dahero wird sich halten GD DF :: BA. AC. d. 1. def. 6.
Es haltet sich auch BA. AC :: ED. DF. d. d. Borg.
deßwegen wird auch seyn GD. DF :: ED. DF. d. 11. 5.
Worauff folget / daß DG ∏ seye / der ED. d. 9. 5.
Abermahlen / indeme ist GF. FD :: BC. CA { d. d. Zub. und 4 Cor. 1. 6.
und sich auch haltet BC. CA :: EF. FD. d. d. Borg.
so wird auch seyn GF. FD :: EF. FD. d. 11. 5.
Worauff folget / daß GF ∏ seye der EF. d. 9. 5.
Letztlich / wegen der gemeinen Basis DF / wird
der △ DGF ∏ seyn / dem DEF. d. 8. 1.
Und folgends der ∠ d ∏ / dem ∠ g (oder dem gleichen ∠ a)
und der ∠ f ∏ / dem ∠ h (oder dem gleichen ∠ c.
Letztlich auch der ∠ e ∏ dem ∠ b. d. 32. 1.
Welches zu bewisen ware.



Die VI. Vorgab. Betrachtung.

Wann in zwey Triangeln / ein Winckel eines / gleich iſt / einem Winckel deß andern / und die zwo Seiten / welche die gleiche Winckeln begreiffen / gegen einander geproportionirt ſeint / ſo werden ſolche zwey Triangeln gleichwincklicht einander ſeyn.

Es ſeint gegeben die zwey △ ABC. DEF / welche die ∠ a und d einander gleich haben / und die Seiten / welche die gleichen ∠ begreiffen / geproportionirt / das iſt BA AC :: ED. DF. Dieſem nach ſaget man / daß ſolche beyde △ auch gleichwincklicht einander ſeyn. nemlich der ∠ b ∏ / dem ∠ e / und der ∠ c ∏ / dem ∠ f.

Zubereitung.

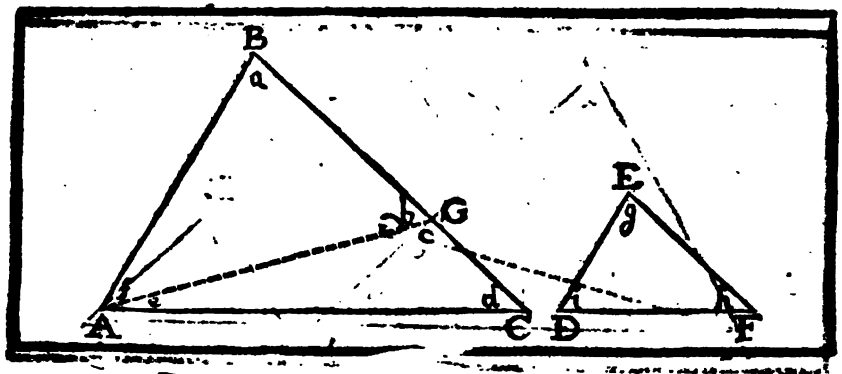
Auff DF mache den △ DGF ſolcher geſtalt / daß der ∠ g ∏ ſeye / dem ∠ a / und die beyde ∠ h. i ∏ / beyden ∠ c. b. — d. 23. 1.

Beweiß.

Der △ DGF iſt gleichförmig dem △ ABC; — d. 4. Zuſ. und 4. 6.
Deßwegen ſich verhaltet GD. DF :: BA. AC.
Es iſt aber BA. AC :: ED. DF. — d. d. Vorg.
Derohalben wird auch ſeyn GD. DF :: ED. DF. — d. 11. 5.
und deßwegen iſt GD ∏ der ED. — d. 9. 5.
Unterdeſſen iſt die Seiten DF beyden △ DGF. DEF gemein und der ∠ g, (oder der gleiche ∠ a) / ∏ dem ∠ d. — d. d. Zuſ. und Vorg.
Dahero wird auch die Seiten GF ∏ ſeyn / der Seiten FE / und folgends die übrige ∠ deß △ DEF ∏ ſeyn / denen übrigen ∠ deß △ DGF / welche ſeynd gemacht worden ∏ denen übrigen ∠ deß △ ABC. — d. 4. 1.

Welches zu beweiſen ware.

(o)



Die VII. Vorgab. Betrachtung.

Wann in zweyen Triangeln / ein Winckel eines gleich iſt / einem Winckel deß andern / und zwo Seiten / ſo umb andere zwey Winckeln ſtehen / gegen einander geproportionirt ſeyn / die übrige zwey Winckeln aber entweder ein jeder zugleich kleiner / oder ein jeder zugleich gröſſer ſeint / als ein rechter; ſo werden die zwey Triangeln gleichwincklicht ſeyn / und die jene Winckeln / umb welche die proportionirte Seiten ſtehen / einander gleich haben.

Es ſeynd gegeben die zwey △ ABC / und DEF / deren ein ∠ a ⊓ iſt / dem andern g / und die zwo Seiten BA. AC umb den ∠ f → e geproportionirt ſeynd / deren zwo Seiten ED. DF / umb den ∠ i die übrige zween ∠ d und h aber / ein jeder zugleich / ſonderlich kleiner / oder ſonderlich gröſſer iſt / als ein rechter. Dieſem nach ſaget man / daß die zwey △ ABC / und DEF einander gleichwincklicht / und die ∠ f → e und i (umb welchen die geproportionirte Seiten BA. AC / und ED. DF ſtehen / letztlich auch die übrige zween ∠ d und h einander gleich ſeyn werden.

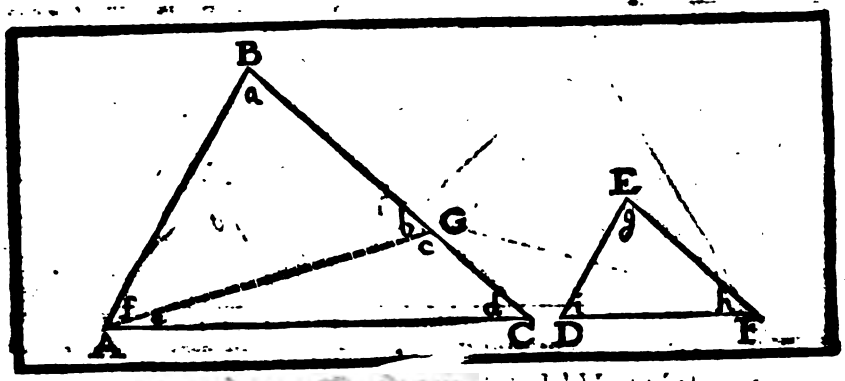
Erſter Fall / worinnen die zwey ∠ d / und h beyde ſpitzig gegeben werden.

Beweiß.

Will man es nicht geſtehen / ſondern einwerffen / daß / obwohlen beyde ∠ d / und h ſpitzig gegeben worden ſeint / nichts deſtoweniger der ∠ f → e doch ⊓ / und alſo ungleich ſeye dem ∠ i.

So mache dann / wann es möglich iſt / mit der Lini AG den ∠ f ⊓ / dem ∠ i.

Weilen nunmehro der ∠ a ⊓ iſt dem ∠ g. b.d.Vorg.
und der ∠ f ⊓ gemacht worden / dem ∠ i /
nach deß Widerſagers Meynung.

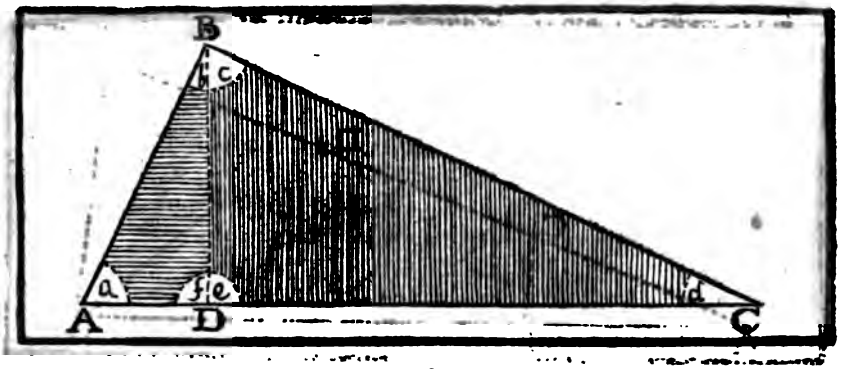


So folget/ daß auch der ∠ b ⊓ seye/ dem ∠ h. d. 32. 1.
und deßwegen werden beyde △ ABG/ und DEF
einander gleichförmig seyn. d. 4. 6.
und sich verhalten BA. AG :: ED. DF. d. 1. def. 6.
Es ware aber anfänglich BA. AC :: ED. DF. d. d. Vorg.
Dahero wird auch seyn BA. AG :: BA. AC. d. 11. 5.
Daraus folget/ daß AG ⊓ seye/ AC. d. 9. 5.
und deßwegen der ∠ c ⊓ seyn werde / dem ∠ d. d. 5. 1.
Der ∠ d aber/ gleich wie der ∠ h/ ist ein jeder für einen
spitzigen ∠ angegeben worden.
Dahero auch der ∠ c ein spitziger seyn werde.
und folgends der ∠ b ein stumpffer ∠ seyn muß. d. 13. Cor. 1.
Welches aber ungereimt ist/ massen der ∠ b schon spitzig/
underst ⊓/ dem ∠ h ist bewiesen worden. d. d. Vorg.

II.

Wann beyde ∠ d/ und h ein jeder stumpff gegeben wird.
So werde eben diese Unförmlichkeit daraus entstehen /
daß nemlich der ∠ c ein stumpffer/ und der ∠ b ein spitziger
seyn werde/ indeme doch der ∠ b auch ein stumpffer
nach Meinung deß Widersagers hätte seyn müssen.
Dahero man letztlich schliesset/ daß gestalt dieser Sachen nothwendig
der △ ABC gleichwincklicht seye/ dem △ DEF; und also die
übrige ∠ f = c und d ⊓ habe/ denen übrigen ∠ i/ und h.

Welches zu beweisen ware.



Die VIII. Vorgab. Betrachtung.

Wann auß einem Wincket eines rechtwincklichten Triangels eine bleyrechte Lini auff die Basis herunter gelassen wird: so machet solche zween andere winckelrechte Triangeln/ welche so wohl mit dem gantzen/ als unter sich selbsten einander gleichförmig seyn werden.

Es ist gegeben der △ ABC/ der einen rechten ∠ b → c hat/ auß welchem die bleyrechte BD auff die Basis AC ist herunter gelassen worden. Diesem nach saget man/ daß die zwey gemachte kleine △ ADB/ und CDB nicht allein unter sich/ sondern auch mit dem gantzen △ ABC gleichförmig seyn werden.

Beweiß.

Erstlich ist klar/ daß die drey ∠ b → c/ und f/ und c/ drey rechte Winckeln seynd/ und deßwegen einander gleich. { d. d. Vorg. / d. 10. ax. 1.

Nun ist in denen zwey △ ADB/ und ABC/ der ∠ f ⊓/ dem ∠ b → c/ und der ∠ a beyden △ gemein:

Dahero wird auch der dritte ∠ b ⊓ seyn/ dem dritten ∠ d. d. 32. 1.

und deßwegen der △ ADB gleichförmig seyn dem △ ABC. d. 4. 6.

Abermahlen ist in denen zwey △ BDC/ und ABC/ der ∠ c ⊓/ dem ∠ b → c und der ∠ d beyden △ gemein.

Folget/ daß auch der dritte ∠ c ⊓ seye/ dem dritten ∠ a. d. 32. 1.

Deßwegen ist auch der △ BDC gleichförmig dem △ ABC. d. 4. 6.

und folgends seynd alle drey △ ADB. BDC. ABC einander gleichförmig. Welches zu beweisen ware.

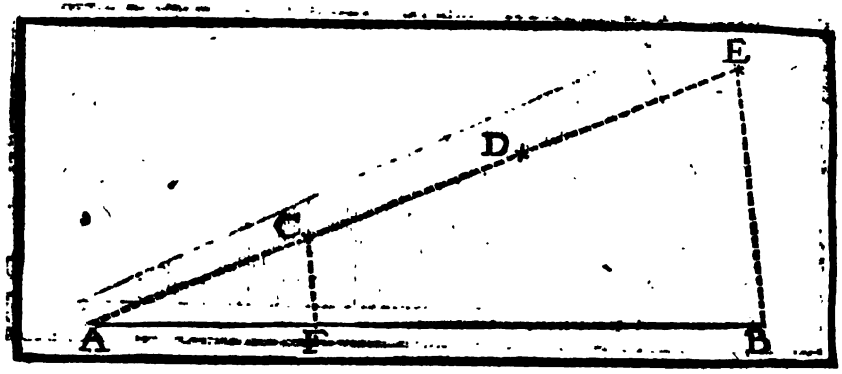
Folget I.

Daß die ⊥ BD die mittlere Proportional-Lini zwischen denen zweyen Stücke AD/ und DC der gantzen Basis AC seye/ dann wegen der Gleichförmigkeit deren zwey △ ADB/ und BDC wird seyn. AD. DB :: DB. DC. d. 4. 6.

II. Daß eine jede Seiten/ welche den rechten ∠ begreiffen/ die mittlere Proportional-Lini seye zwischen der gantzen Basis AC/ und dem Stück/ welches solche Seiten berühret: dann wegen der Gleichförmigkeit deren zwey △ ABC/ und ADB wird erstlich seyn

AC. AB :: AB. AD. d. 4. 6.

Hernach wegen der Gleichförmigkeit deren zween △ ABC/ und BDC/ wird auch seyn AC. BC :: BC. DC. d. 4. 6.



Die IX. Vorgab. Handgriff.

Von einer vorgegebenen geraden Lini / einen gewiſſen begehrten Theil abzuſchneiden.

Es ſeye gegeben die gerade Lini AB/ von welcher man verlanget/ zu einem Exempel den dritten Theil darvon.

Handgriff.

Ziehe die gerade Lini AE/ welche mit AB einen ∠ nach Gefallen mache.

Nehme nach Gefallen einen Theil / als wie AC/ auff der Lini AE ſo offt/ als viel man Theile von AB abzuſchneiden verlange; als wie hier verlanget man den dritten Theil.

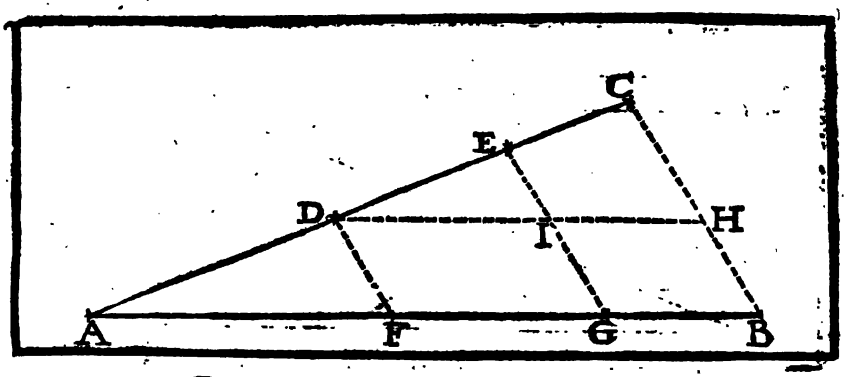
Setze dann den Theil AC in die Lini AE dreymahlen nacheinander in denen Puncten C.D.E.

Hänge EB zuſammen/ und ziehe auß C die Lini CF. d. 31. 1.
Welche = lauffe mit EB.

Nun ſage ich/ daß das Stück AF auch ein Drittheil von der gantzen Lini AB ſeye.

Beweiß.

Weilen in dem △ AEB die Lini CF = iſt der Lini BB || d. d. Hand.
ſo wird ſeyn EC. CA :: BF. FA d. 2. 6.
Und durch die Zuſammenſetzung EA. CA :: BA. FA d. 18. 5.
Es iſt aber AC/ ein dritter Theil von der gantzen AE. d. d. Hand.
Folget/ daß auch AF ein dritter Theil ſeye/ von der gantzen AB.
Welches zu machen ware.



Die X. Vorgab. Handgriff.

Eine vorgegebene gerade Lini in gleichförmige Stücke abzutheilen/ gleich wie ein andere vorgegebene gerade Lini getheilet iſt.

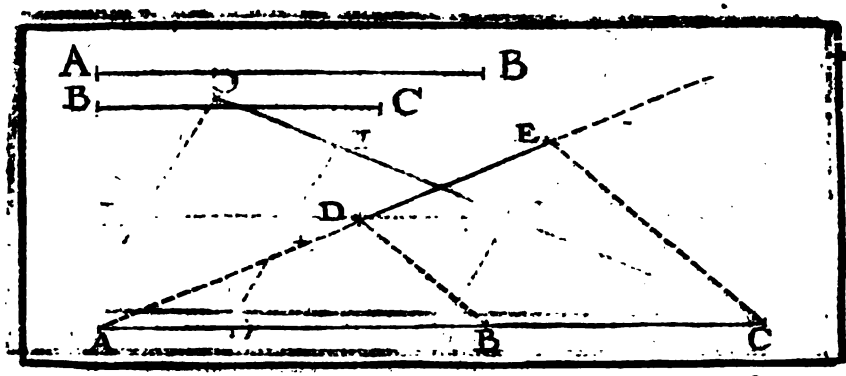
Es ſeynd zwey gerade Linien AC/ und AB gegeben/ die erſte iſt nach Belieben in drey Stücke zerſchnitten worden/ nemlich in AD. DE/ und EC; hiermit verlanget man/ die andere Lini AB eben in drey Stücke zu ſchneiden/ welche aber gleichförmig / das iſt/ geproportionirt denen drey Stücke der Lini AC ſeyn ſolten/ nemlich AF. FG :: AD. DE/ und FG. GB :: DE. EC.

Handgriff.

Laine die Lini AC auff AB/ damit ſie ungefehr mit ihrem Ende einen ∠ mache.
Hange CB zuſammen; und auß denen Puncten E/ und D ziehe
die Linien EG/ und DF ═/ der Lini BC. d. 31. 1.
Letzlich ziehe auß D die Lini DH ═/ der Lini AB/
Welche die ═ EG/ und BC in denen Puncten I und H
durchſchneidet/ und verurſachet/ daß die Figuren FI/ und
GH ▭ ſeynd. { d. 33. 1. und 34. def. 1.

Beweiß.

In dem △ AGE iſt die Lini DF ═/ der Lini GE. d. d. Hand.
Dahero werde ſeyn AF/ FG :: AD. DE. d. 2. 6.
das iſt/ die Theile AF. FG ſeynd proportionirlich denen Theilen
AD. DE.
Ferner/ weilen in dem kleinen △ DHC die Lini EI ═ iſt/ der HC. d. d Hand.
So wird ſich verhalten DI. IH :: DE. EC. d. 2. 6.
Unterdeſſen ſeynd die Figuren FI/ und GH ▭/ und DI. IH ▭ { d d. Hand. und 33. 1.
denen FG. GB.
Dahero wird auch ſeyn FG. GB :: DE. EC. d. 7. 5.
Welches zumachen war.



Die XI. Vorgab. Handgriff.

Zu zweyen vorgegebenen geraden Linien die dritte Proportional-Lini zu finden.

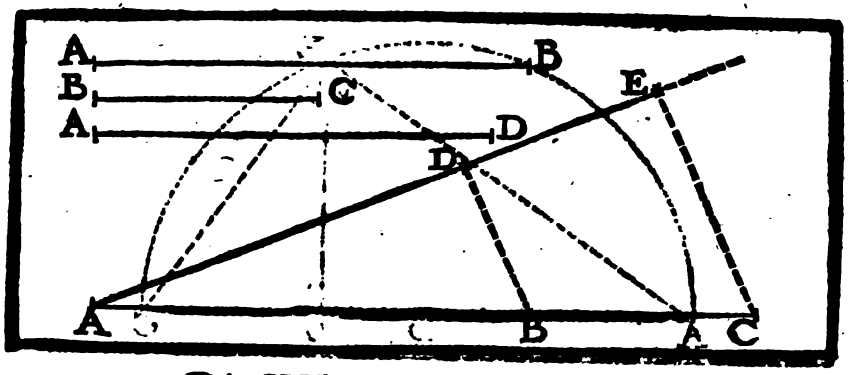
Es ſeynd gegeben die zwey Linien AB. BC, zu welchen man die dritte Proportional-Lini zu haben verlanget; das iſt, es ſolte ſeyn AB. BC :: BC, zu der gefundenen, nemlich DE.

Handgriff.

Mache nach Gefallen einen ∠ / als wie CAE
Auff die Lini AC ſetze nach einander die gegebene AB. BC.
Auff der Lini AE mache das Stück AD □ / der Lini BC. –
Hange D. E zuſammen / und ziehe auß E die Lini CE — d. 31. 1.
der Lini BD.
So wird das Stück DE die geſuchte dritte Proportional-Lini ſeyn.

Beweiß.

In dem △ CAE iſt DB — / EC. d. d. Hand.
Dahero wird ſeyn AB. BC :: AD. DE. d. 2. 6.
Es iſt aber AD □ gemacht worden / der BC. d. d. Hand.
folget / daß auch ſeye AB. BC :: BC. DE.
Welches zu machen ware.



Die XII. Vorgeb. Handgriff.

Zu drey vorgegebenen geraden Linien/ die vierte Proportional-Lini zu fallen.

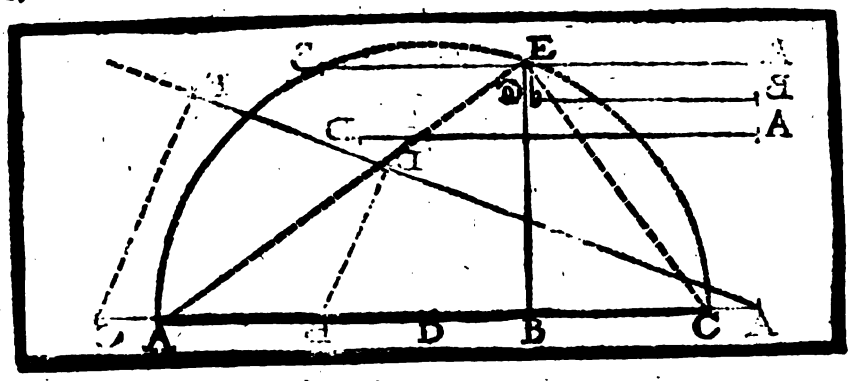
Es seynd gegeben die drey Linien AB. BC/ und AD/ zu welchen man die vierte Proportional-Lini zu haben verlanget/ daß es nemlich seye AB. BC :: AD zu der gefundenen vierten DE.

Handgriff.

Mache nach Gefallen einen ∠/ als wie CAE.
Auff die Lini AC setze an einander die Linien AB. BC.
Und auff die Lini AE/ die dritte Lini AD.
Hange DB zusammen / und auß C ziehe CE = / BD/ d. 31. 1.
So wird das Stück DE die vierte proportional-Lini seyn.

Beweiß.

In dem △ CAE ist DB =/ der Lini CE. 2. d. Hand.
Dahero wird sich halten AB. BC :: AD. DE. d. 2. 6.
Das ist/ DE ist die vierte Proportional-Lini.
Welches zu machen ware.



Die XLII. Vorgab. Handgriff.

Zwiſchen zwey geraden Linien eine mittlere Proportional-Lini zu finden.

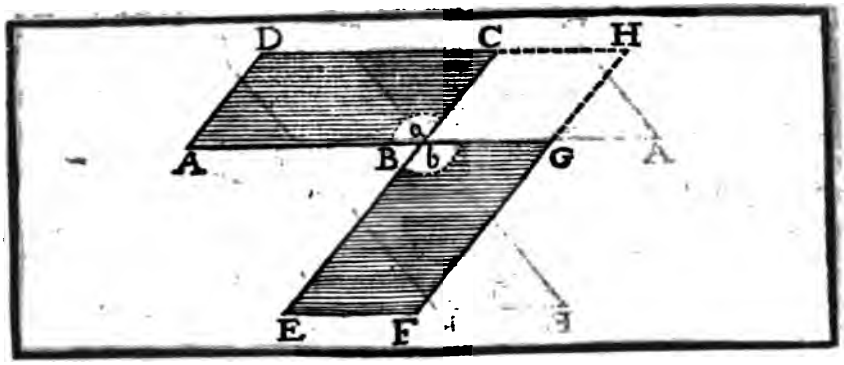
Es ſeyn gegeben die zwey Linien AB/ und BC/ zwiſchen welchen man die mittlere Proportional haben will/ nemlich/ es ſolte ſich verhalten AB. zu der gefundenen mittlern Proportional-Lini BE. als wie dieſelb gefundene BE. zu BC. das iſt AB. BE :: BE. BC.

Handgriff.

Setze AB. BC gerad in einer Lini fort.
Zertheile AC in mitten in D.
Auß D mit der Weite AD ſchreibe einen halben Zirckel AEC.
Auß dem Punct B erhöhe die ⊥ BE/ biß an den Umbkreiß.
Dieſe Lini BE wird die mittlere Proportional-Lini ſeyn.
Hange unterdeſſen A. E/ und C. E zuſammen.

Beweiß.

Der ∠ a → b iſt ein rechter ∠. d. 31. 3.
Dahero wird die ⊥ BE/ welche auß dem rechten ∠ a → b in die Baſis AC gezogen worden/ die mittlere Proportional-Lini ſeyn/ nemlich d. 8. Cor. 1. 6.
AB. BE :: BE. BC.
Welches zu machen ware.



Die XIV. Vorgab. Betrachtung.

Deren gleich grossen Parallelogrammen/ die einen gleichen Winckel haben/ seint die Seiten/ welche umb die gleichen Winckeln stehen/ widerkehrt-geproportionirt: und hinwiederumb die Parallelogrammen/ die einen gleichen Winckel/ und die Seiten/ welche umb die gleichen Winckel stehen/ widerkehrt-geproportionirter haben/ seynd einander gleich groß.

Es seynd gegeben die zwey ▭ AC/ und BF/ welche erstlich einen gleich grossen Inhalt/ hernach die zwey ∠ a und b einander gleich haben. Diesem nach saget man/ daß ihre Seite AB/ BC/ und EB/ BG/ so umb die gleiche ∠ a und b stehen/ widerkehrt-geproportionirt haben/ das ist/ es wird sich verhalten AB. BG :: EB. BC.

Zubereitung.

Setze die zwey ▭/ allwo sie die gleichen ∠ a und b haben/ solcher gestalt an einander/ daß nicht allein die zwo Seiten AB/ BG eine gerade Lini/ sondern auch die andere zwo Seiten EB/ und BC eine andere gerade Lini machen.

Hernach verlängere DC/ und FG/ biß sie in einen Punct/ als wie H/ zusammen kommen.

Auß dieser Zubereitung wird ein drittes ▭ BH entstehen/ Welches wegen der Parallel-Linien/ sowol mit dem ▭ AC/ als mit dem ▭ BF einerley Höhe haben werde.

Beweiß.

Das ▭ AC ist ⊓/ dem ▭ BF. d. d. Vorg.

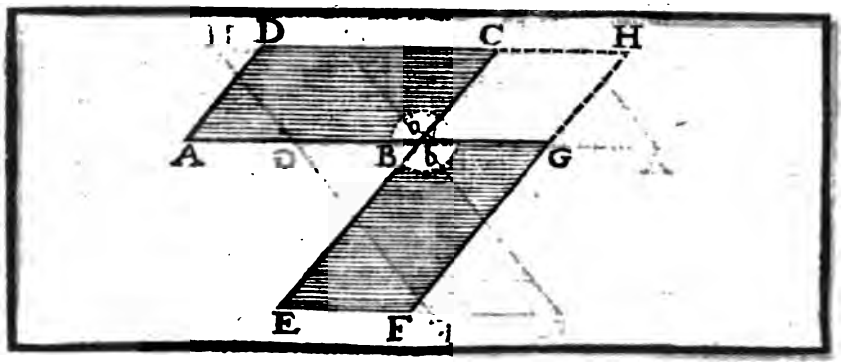
Dahero wird seyn/ das ▭ AC. ▭ BH :: ▭ BF. ▭ BH. d. 7. 5.

Es verhaltet sich aber das ▭ AC. ▭ BH :: Basis AB. Basis BG d. 1. 6.

Und das ▭ BF. ▭ BH :: Basis EB. Basis BC.

Dahero wird letztlich seyn AB. BG :: EB. BC. d. 11. 5.

Welches das erste zu beweisen ware.



II.

Es seynd gegeben die ▭ AC/ und BF/ welche erstlich die zween ∠ a/ und b einander gleich/ hernach die Seiten widerkehrt geproportionirter haben/ das ist/ AB. BG :: EB. BC ; so saget man/ daß diese zwey ▭/ von einerley Gröſſe/ oder Inhalt seynd.

Die Zubereitung bleibet/ wie oben.

Beweiß.

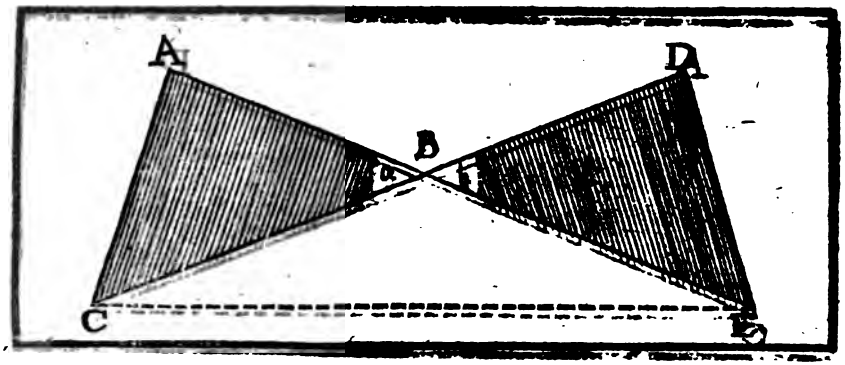
Wegen einerley Höhe des ▭ BH mit den zwey ▭ AG. BF. wird seyn/ Basis AB. Basis BG :: ▭ AC. ▭ BH. p. 1. 6.
und Basis EB. Basis BC :: ▭ BF. ▭ BH.

Es ist aber gegeben AB. BG :: EB. BC.

Dahero wird auch seyn ▭ AC. ▭ BH :: ▭ BF. ▭ BH. p. 11. 5.

Und deßwegen wird das ▭ AC ▯ seyn/ dem ▭ BF. p. 9. 5.

Welches zu beweisen ware.



Die XV. Vorgab. Betrachtung.

Deren gleich groſſen Triangeln / welche einen gleichen Winckel haben / ſeint die Seiten / ſo umb die gleiche Winckeln ſtehen / wiederkehrt-geproportionirt / und hinwiederumb die Triangeln / welche einen gleichen Winckel / und die Seiten / ſo umb die gleiche Winckeln ſtehen / widerkehrt-geproportionirter haben / ſeynd einander gleich groß.

Es ſeynd gegeben die zween △ ABC / und DBE / welche erſtlich einen gleich groſſen Inhalt / hernach die zween ∠a / und b einander gleich haben. Dieſem nach ſaget man / daß ſie ihre zwey Seiten AB. CB. und DB. EB / welche umb die gleiche ∠a / und b ſtehen / wiederkehrt geproportionirt haben / das iſt AB. BE :: DB. BC.

Zubereitung.

Setze die zwo Seiten AB. BE / allwo die gleichen ∠a und b ſtehen / nach einander in einer geraden Lini ABE fort.

So wird folgends auch CBD eine gerade Lini ſeyn. d. 14. und 15.

Ziehe hernach C und E zuſammen / worauß ein dritter △ CBE entſtehet / welcher ſo wohl mit dem △ ABC einerley Höhe BC / als mit dem △ DBE einerley Höhe BE hat.

Beweiß.

Weilen der △ ABC ⊓ iſt / dem △ DBE. d. d. Vorg.

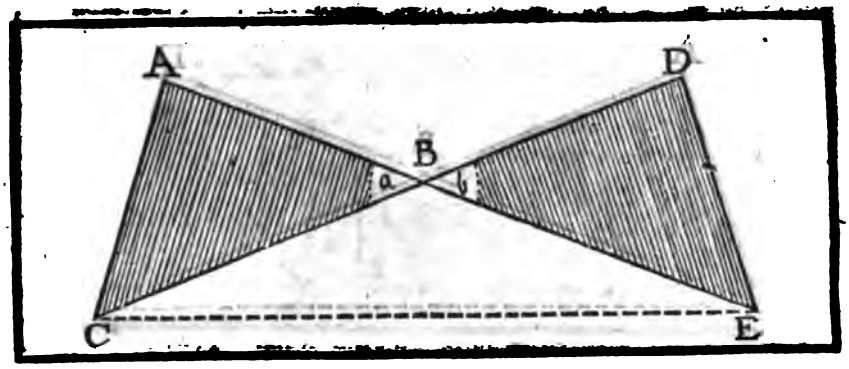
ſo wird ſeyn der △ ABC. △ BCE :: △ DBE. △ CBE. d. 7. 5.

Es haltet ſich über der △ ABC. △ CBE :: Baſis AB. Baſis BE / d. 1. 6.

und der △ DBE △ CBE :: Baſis DB. Baſis BC.

Dahero wird auch ſeyn AB. BE :: DB. BC. d. 11. 5.

Welches das erſte zu beweiſen ware.

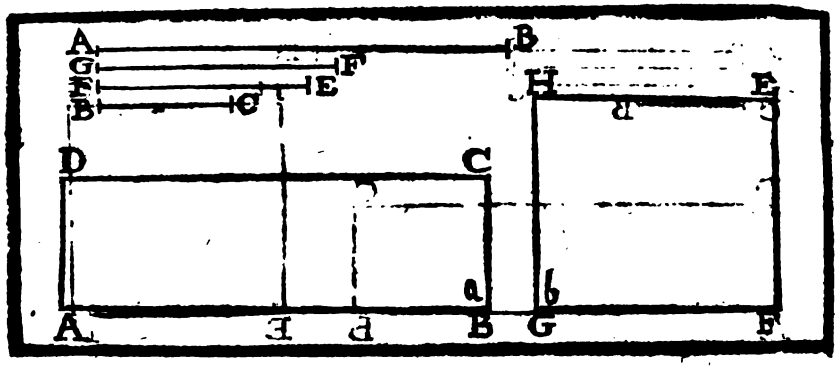


Es ſeynd gegeben die zween △ ABC/ und DBE/ welche erſtlich die ∠ a/ und b einander gleich haben/ und hernach die Seiten AB. BC/ und DB. BE einander widerkehrt proportionirlich haben/ das iſt AB. BE :: DB. BC. Dieſem nach ſaget man/ daß der △ ABC ∏ ſeye/ dem △ DBE.

Die Zubereitung verbleibet wie oben.

Beweiß.

Es iſt AB. BE :: △ ABC. △ CBE. 1. 6.
und DB. BC :: △ DBE. △ CBE
Durch die Vorgab aber iſt AB. BE :: DB. BC
Dahero ſeyn werde △ ABC. △ CBE :: △ DBE. △ CBE. 11. 5.
Und deßwegen wird der △ ABC ∏ ſeyn/ dem △ DBE. 9. 5.
Welches zu beweiſen war.



Die XVI. Vorgab. Betrachtung.

Wann vier gerade Linien geproportionirt seint: so wird das winckelrechte Parallelogramm/ welches von denen zwey äusserſten Linien ist zusammen gesetzt worden/ gleich seyn/ dem winckelrechten Parallelogram/ welches von denen zwey mittlern Linien ist gemacht worden: und hinwiderumb/ wann das winckelrechte Parallelogram/ so von denen zwey äusserſten Linien ist gemacht worden/ gleich ist/ dem winckelrechten Parallelogram/ welches von denen zwo mittlern Linien ist zusammen gesetzt worden: so seynd solche vier Linien geproportionirt.

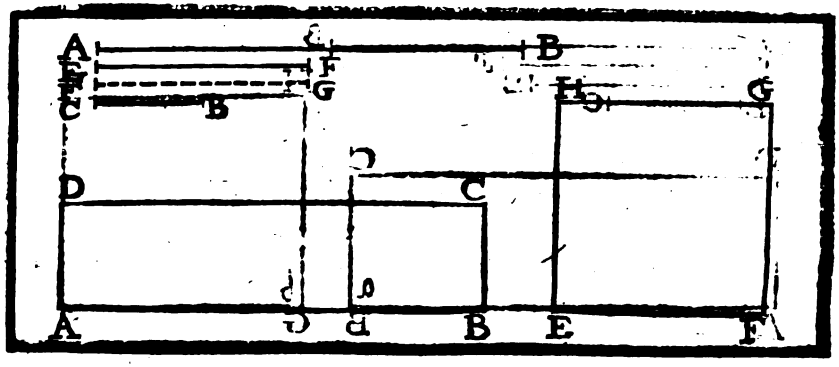
Es seynd gegeben die vier Linien AB. GF. FE. BC. einander geproportionirt/ nemlich AB. GF :: FE. BC. Diesem nach saget man/ daß/ wann auß der ersten AB/ und letzten BC ein winckelrechtes ▭/ als wie AC gemacht werde/ und auch ein anderes winckelrechtes ▭/ als wie GE/ auß denen zwo mittlern Linien GF/ und FE/ solche ▭ hernach einen gleichen Inhalt begreiffen.

Beweiß. I.

Der ∠ a im ▭ AC ist ⊓/ dem ∠ b im ▭ GE. v. d. Vorg.
und die Seiten verhalten sich auch gegen einander geproportionirt
das ist AB. GF :: FE. BC. d. d. Vorg.
Diß aber ist widerkehrlich geproportionirt. d. 2. def. 6.
Deßwegen wird das ▭ AC ⊓ seyn/ dem ▭ GE. d. 14. 6.
Welches das erste zu beweisen ware.

II. Es seynd gegeben die zwey winckelrechte ▭ AC/ und GE eines gleichen Inhalts. Diesem nach saget man/ daß die vier Seiten/ oder die gleiche Linien AB. GF. FE. BC/ auß welchen zwey äusserſten das ▭ AC/ und auß welchen zwey mittlern/ das andere ▭ GE ist gemacht worden/ einander geproportionirt seyn/ das ist AB. GF :: FE. BC.

Beweiß. Das ▭ AC ist ⊓ gegeben/ dem ▭ GE/ d. d. Vorg.
und auch der ∠ a ist ⊓/ dem ∠ b. (nemlich beyde rechte)
Dahero werden die Seiten/ welche die gleiche Winckeln d. 14. 6.
a. und b beschliessen/ widerkehrt-geproportionirt seyn/ und stehen
AB. GF :: FE BC. das ist/ die vier Linien AB. GF. FE. BC. seint
einander geproportionirt.
Welches zu beweisen ware.



Die XVII. Vorgab. Betrachtung.

Wann drey gerade Linien geproportionirt seynd; so ist das Winckelrechte Parallelogram / welches von denen zwey äusserſten Linien ist zusammen gesetzt worden / gleich dem Quadrat / welches auff der mittlern Lini ist beschrieben worden: und hinwiederumb / wann das winckelrechte Parallelogram / so von denen zwey äusserſten Linien gemacht wird / gleich ist / dem Quadrat / welches auff der mitlern Lini ist beschrieben worden; so seynd die drey Linien geproportionirt.

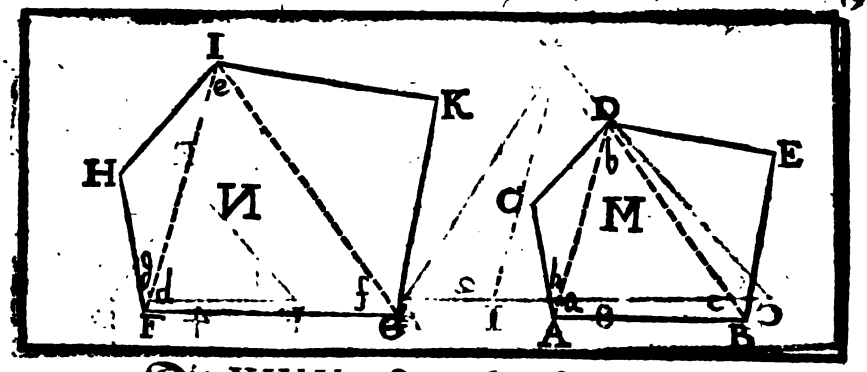
Es seint gegeben die drey geproportionirte Linien / das ist AB. EF :: EF. CB. Wann man nun von denen zwey eusserſten AB / und CB / ein winckelrechtes ▭ / gleich wie AC machet / und auch ein □ auff der mitlern Lini EF / so saget man diesem nach / daß das □ EF / und das ▭ AC einen gleichen Inhalt haben.

Zubereitung. Nehme die Lini EG ⊓ / der Lini EF.

Beweiß. I. Die vier Linien AB. EF. FG. CB seint geproportionirt } d. d. Vorg.
das ist AB. EF :: FG. CD. } und Zuh.
Dahero wird das winckelrechte ▭ AC ⊓ seyn / dem ▭ EG. d. 16. 6.
die mitlere Linien EF / und FG seint aber einander ⊓ gemacht;
Darum wird das ▭ EG ein □ seyn.
Und auch folgends / das ▭ AC ⊓ seyn / dem □ EG.
Welches zum ersten zu beweiſen ware.

II. Es seynd gegeben die zwey winckelrechte ▭ / nemlich das ▭ AC / und das □ EG / welche gleiches Inhalt begreiffen; Diesem nach saget man / das ihre Seiten / oder die drey Linien AB. EF. CB / auß welchen die zwey äusserſten das ▭ AC / und auß der mittlern das □ EG gemacht worden ist / geproportionirt seint. Das ist / AB / EF :: EF (oder die gleiche FG) / CB.

Beweiß. Weilen beyde ▭ AC / und EC rechtwincklicht seynd :: d. d. Vorg.
und das ▭ AC ⊓ / dem ▭ EG. d. d. Vorg.
So werden deßwegen ihre Seiten widerkehrlich geproportionirt seyn / d. 14. 6.
nemlich AB EF :: FG. CB.
Es ist aber EF ⊓ der FG (wegen Machung deß □)
Dahero wird auch seyn AB. EF :: EF. CB.
Welches zu beweiſen ware.



Die XVIII. Vorgab. Handgriff.

Auff einer vorgegebenen geraden Lini/ eine geradtlinische Figur zu machen/ so einer andern vorgegebenen geradtlinischen Figur gleichförmig / und gleicher Weise gestölt seye.

Es ist gegeben die gerade Lini AB/ auff welcher man eine Figur/ als wie M gleichförmig/ und gleichgestölter der gegebenen Figur N machen solte.

Handgriff. Auß einem ∠ nach Gefallen / in der Figur N/ ziehe soviel gerade Linien/ als nöthig seynd in die übrige ∠; als wie hier aus dem ∠ I in die zwey ∠ F und G. So wird die Figur N in die drey △ FHI, FIG, GKI abgetheilt worden seyn.

Mache auff der Lini AB den ∠ a ∏/ dem ∠ d.
und den ∠ c ∏/ dem ∠ f. b. 23. 1.

Unterdessen werden die fortgezogenen Linien AD/ und BD nothwendig in einen Punct/ als wie hier in D/ zusammen lauffen/ und den ∠ b in dem △ ADB ∏ machen/ dem ∠ e in dem △ FIG. b. 32. 1.
Und folgends wird der △ ADB gleichförmig seyn/ dem △ FIG. b. 4. 6.

Hernach mache auff eben diese Weise auff der Lini AD/ den △ ACD gleichwincklicht dem △ FHI.
und auff BD/ den △ BED gleichwincklicht dem △ GKI.

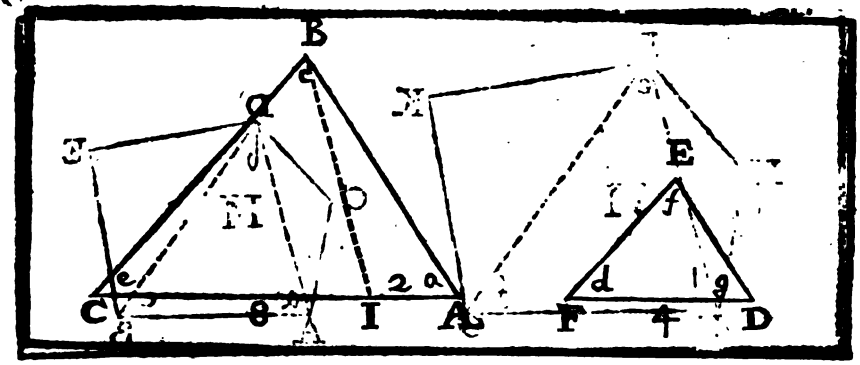
So werden beyde △ ACD/ und BED auch gleichförmig seyn/ denen zwey △ FHI/ und GKI;
Und folgends die gantze Figur M wird hierdurch gleichförmig werden / der gegebenen Figur N.

Beweiß. Alle △ der Figur M seint gleichförmig gemacht/ und gleich gestölt worden / allen △ der Figur N. Zu einem Exempel/ b. d. Hand.
Als wie der △ ADB/ ist gleichförmig gemacht worden / dem △ FIG/ und der △ ACD gleichförmig / dem △ FHI. u. s. f.

Dahero wird sich verhalten CA. AD :: HF. FI.
und AD. AB :: FI FG. b. 4. 6.
und auß einer Gleichheit CA. AB :: HF. FG. b. 22. 6.

Das ist/ die Seiten CA und AB umb den ∠ a
in der Figur M seint gleichförmig / denen gleichförmig haltnuß sagenden Seiten HF/ und FG umb den gleichen ∠ g + d in der Figur N. b. 1. def. 6.

Auff solche Beweiß-Art werden auch die übrige Seiten / und folgends die gantze Figur M gleichförmig und gleichgestölter der Figur N/ bewiesen.
Welches zu machen ware.



Die XIX. Vorgab. Betrachtung.

Gleichförmige Triangeln stehen gegen einander in zweymahliger Verhaltnuß ihrer gleichförmig-haltnuß sagenden Seiten.

Es seint gegeben die zwey gleichförmige △ ABC / und DEF. in welchen nemlich ist BA. AC :: ED. DF / und AC. CB :: DF. FE. Letztlich CB. BA :: FE. ED. und der ∠ a Π / dem ∠ g. der ∠ c Π / dem ∠ f. Letztlich der ∠ d Π / dem ∠ e.

Diesem nach saget man / daß sich der △ ABC / zu dem △ DEF in zweymahliger Verhaltnuß ihrer gleichförmig-haltnuß-sagender Seite / zu einem Exempel deren Seiten AC / und DF / verhalte.

Was aber eine zweymahlige Verhaltnuß genandt wird / und seye / ist in der 10. def. deß 5. Buchs schon außgelegt worden.

Wann dahero die Grösse AC / und DF stäts proportionirlich in drey Absätze fortgeführt werden / so wird demnach bewiesen / daß der △ ABC / zu dem △ DEF sich verhalte / gleich wie der erste Absatz zu dem dritten. Seyen zu einer Erkenterung die zwey gleichförmig-haltnuß-sagende Seiten AC voll 8 Schuhen / und DF von vier Schuhen lang gegeben. Wann man nun dieselbe in dreyen Absätze stäts proportionirlich fortführet / so wird es stehen 8. 4. 2.

Nunmehro wird in dieser Vorgab bewiesen / daß sich der △ ABC zu dem △ DEF verhalte / gleich wie 8 zu 2 (oder kürtzer) 4 zu 1.

Zubereitung.

Suche zu denen zwey Linien AC und DF die dritte proportional-Lini AI / daß es seye AC. DF :: DF. AI. d. 11. 6.

Hange I. B. zusammen.

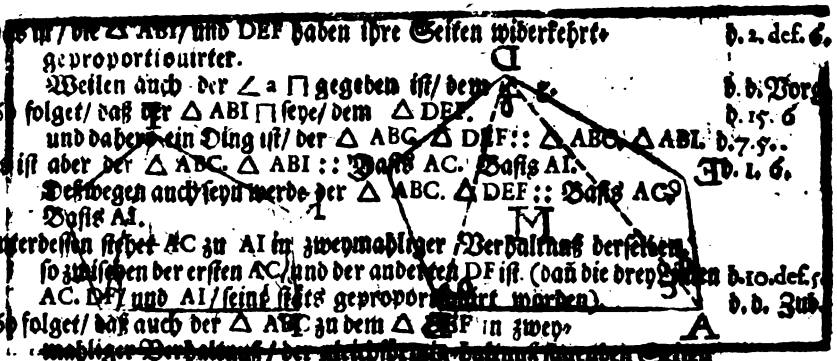
Beweiß.

Es ist gegeben BA. AC :: ED. DF. d. d. Vorg.

So wird auch durch die Verwerfung seyn BA. ED :: AC. DF. d. 6. 15.

Es ist aber gemachet worden AC. DF :: DF. AI. d. d. Zub.

Dahero wird auch seyn BA. ED :: DF. AI. d. 11. 5.



Das ist/ die △ ABI/ und DEF haben ihre Seiten widerkehrt- geproportionirter. d. 2. def. 6.

Weilen auch der ∠ a ⊓ gegeben ist/ dem [illegible] d. d. Vorg.

So folget/ daß der △ ABI ⊓ seye/ dem △ DEF. d. 15. 6

und dahero ein Ding ist/ der △ ABC. △ DEF :: △ ABC. △ ABI. d. 7. 5.

Es ist aber der △ ABC. △ ABI :: Basis AC. Basis AI. d. 1. 6.

Deßwegen auch seyn werde der △ ABC. △ DEF :: Basis AC. Basis AI.

Unterdessen stehet AC zu AI in zweymahliger Verhaltnuß derselben, so zwischen der ersten AC/ und der anderten DF ist. (dañ die drey Linien AC. DF/ und AI/ seine stets geproportionirt worden). d. 10. def. 5. d. d. Zub.

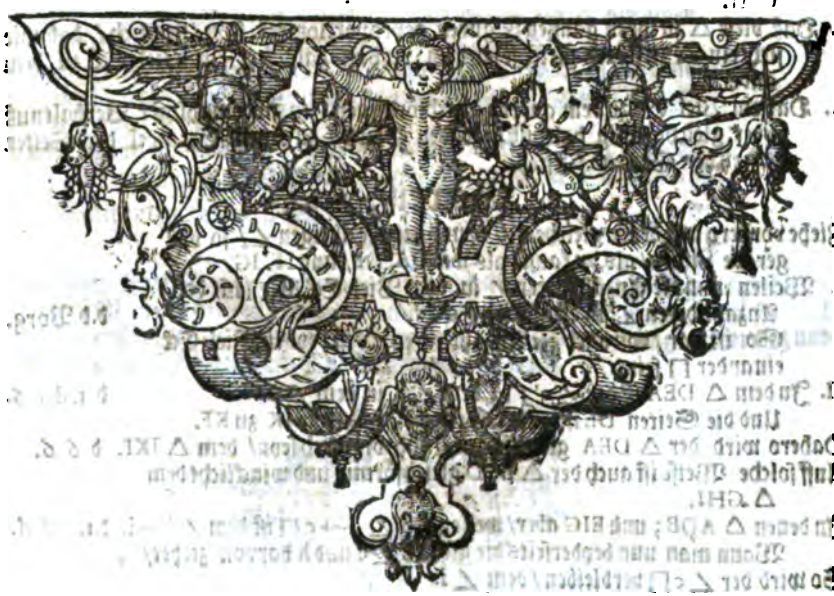
So folget/ daß auch der △ ABC zu dem △ DEF in zweymahliger Verhaltnuß/ der gleichförmig-haltnuß sagenden Seiten AC. und DF stehe.

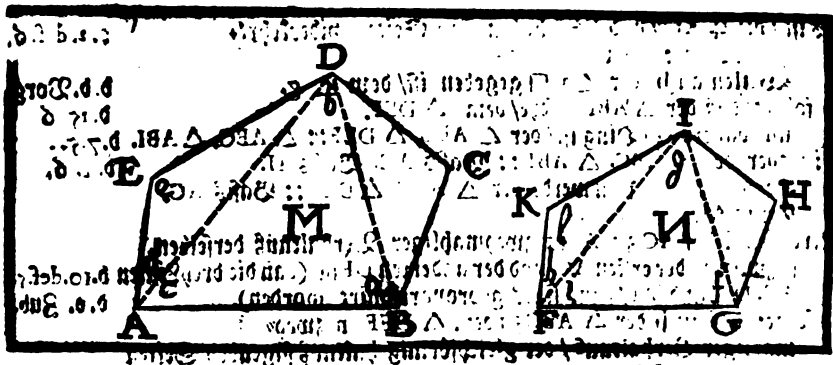
Welches zu beweisen wäre.

Folge.

Wann drey gerade Linien stets geproportionirt gegeben werden/ als wie AC. DF :: DF. AI; So seye/ gleich wie die erste Lini AC sich zu der dritten AI verhalte: also wird sich verhalten ein △ auff der ersten AC/ zu dem △/ welcher gleichförmig/ und gleicher Weise auff der anderten Lini DF ist gemacht worden.

Das ist AC. AI :: △ ABC. △ DEF.





Die XX. Vorgab. Betrachtung.

Gleichförmige Viel-Ecke werden in Triangeln von gleicher Anzahl abgetheilt/ welche unter sich gleichförmig/ und mit ihren gantzen Figuren geproportionirt seint; so stehen auch gleichförmige Viel-Eck gegen einander in zweymahliger Verhältnuß ihrer gleichförmig-haltnuß-sagenden Seiten.

Es seint gegeben die gleichförmige Viel-Ecks M/ und N. So sagt man:

1. Daß das Viel-Eck M in so viel △/ als das Viel-Eck N hat/ kan abgetheilt werden.
2. Daß ein jeder △ deß Viel-Ecks M gleichförmig seye/ einem jeden △ in dem Viel-Eck N. zu einem Exempel/ daß der △ DEA gleichförmig seye/ dem △ IKF/ und der △ ADB gleichförmig dem △ FIG/ und der △ BCD dem △ GHI.
3. Daß diese △ zu ihren gantzen Figuren geproportioniret seyn/ nemlich/ daß wie sich ein △ zu seinen gleichförmigen verhalte/ also seye ein Viel-Eck zu dem andern.
4. Daß ein Viel-Eck zu dem andern gleichförmigen/ in zweymahliger Verhaltnuß ihrer gleichförmig haltnuß sagenden Seiten/ zu einem Exempel der Seiten AB zu der Seiten FG/ stehe.

Beweiß.

Ziehe vorhero auß denen gleichen ∠ D und I in die übrigen ∠/ so viel gerade Linien/ als du kanst/ als wie DA. DB/ und IF. IG.

I. Weilen nun die Anzahl deren ∠ in dem Viel-Eck M. ∏ ist/ der Anzahl deren ∠ in dem Viel-Eck N. d. d. Vorg.
So ist klar/ daß auch die Anzahl deren △ in beyden Viel-Eck einander ∏ seint.

II. In dem △ DEA ist der ∠ e ∏/ dem ∠ l. in dem △ IKF. d. 1. def. 6.
Und die Seiten DE ist zu der Seiten EA/ als wie IK. zu KF.

Dahero wird der △ DEA gleichförmig/ und winclich seyn/ dem △ IKF. d. 6. 6.

Auff solche Weise ist auch der △ BCD gleichförmig und winclicht dem △ GHI.

In denen △ ADB; und FIG aber/ weilen der ∠ d + c ∏ ist dem ∠ h + i. d. 1. def. 6.
Wann man nun beyderseits die gleiche ∠ d und h darvon ziehet/
So wird der ∠ c ∏ verbleiben/ dem ∠ i.

Auff ſolche Weiſe wird auch der ∠ a ∏ ſeyn/ dem ∠ f.
Worauß man ſchlieſſet/ daß auch letztlich die zwey △ ADB/ und FIG gleichwincklicht/ und folgends auch gleichförmig einander ſeint. d. 32. Cor. 1. d. 4. 6.

III. Weilen der △ DEA gleichformig iſt/ dem △ IKF. d. d. Vorg.
ſo wird der △ DEA zu dem △ IKF in zweymahliger Verhaltnuß ihrer gleichförmig-haltnuß-ſagenden ſeite/ nemlich EA zu KF. ſtehen. d. 19. 6.

Unterdeſſen iſt EA AB :: KF FG. d. d. Vorg.
und durch die Verwexlung EA. KF :: AB. FG. d. 16. 5.

Deßwegen iſt die zweymahlige Verhaltnuß EA zu KF/ und AB zu GF einerley/
und iſt folgends der △ DEA/ zu dem △ IKF auch in zweymahliger Verhaltnuß der Seiten AB/ zu der Seiten FG.

Auß den vorgehenden iſt auch der △ ADB gleichförmig dem △ FIG.
Darumb auch der △ ADB zu dem △ FIG in zweymahliger Verhaltnuß derſelben Seiten AB zu FG ſeyn werde. d. 19. 6.

Und ſchließlich wird ſeyn der △ DEA. △ IKF :: △ ADB. △ FIG.

Auff ſolche Weiſe iſt erſtlich der △ BCD zu dem △ GHI/ gleich wie der △ ADB/ zu dem △ FIG; oder der △ DEA zu dem △ IKF/ auch
In zweymahliger Verhaltnuß derer Seiten AB zu FG.

Haben alſo alle vorgehende △ zu ihren nachgehenden △ einerley Verhaltnuß.
Und deßwegen wird ſeyn/ daß/ gleich wie ein △ deß Viel-Ecks M ſich zu ſeinen gleichformigen △ in dem Viel-Eck N. verhaltet:
alſo verhalten ſich alle △ ſammentlich deß einen Viel-Ecks zu allen △ ſammentlich andern Viel-Ecks/ das iſt/ als wie das gantze Viel-Eck M zu dem gantzen Viel-Eck N. d. 12. 5.

IV. Nachdeme bewieſen worden iſt/ daß ſich das eine Viel-Eck M. zu dem andern Viel-Eck N verhalte/ gleich wie ein △ deß einen Viel-Ecks/ zu dem gleichförmigen △ deß andern.

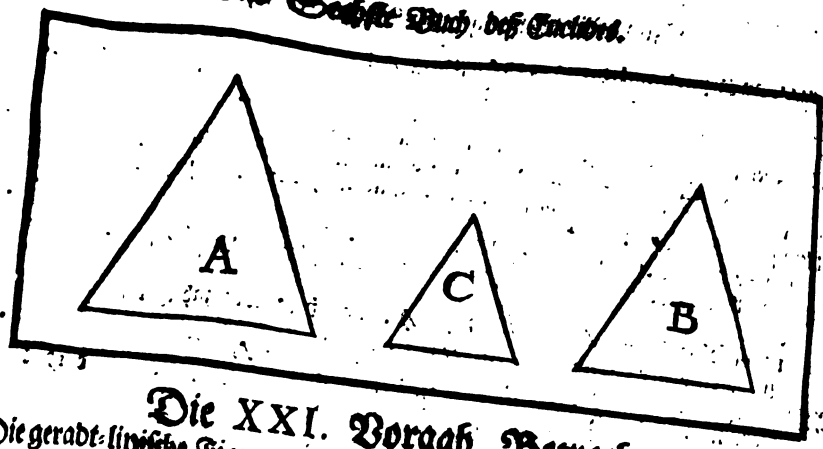
Entzwiſchen aber ein jeder △ zu ſeinem gleichförmigen △ in zweymahliger Verhaltnuß der Seiten AB zu der Seiten FG zu ſeyn iſt bewieſen worden.

So wird endlich geſchloſſen/ daß auch das Viel-Eck M zu dem Viel-Eck N in zweymahliger Verhaltnuß der Seiten AB zu der Seiten FG iſt.

Welches zu beweiſen ware.

Folge.

Wann drey gerade Linien ſtets geproportionirt ſeint/ ſo ſeye/ gleich wie ſich die erſte Lini zu der dritten verhalte/ alſo verhalten ſich die Figur/ welche auff der erſten Lini iſt beſchrieben worden/ zu der Figur/ welche gleichformig und geſtalter auff der andern Lini iſt gemacht worden.



Die XXI. Vorgab. Betrachtung.

Die geradt-linische Figuren/ welche einer andern geradt-linischen Figur gleichförmig seint; die seint auch unter einander gleichförmig.

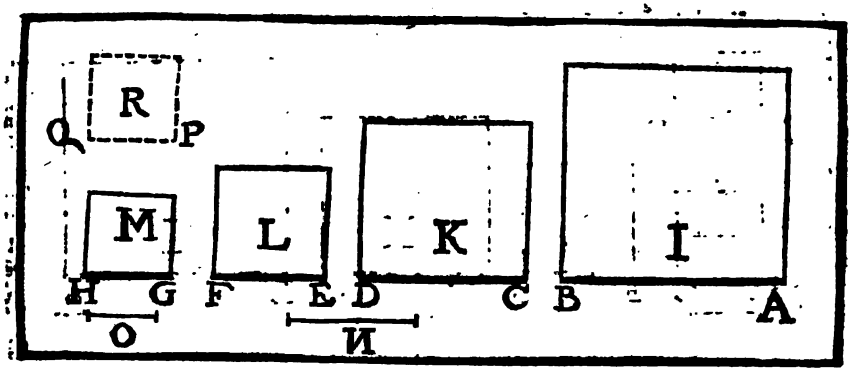
Es seint gegeben die Figuren A/ und B beyde gleichförmig der Figur C.

Diesem nach saget man/ daß die Figur A und B auch einander gleichförmig seint.

Beweiß.

Weilen die Figur A gleichförmig ist/ der Figur C.
So werden die ∠ der Figur A ⊓ seyn/ denen ∠ der Figur C. d. d. Vorg.
Jmgleichen/ weilen die Figur B gleichförmig ist der Figur C. d. 1. def. 6.
So werden die Winckel der Figur B ⊓ seyn/ denen ∠ der Figur C.
Und folgends die ∠ der Figur A ⊓/ denen ∠ der Figur B.
Ferner indeme die Figur A gleichförmig ist der Figur C.
So werden die Seiten umb denen ∠ der Figur A geproportionirt seyn/ denen Seiten umb denen gleichen ∠ der Figur C. d. 1. ax. 1.
Auff solche Weise/ weilen die Figur B gleichförmig ist/ der Figur C. d. 1. def. 6.
So werden die Seiten umb denen ∠ der Figur A geproportionirt seyn/ denen Seiten umb denen gleichen ∠ der Figur C.
Und folgends die Seiten umb denen ∠ der Figur A geproportionirt/ denen Seiten/ umb denen Winckeln der Figur B.
Dahero ist die Figur A gleichförmig der Figur B.
und folgends alle drey Figuren A. B. C. einander gleichförmig. d. 1. def. 6. d. 1. ax. 1.

Welches zu beweisen ware.



Die XXII. Vorgab. Betrachtung.

Wann vier Linien geproportionirt seynd/ und auff solchen gleichförmige/ und gleichgestellte Figuren gemacht werden. So werden auch solche geproportionirt seyn: und wann auff vier Linien gleichformige geradtlinische Figuren gemacht seint/ so werden solche vier Linien geproportionirt seyn.

Es seint gegeben die vier geproportionirte Linien / nemlich AB. CD :: EF. GH. Diesem nach saget man/ daß/ wann vier gleichförmige / und gleichgestellte Figuren / gleich wie I. K. L. M darauff gemacht werden/ auch solche geproportionirt seyn. I. K :: L. M.

Zubereitung.

Mache AB. CD :: CD. N/ und E. F. G. H :: GH. O. } d. 11. 6.
Daß also seynd AB. CD :: EF. GH/ und CD. N :: GH. O. }
So wird auch dergleichen seyn AB. N :: EF. O. hiernach d. 22. 5.

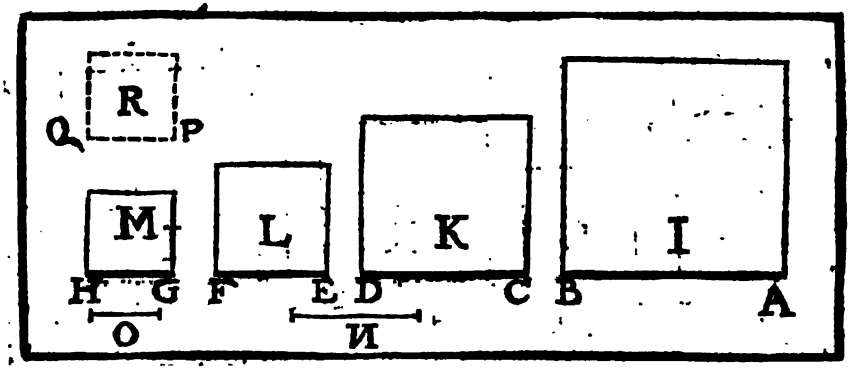
Beweiß.

Weilen gemacht ist AB. CD :: CD. N.
So ist/ als wie die erste AB/ zu der dritten N :: die Figur I zu der Figur K. d 20. Cor. 6.
Weilen abermahlen gemacht ist EF. GH :: GH. O.
So ist auch / als wie die erste EF. zu der dritten O :: die Figur L. zu der M.

Unterdessen ist AB. N :: EF. O. } d. d. Vorg. und Zub. d. 11. 5.
Dahero seyn werde die Figur IK :: LM.
Welches das erste zu beweisen ware.

II.

Wann entgegen auff denen gegebenen geraden Linien AB. CD. EF. und GH. die vier darauff gleichförmig- und gleichgestellte Figuren I K. L. M. einander geproportionirt seint: so saget man/ daß also auch solche vier Linien geproportionirt seynd/ nemlich AB. CD :: EF. GH.



Zubereitung.

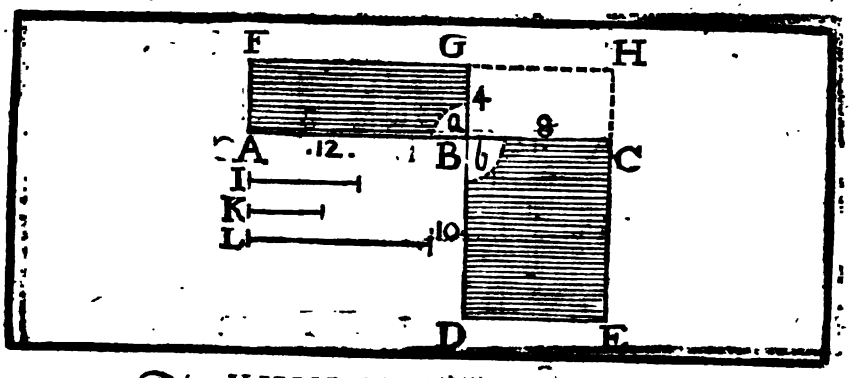
Mache AB. CD :: EF. PQ. d. 12. 6.
Schreibe auff PQ die Figur R gleichförmig / und gleichgestellter der Figur L / welche auch deßwegen der Figur M gleichförmig und gestellter seyn werde. Alsdann d. 21. 6.

Beweiß.

Weilen die vier Linien AB. CD. EF. PQ geproportionirt seynd
So wird durch das vorgehende seyn IK :: L. R.
Es verhaltet sich aber I. K :: L. M. d. d. Vorg.
Dahero wird seyn L. R :: L. M. d. 11. 5.
und folgends wird R. ∏ seyn der M. d. 9. 5.
Wegen der Gleichförmigkeit aber und Gleichstellung deren Figuren R und M werde auch nothwendig die Lini PQ ∏ seyn müssen / der Lini GH.
und deßwegen seyn EF. PQ :: EF. GH. d. 7. 5.
Unterdessen ist AB. CD :: EF. PQ. d. d. Zub.
Dahero wird auch seyn AB. CD :: EF. GH. d. 11. 5.
Welches zu beweisen ware.

Anmerckung.

Man mag auff denen ersten zwo geproportionirten Linien AB / und CD gantz eine andere Gattung von Figuren / als auff denen zwey letztern geproportionirten Linien EF / und GH stellen ; allein ist diß hierinnen zu beobachten / daß die zwey erste Figuren einander gleichförmig und gleich-gestellter seynd / gleich wie auch die zwey letztere Figuren einander gleichförmig / und gleichgestellter seyn müssen. Zu einem Exempel / es können auff AB / und CD zwey △ / auff denen EF / und GH zwey □ gemacht werden / und so fort: Der Beweiß hernach ist gleich dem Vorgehenden in dieser Vorgab.



Die XXIII. Vorgäh. Betrachtung.

Gleichwincklichte Parallelogrammen halten sich gegen einander in zusammengesetzter Verhaltnuß ihrer Seiten.

Es seint gegeben die zwey gleichwincklichte ▭ AG / und BE. Diesem nach saget man / daß das ▭ AG / zu dem ▭ BE in zusammengesetzter Verhaltnuß stehen / ihrer Seiten AB zu BC / und BG zu BD / oder AB zu BD / und GB zu BC / welche und die gleichen ∠ a / und b seint; Mercke hiebey / daß die zwey vorgehende in dem einen / und die zwey nachgehende in dem andern ▭ sich einfinden müssen. Also wird seyn

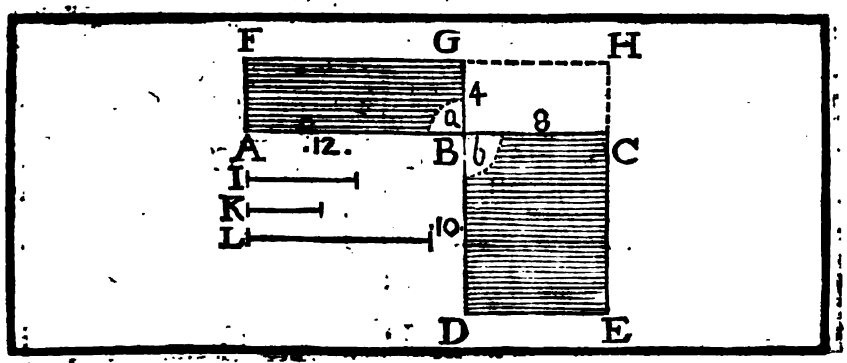
$$\frac{AB}{BC}\cdot\frac{GB}{BD} :: \square AG. \square BE.$$

$$\frac{AB}{BD}\cdot\frac{GB}{BC} :: \square AG. \square BE.$$

Was unterdessen eine zusammengesetzte Verhaltnuß genandt wird / und seye / ist schon in der 5. Wort-Erklärung dieses Buchs außgelegt worden: Seye demnach zu besserer Verständnuß gegeben / daß erstlich die zwey ▭ rechtwincklicht / und hernach die Seiten AB von 12 / und BG von 4. die Seiten BC aber von 8 / und BD von 10 Schuhe lang seyen / so ist klar / daß die Grösse der Verhaltnuß / oder der Nenner der Seiten AB 12 zu der Seiten BC 8 ($1\frac{1}{2}$); und BG 4 / zu BD 10 ($\frac{2}{5}$) seye.

Wann dann diese zwey Nenner / oder Grösse deren Verhaltnusse $1\frac{1}{2}$ und $\frac{2}{5}$ / einer durch den andern ordentlich vermehret wird / so krieget man letztlich eine neue Grösse / oder Nenner der Verhaltnuß $\frac{3}{5}$ / das ist / unten ein- und zwey drittheil übertheilend / welche die zusammen gesetzte Verhaltnuß der Seiten ist / und wird demnach seyn / als wie 3 zu 5 :: ▭ AG. ▭ BE / nemlich das ▭ AG ist in unten ein- und zwey-drittheil-übertheilender Verhaltnuß gegen dem ▭ BE. Wird Kürtze halber also geschrieben:

$$\frac{AB.}{BC}\,\frac{GB}{BD} :: \square AG. \square BE. \text{ oder so ein Ding } \frac{AB.}{BD}\,\frac{GB}{BC} :: \square AG. \square BE.$$



Zubereitung.

Stosse beyde □ AG/ und BE solcher gestalt zusammen/ daß ABC eine gerade Lini seye/ und die gleiche ∠ a/ und b gegen einander über zu stehen kommen.

Verlängere FG/ und EC/ biß sie in einem Punct/ als wie in H. zusammen lauffen; und das □ BH gestalten.

Hernach/ weilen die Seiten AB/ zu BC/ und GB zu BD nicht stets nacheinander gesetzte Grösse seint; so mache/ wie es in der Außlegung über die 5. Wort-Erklärung dieses Buchs ist gelehret worden/ daß nemlich andere Grösse an statt deren AB zu BC/ und GB zu BD stets nach einander gehendt/ welche dieselbe Verhaltnuß haben/ gesucht werden. das ist/

Man nehme nach Gefallen die gerade Lini I. und mache
AB zu BC :: I. zu einer andern/ nemlich zu K. d. 12. 6.

Abermahlen mache GB. BD :: K. L. nunmehro.

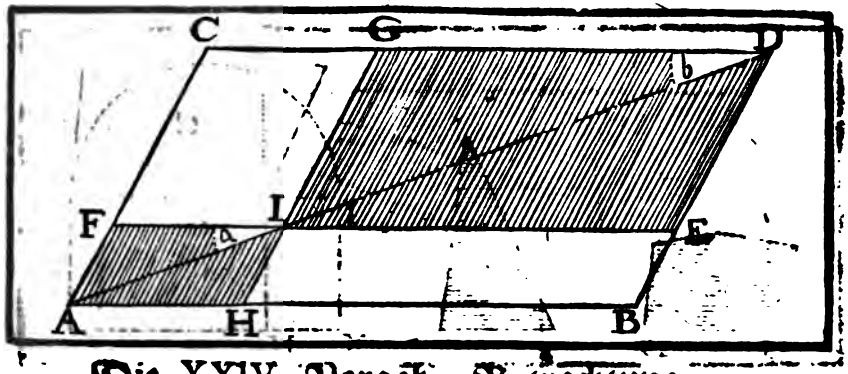
Beweiß.

Als wie sich verhaltet AB zu BC :: □ AG. □ BH. d. 1. 6.
Es ist aber gemacht worden AB. BC :: I. K. d. d. Zub.
Dahero wie sich auch verhaltet I. K :: □ AG. □ BH.
Wiederumb/ als wie ist GB. BD :: □ BH. □ BE. d. 1. 6.
Es ist auch gemacht worden GB. BD :: K L. d. d. Zub.
Folget/ daß auch seye K. L :: □ BE. □ BH.
Weilen dann ist I. K :: □ AG. □ BH.
und K. L :: □ BE. □ BH.
So ist durch die Gleichheit I. L :: □ AG. □ BE. d. 22. 5.
Unterdessen ist I zu L auß denen Grösse deren Verhaltnussen I zu K/ und K zu L/ (welche gleichförmig seint denen Verhaltnüsse AB/ zu BC/ und GB zu BD) zusammen gesetzt. { d. d. Zub. / uñ 5. def. 6.

Folget letztlich/ daß auch die Grösse/ oder Nenner die Verhaltnuß deß □ AG zu dem □ BE zusamen gesetzt seye/ auß denen Grösse oder Nenner deren Verhaltnusse deren Seiten AB zu BC/ und GB zu BD. Und dahero seye.

als wie $\frac{AB}{BC} \cdot \frac{GB}{BD}$ :: □ AG. □ BE. u. s. f.

Welches zu beweisen ware.



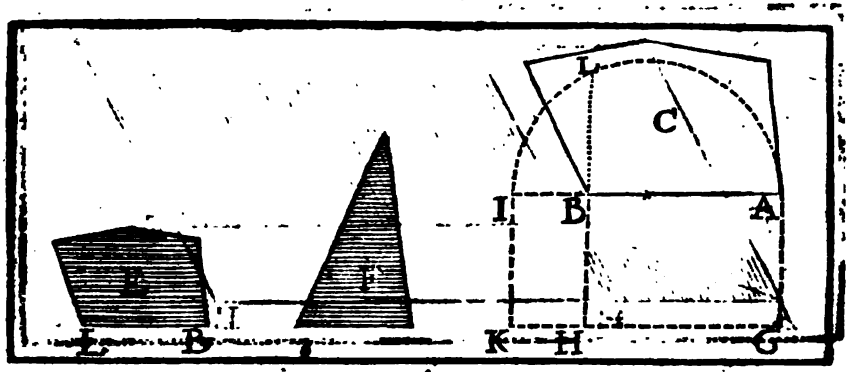
Die XXIV. Vorgab. Betrachtung.

In einem jeden Parallelogram ſeint die Parallelogrammen / welche umb den Diameter ſtehen / dem gantzen und auch unter ſich ſelbſten einander gleichförmig.

Es iſt gegeben das ▭ ABCD / in welchem der Diameter AD / auß deſſen Punct als wie I / ſo darauff nach Gefallen genommen iſt / ſeynd die zwey gerade Linien EIF / und GIH = / denen Seiten AHB / und CEA gezogen / und hierdurch die zwey ▭ AI / und ID / ſo umb den Diameter AD ſtehen / geſtaltet worden; Dieſem nach ſaget man / daß dieſe zwey ▭ AI / und ID nicht allein dem gantzen ▭ ABCD / ſondern auch unter ſich ſelbſt gleichförmig ſeint.

Beweiß.

Weilen in dem △ CDA / die GI = iſt / der CA. — d. d. Vorg.
ſo wird ſeyn DG. GC :: DI. IA. — d. 2. 6.
Und durch die Zuſammenſetzung DG + GC. GC :: DI + IA. IA. — d. 18. 5.
Und durch die Verwerflung DG + GC. DI + IA :: GC. IA. — d. 16. 5.
GC iſt aber ∏ / der IF / wegen der gleichen = CF GI. — d. 23. 1.
Dahero wird mit einem Wort ſeyn DC. DA :: IF. IA. — d. 14. ax. 1.
unterdeſſen iſt der ∠ b ∏ dem ∠ a (der äuſſere / dem innern). — d. 29. 1.
Folget deßwegen / daß der △ CDA gleichförmig ſeye / dem △ FIA. — d. 6. 6.
Abermahlen wird es ſeyn in dem △ CDA wegen der = GI. CA. — und 4. 6.
DG. GC :: DI IA. — d. 2. 6.
Und durch die Verkehrung GG. GD :: AI. ID. — d. 4. 5.
und durch die Zuſammenſetzung CG + GD. GD :: AI + ID. ID. — d. 18. 5.
Und durch die Verwerflung CG + GD. AI + ID :: GD. ID, — d. 16. 5.
(das iſt mit einem Wort DC. DA :: DG. DI.) — d. 14. ax. 1.
Unterdeſſen iſt der ∠ b beyden △ CDA / und GDI gemein.
Dahero ſeynd beyde △ CDA / und GDI einander / und letzlich alle drey △ CDA. FIA. GDI unter ſich gleichförmig. — d. 6. 6. und 4. 6. d. 11. 5.
Es ſeint aber die △ CDA. FIA. GDI. gerad die Helffte deren ▭ AD. AI. ID. — d. 34. 1.
Darumb auch die ▭ AD AI. ID. einander gleichförmig ſeyn werden. — d. 15. 5.
Welches zu beweiſen ware.



Die XXV. Vorgab. Handgriff.

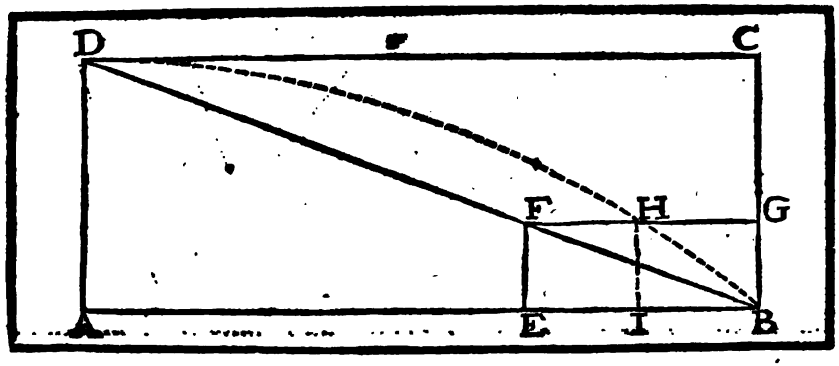
Einer vorgegebener geradtliniſchen Figur (C) eine andere gleichförmige und gleichgeſtellte Figur (E) zu machen/ welche gleich groß ſeye einer andern vorgegebener geradtliniſchen Figur (F).

Handgriff.

Mache auff einer Seiten/ als wie auff AB der Figur C/ das ▭ AH ┐ d. 45. 1
der vorgegebenen Figur C: und an der Seiten BH in der geradten Lini d. 44. 1
AB fort/ mache ▭ BK ┌ der Figur F.
Suche zwiſchen AB/ und BI/ die mittlere Proportional-Lini BL. d. 13. 6
Nehme BL/ und mache darauff die Figur E gleichförmig/ und d. 18. 6.
gleichgeſtellter der Figur C/ welches das erſte iſt/ ſo man verlanget; hernach beweiſet man/ daß auch E und F gleichen Inhalt haben.

Beweiß.

Die Linien AB. BL. BI. ſeint ſtets geproportionirt/ d. d. Hand.
Dahero wie die erſte Lini AB ſich zu der dritten BI verhalten d. 20. Cor. 6.
Alſo iſt die Figur C auff der erſten Lini/ zu der Figur E/
welche auff der anderten BL iſt gemacht worden.
Das iſt/ es werde ſeyn AB. BI :: C. E.
Es iſt aber AB. BI :: ▭ AH (oder die gleichgroſſe Figur C) } d. 1. 6.
Zu dem ▭ BK (oder der gleich groſſen Figur F.) } und Hand.
Das iſt AB. BI :: C. F.
Dahero wird auch ſeyn C. E :: C. F d. 11. 5.
Und volgends wird die Figur E ┐ ſeyn/ der Figur F. d. 9. 5.
Welches zu machen ware.



Die XXVI. Vorgab. Betrachtung.

Wann von einem Parallelogram / ein anders gleichformiges / und gleichgeſtelltes abgezogen wird / welches einen gemeinen Winckel mit dem erſten hat / ſo wird ein ſolches abgezogenes Parallelogram völlig umb den Diameter ſtehen.

Es iſt gegeben / daß man von dem ▭ ABCD das ▭ EG (ſo ihme gleichförmig / und gleichgeſtellter ware / und den ∠ EBG mit einander gemein hatten) abgezogen habe: Dieſem nach ſaget man / daß das ▭ EG umb den Diameter deß gantzen ▭ AC ſtehe. Das iſt / wann man eine gerade Lini auß D in B ziehe / auch durch den Punct F gehe.

Beweiß.

Wann es nicht geglaubt / ſondern vorgebracht wird / daß eine ſolche Lini durch einen andern / als den Punct F / gehe (ſo ſeye / wann es möglich iſt) daß ſie durch den Punct H gehe / gleich wie DHB.

Ziehe darauff die Lini HI — / der Lini CB :: ſo wird alſo dieſes ▭ IG umb den Diameter deß ▭ AC ſtehen müſſen.

Und wegen deß gemeinen Wincels IBG / das ▭ IG gleichförmig ſeyn / dem ▭ AC. d. 24. 6.

Das iſt / es ſolte ſich verhalten BG. GH :: BC. CD. d. 1. def. 6.

Es verhaltet ſich aber BG. GF :: BC. CD.

(dann das ▭ EG iſt gleichförmig gemacht worden dem ▭ AC) d. d. Vorg.

Darumb wird ſich verhalten müſſen BG. GH :: BG. GF. d. 11. 5.

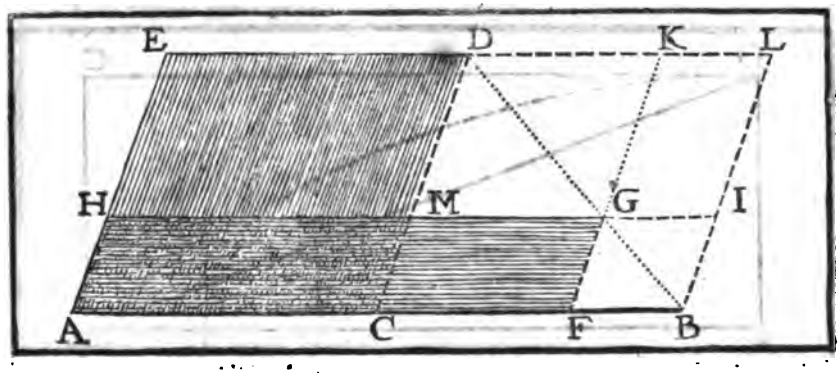
und deßwegen muß GH ⊓ ſeyn / der GF. d. 9. 5.

Ein Theil ſeinem gantzen / ſo ungereimt iſt.

Woraus man ſchlieſſet / daß eine gerade Lini / ſo auß dem Punct D in B gezogen wird / bloß durch den Punct F. und nicht anderwertig durchgehe.

Und folgends / daß das ▭ EG völlig umb den Diameter DFB deß ▭ AC ſtehen müſſe.

Welches zu beweiſen ware.



Die XXVII. Vorgab. Betrachtung.

Unter allen Parallelogrammen / welche auff einer geraden Lini geſtellt werden / und ihre Abgänge gleichförmig und gleich geſtölter haben dem Abgang / ſo auff der geraden Lini iſt beſchrieben worden / iſt das gröſte / welches auff der andern Helffte der geraden Lini / gleichförmig ihrem Abgang iſt geſtölt worden.

Es iſt gegeben das abgehende ▭ AD / welches auff der Helffte der Lini AB iſt geſtölt worden / nemlich auff AC / deſſen Abgang aber (nach der 6. def. 6.) ſeyn werde das ▭ CL / welches auff der andern Helffte der Lini AB / nemlich auff CB / iſt beſchrieben worden. Es iſt auch gegeben / daß / nach Gefallen gemachte ▭ AG / welches auff dem ungleichen Theil AF der Lini AB iſt geſtölt worden / und ſeinen Abgang FI gleichförmig / und gleichgeſtölter dem Abgang CL. hat. Dieſem nach ſaget man / daß das ▭ AD ⌐ ſeye / als das ▭ AG. u. ſ. f.

Zubereitung.

Ziehe den Diameter DB / welcher auch nothwendig durch das ▭ FI gehen werde (dann beyde ▭ CL / und FI einander gleichförmig / und gleich geſtölter gegeben werden) d. 26. 6.

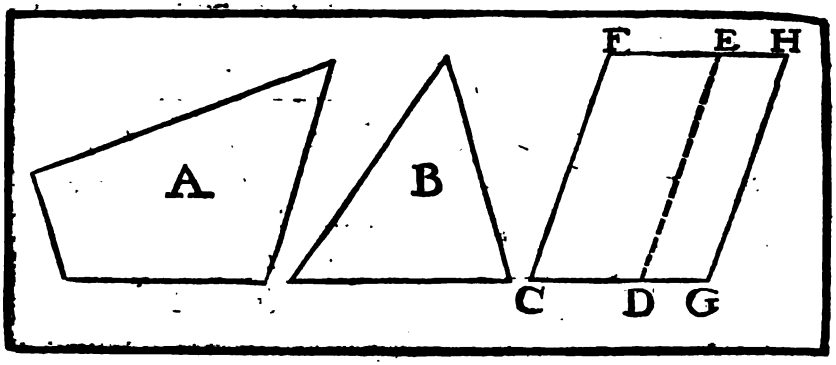
Hernach verlängere FG biß in K.

Beweiß.

In dem ▭ CL iſt das ▭ CG ⊓ / dem ▭ GL. d. 43. 1.

Wann man das gemeine ▭ FI beyderſeits hinzu ſetzet.

So wird das ▭ CI ⊓ ſeyn / dem ▭ FL.

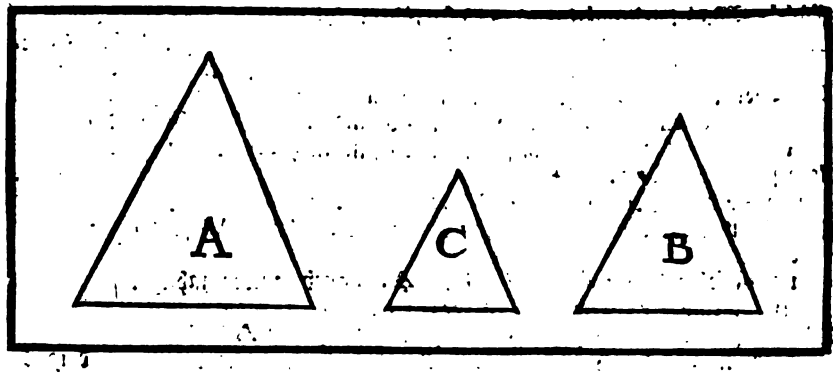


Das ▭ CI aber/ iſt ⊓/ dem ▭ AM. d. 36. I.
Dahero iſt auch das ▭ AM ⊓/ dem ▭ FL.
Setze abermahlen hinzu das gemeine ▭ CG.
So iſt das ▭ AG ⊓/ dem Winckelhacken CGL.
Unterdeſſen iſt klar/ daß das gantze ▭ CL ⌜ ſeye/ als
der Winckelhacken CGL/ oder das gleiche ▭ AG.
Folget/ daß auch das ▭ AD (welches ⊓ iſt/ dem ▭ CL). d. 36. I.
⌜ ſeye/ als das ▭ AG.
Welches zu beweiſen ware.

Hülffe. (Lemma.)

Den Unterſcheidt zwiſchen zwey geradtliniſchen Figuren zu erfahren/ umb welchem eine die andere übertreffe/ oder gröſſer ſeye.

Es ſeynd gegeben die Figuren A und B/ unter welchen A die gröſſere/ und B die kleinere iſt. Dieſem nach verlanget man/ umb wie viel die gröſſere A/ die kleinere B übertreffe.
Mache das ▭ CH ⊓/ der Figur A. d. 45. I.
Hernach auff der Seiten FC/ und in gleichen Winckeln
mache das ▭ CE ⊓/ der Figur B. d. 43. I.
So iſt klar/ daß das ▭ DH der Unterſcheid ſeye/
umb welchen die Figur A ⌜ iſt/ als die Figur B.



Die XXI. Vorgab. Betrachtung.

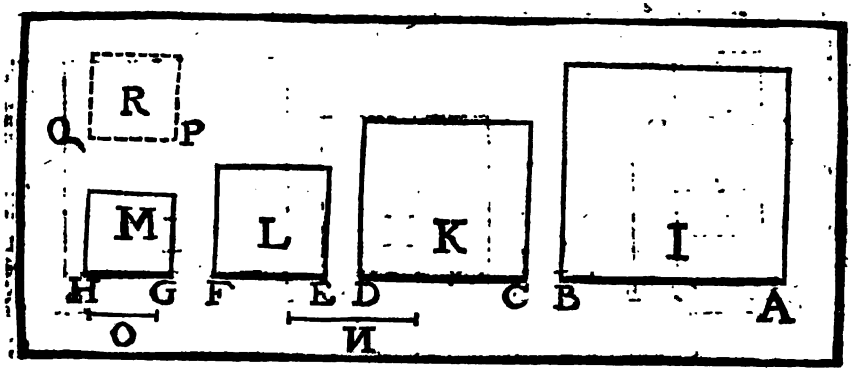
Die geradt-liniſche Figuren/ welche einer andern geradt-liniſchen Figur gleichförmig ſeint; die ſeint auch unter einander gleichförmig.

Es ſeint gegeben die Figuren A/ und B beyde gleichförmig der Figur C.
Dieſem nach ſaget man/ daß die Figur A und B auch einander gleichförmig ſeint.

Beweiß.

Weilen die Figur A gleichförmig iſt/ der Figur C. d. d. Vorg.
So werden die ∠ der Figur A ∏ ſeyn/ denen ∠ der Figur C. d. 1. def. 6.
Jmgleichen/ weilen die Figur B gleichförmig iſt der Figur C.
So werden die Winckel der Figur B ∏ ſeyn/ denen ∠ der Figur C.
Und folgends die ∠ der Figur A ∏/ denen ∠ der Figur B. d. 1. ax. 1.
Ferner indeme die Figur A gleichförmig iſt der Figur C.
So werden die Seiten umb denen ∠ der Figur A geproportionirt ſeyn/ denen Seiten umb denen gleichen ∠ der Figur C. d. 1. def. 6.
Auff ſolche Weiſe/ weilen die Figur B gleichförmig iſt/ der Figur C.
So werden die Seiten umb denen ∠ der Figur A geproportionirt ſeyn/ denen Seiten umb denen gleichen ∠ der Figur C.
Und folgends die Seiten umb denen ∠ der Figur A geproportionirt/ denen Seiten/ umb denen Winckeln der Figur B.
Dahero iſt die Figur A gleichförmig der Figur B. d. 1. def. 6.
und folgends alle drey Figuren A. B. C. einander gleichförmig. d. 1. ax. 1.

Welches zu beweiſen ware.



Die XXII. Vorgab. Betrachtung.

Wann vier Linien geproportionirt ſeynd/ und auff ſolchen gleichförmige/ und gleichgeſtellte Figuren gemacht werden. So werden auch ſolche geproportionirt ſeyn: und wann auff vier Linien gleichförmige geradtliniſche Figuren gemacht ſeint/ ſo werden ſolche vier Linien geproportionirt ſeyn.

Es ſeint gegeben die vier geproportionirte Linien / nemlich AB. CD. EF. GH. Dieſem nach ſaget man/daß/ wann vier gleichförmige / und gleichgeſtellte Figuren / gleich wie I. K. L. M darauff gemacht werden/ auch ſolche geproportionirt ſeyn. I. K :: L. M.

Zubereitung.

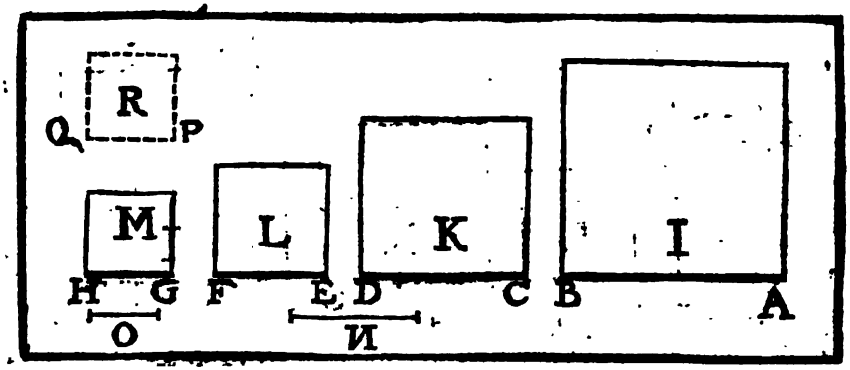
Mache AB. CD :: CD. N/ und E. F. G. H :: GH. O.
Daß alſo ſeynd AB. CD :: EF. GH/ und CD. N :: GH. O. } d. 11. 6.
So wird auch dergleichen ſeyn AB. N :: EF. O. hiernach d. 22. 5.

Beweiß.

Weilen gemacht iſt AB. CD :: CD. N.
So iſt/ als wie die erſte AB/ zu der dritten N :: die Figur I zu der Figur K. d 20. Cor. 6.
Weilen abermahlen gemacht iſt EF. GH :: GH. O.
So iſt auch / als wie die erſte EF. zu der dritten O :: die Figur L zu der M.
Unterdeſſen iſt AB. N :: EF. O. } d. d. Vorg. und Zub. d. 11. 5.
Dahero ſeyn werde die Figur IK :: LM.
Welches das erſte zu beweiſen ware.

II.

Wann entgegen auff denen gegebenen geraden Linien AB. CD. EF. und GH. die vier darauff gleichförmig- und gleichgeſtellte Figuren I K. L. M. einander geproportionirt ſeint: ſo ſaget man/daß alſo auch ſolche vier Linien geproportionirt ſeynd/ nemlich AB. CD :: EF. GH.



Zubereitung.

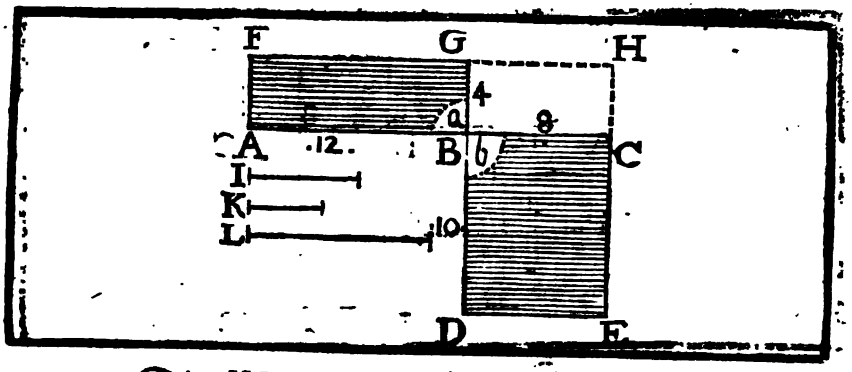
Mache AB. CD :: EF. PQ. d. 12. 6.
Schreibe auff PQ die Figur R gleichförmig / und gleichgestellter der Figur L / welche auch deßwegen der Figur M gleichförmig und gestellter seyn werde. Alsdann d. 21. 6.

Beweiß.

Weilen die vier Linien AB. CD. EF. PQ. geproportionirt seynd
So wird durch das vorgehende seyn IK :: L. R.
Es verhaltet sich aber I. K :: L. M. d. d. Vorg.
Dahero wird seyn L. R :: L. M. d. 11. 5.
und folgends wird R. ∏ seyn der M. d. 9. 5.
Wegen der Gleichförmigkeit aber und Gleichstellung deren Figuren R und M werde auch nothwendig die Lini PQ ∏ seyn müssen / der Lini GH.
und deßwegen seyn EF. PQ :: EF. GH. d. 7. 5.
Unterdessen ist AB. CD :: EF. PQ. d. d. Zuv.
Dahero wird auch seyn AB. CD :: EF. GH. d. 11. 5.
Welches zu beweisen ware.

Anmerckung.

Man mag auff denen ersten zwo geproportionirten Linien AB / und CD gantz eine andere Gattung von Figuren / als auff denen zwey letztern geproportionirten Linien EF / und GH stellen ; allein ist diß hierinnen zu beobachten / daß die zwey erste Figuren einander gleichförmig und gleich-gestellter seynd / gleich wie auch die zwey letztere Figuren einander gleichförmig / und gleichgestellter seyn müssen. Zu einem Exempel / es können auff AB / und CD zwey △ / auff denen EF / und GH zwey □ gemacht werden / und so fort: Der Beweiß hernach ist gleich dem Vorgehenden in dieser Vorgab.



Die XXIII. Vorgab. Betrachtung.

Gleichwincklichte Parallelogrammen halten sich gegen einander in zusammengesetzter Verhaltnuß ihrer Seiten.

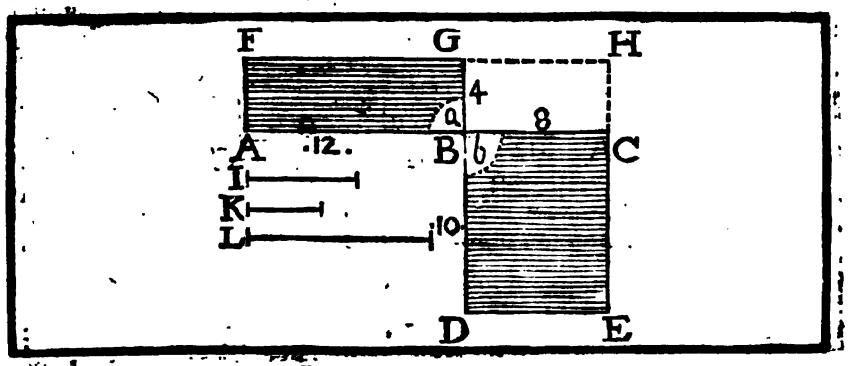
Es seint gegeben die zwey gleichwincklichte ▭ AG / und BE. Diesem nach saget man / daß das ▭ AG / zu dem ▭ BE in zusammengesetzter Verhaltnuß stehen / ihrer Seiten AB zu BC / und BG zu BD / oder AB zu BD / und GB zu BC / welche und die gleichen ∠ a / und b seint; Mercke hiebey / daß die zwey vorgehende in dem einen / und die zwey nachgehende in dem andern ▭ sich einfinden müssen. Also wird seyn

$$\frac{AB}{BC}\cdot\frac{GB}{BD} :: \square AG. \square BE.$$
$$\frac{AB}{BD}\cdot\frac{GB}{BC}$$

Was unterdessen eine zusammengesetzte Verhaltnuß genandt wird / und seye / ist schon in der 5. Wort-Erklärung dieses Buchs ausgelegt worden: Seye demnach zu besserer Verständnuß gegeben / daß erstlich die zwey ▭ rechtwincklicht / und hernach die Seiten AB von 12 / und BG von 4. die Seiten BC aber von 8 / und BD von 10 Schuhe lang seyen / so ist klar / daß die Grösse der Verhaltnuß / oder der Nenner der Seiten AB 12 zu der Seiten BC 8 ($1\frac{1}{2}$); und BG 4 / zu BD 10 ($\frac{2}{5}$) seye.

Wann dann diese zwey Nenner / oder Grösse deren Verhaltnusse $1\frac{1}{2}$ und $\frac{2}{5}$ / einer durch den andern ordentlich vermehret wird / so krieget man letztlich eine neue Grösse / oder Nenner der Verhaltnuß $\frac{3}{5}$ / das ist / unten ein- und zwey drittheil übertheilend / welche die zusammen gesetzte Verhaltnuß der Seiten ist / und wird demnach seyn / als wie 3 zu 5 :: ▭ AG ▭ BE / nemlich das ▭ AG ist in unten ein- und zwey-drittheil-übertheilender Verhaltnuß gegen dem ▭ BE. Wird Kürtze halber also geschrieben:

$$\frac{AB.}{BC}\cdot\frac{GB}{BD} :: \square AG. \square BE.$$ oder so ein Ding $$\frac{AB.}{BD}\cdot\frac{GB}{BC} :: \square AG. \square BE.$$



Zubereitung.

Stoſſe beyde □ AG/ und BE ſolcher geſtalt zuſammen/ daß ABC eine gerade Lini ſeye/ und die gleiche ∠ a/ und b gegen einander über zu ſtehen kommen.

Verlängere FG/ und EC/ biß ſie in einem Punct/ als wie in H. zuſammen lauffen; und das □ BH geſtalten.

Hernach/ weilen die Seiten AB/ zu BC/ und GB zu BD nicht ſtets nach einander geſetzte Gröſſe ſeint; ſo mache/ wie es in der Außlegung über die 5. Wort-Erklärung dieſes Buchs iſt gelehret worden/ daß nemlich andere Gröſſe an ſtatt deren AB zu BC/ und GB zu BD ſtets nach einander gehendt/ welche dieſelbe Verhaltnuß haben/ geſucht werden. das iſt/

Man nehme nach Gefallen die gerade Lini I. und mache AB zu BC :: I. zu einer andern/ nemlich zu K. 6. 12. 6.

Abermahlen mache GB. BD :: K. L. nunmehro.

Beweiß.

Als wie ſich verhaltet AB zu BC:: □ AG. □ BH. 6. 1. 6.

Es iſt aber gemacht worden AB. BC :: I. K. 6. d. Zub.

Dahero wie ſich auch verhaltet I. K :: □ AG. □ BH.

Wiederumb/ als wie iſt GB. BD :: □ BH. □ BE. 6. 1. 6.

Es iſt auch gemacht worden GB. BD :: K L. 6. d. Zub.

Folget/ daß auch ſeye K. L :: □ BE. □ BH.

Weilen dann iſt I. K :: □ AG. □ BH.

und K. L :: □ BE. □ BH.

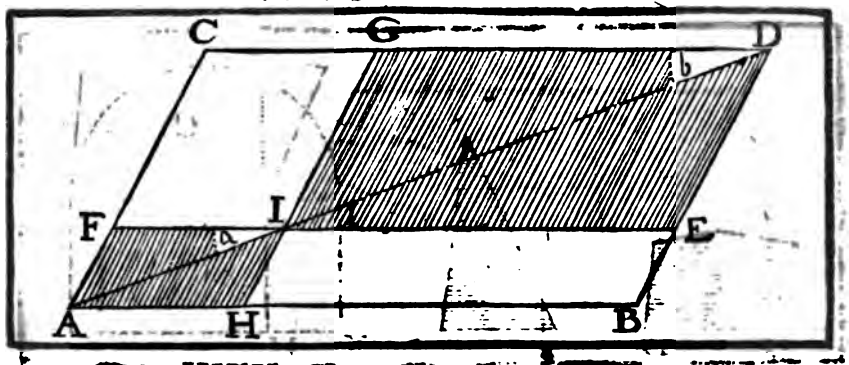
So iſt durch die Gleichheit I. L :: □ AG. □ BE. 6. 22. 5.

Unterdeſſen iſt I zu L auß denen Gröſſe deren Verhaltnuſſen I zu K/ und K zu L/ (welche gleichförmig ſeint denen Verhaltnüſſe AB/ zu BC/ und GB zu BD) zuſammen geſetzt. 6. d. Zub. uñ 5. def. 6.

Folget letztlich/ daß auch die Gröſſe/ oder Nenner die Verhaltnuß deß □ AG zu dem □ BE zuſamen geſetzt ſeye/ auß denen Gröſſe oder Nenner deren Verhaltnuſſe deren Seiten AB zu BC/ und GB zu BD. Und dahero ſeye.

als wie $\frac{AB}{BC} \cdot \frac{GB}{BD}$ :: □ AG. □ BE. u. ſ. f.

Welches zu beweiſen ware.



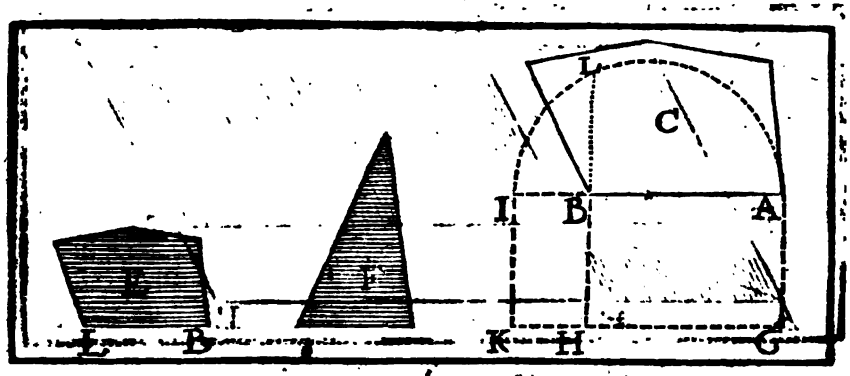
Die XXIV. Vorgab. Betrachtung.

In einem jeden Parallelogramm seint die Parallelogrammen / welche umb den Diameter stehen / dem gantzen und auch unter sich selbsten einander gleichförmig.

Es ist gegeben das ▭ ABCD / in welchem der Diameter AD / auß dessen Punct als wie I / so darauff nach Gefallen genommen ist / seynd die zwey gerade Linien EIF / und GIH = / denen Seiten AHB / und CEA gezogen / und hierdurch die zwey ▭ AI / und ID / so umb den Diameter AD stehen / gestaltet worden; Diesem nach saget man / daß diese zwey ▭ AI / und ID nicht allein dem gantzen ▭ ABCD / sondern auch unter sich selbst gleichförmig seint.

Beweiß.

Weilen in dem △ CDA / die GI = ist / der GA. — d. 6. Borg.
so wird seyn DG. GC :: DI. IA. — d. 2. 6.
Und durch die Zusammensetzung DG + GC. GC :: DI + IA. IA. — d. 18. 5.
Und durch die Verwerlung DG + GC DI + IA :: GC. IA. — d. 16. 5.
GC ist aber ∏ / der IF / wegen der gleichen = CF GI. — d. 23. 1.
Dahero wird mit einem Wort seyn DC. DA :: IF. IA. — d. 14. ax. 1.
unterdessen ist der ∠ b ∏ dem ∠ a (der äussere / dem innern). — d. 29. 1.
Folget deßwegen / daß der △ CDA gleichförmig seye / dem △ FIA. — d. 6. 6. und 4. 6.
Abermahlen wird es seyn in dem △ CDA wegen der = GI. CA.
DG. GC :: DI IA. — d. 2. 6.
Und durch die Verkehrung GG. GD :: AI. ID. — d. 4. 5.
und durch die Zusammensetzung CG + GD. GD :: AI + ID. ID. — d. 18. 5.
Und durch die Verwerlung CG + GD. AI + ID :: GD. ID, — d. 16. 5.
(das ist mit einem Wort DC. DA :: DG. DI.) — d. 14. ax. 1.
Unterdessen ist der ∠ b beyden △ CDA / und GDI. gemein.
Dahero seynd beyde △ CDA / und GDI einander / und letzlich alle drey △ CDA. FIA. GDI unter sich gleichförmig. — d. 6. 6. und 4. 6. d. 11. 5.
Es seint aber die △ CDA. FIA. GDI. gerad die Helffte deren ▭ AD. AI. ID. — d. 34. 1.
Darumb auch die ▭ AD AI. ID. einander gleichförmig seyn werden. — d. 15. 5.
Welches zu beweisen ware.



Die XXV. Vorgab. Handgriff.

Einer vorgegebener geradtliniſchen Figur (C) eine andere gleichförmige und gleichgeſtellte Figur (E) zu machen/ welche gleich groß ſeye einer andern vorgegebener geradtliniſchen Figur (F).

Handgriff.

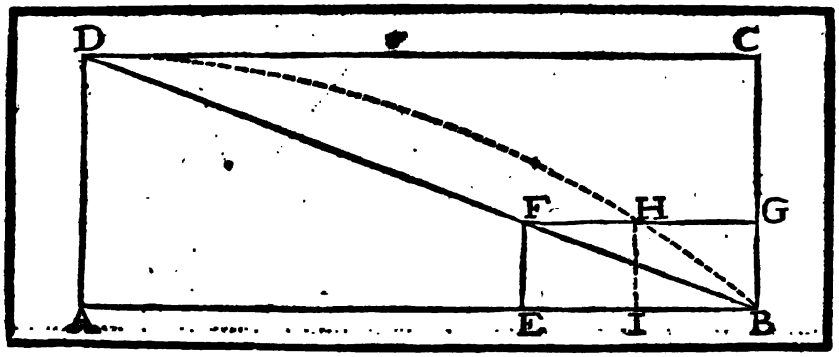
Mache auff einer Seiten/ als wie auff AB der Figur C/ das ▭ AH ⌐ d. 45. 1
der vorgegebenen Figur C: und an der Seiten BH in der geradten Lini d. 44. 1
AB fort/ mache ▭ BK ⌐ der Figur F.

Suche zwiſchen AB/ und BI/ die mittlere Proportional-Lini BL. d. 13. 6

Nehme BL/ und mache darauff die Figur E gleichförmig/ und d. 18. 6.
gleichgeſtelter der Figur C/ welches das erſte iſt/ ſo man verlanget; hernach beweiſet man/ daß auch E und F gleichen Inhalt haben.

Beweiß.

Die Linien AB. BL. BI. ſeint ſtets geproportionirt/ d. d. Hand.
Dahero wie die erſte Lini AB ſich zu der dritten BI verhalten d. 20. Col. 6.
Alſo iſt die Figur C auff der erſten Lini/ zu der Figur E/
welche auff der anderten BL iſt gemacht worden.
Das iſt/ es werde ſeyn AB. BI :: C. E.
Es iſt aber AB. BI :: ▭ AH (oder die gleichgroſſe Figur C) } d. 1. 6.
Zu dem ▭ BK (oder der gleich groſſen Figur F.) } und Hand.
Das iſt AB. BI :: C. F.
Dahero wird auch ſeyn C. E :: C. F d. 11. 5.
Und folgends wird die Figur E ⌐ ſeyn/ der Figur F, d. 9. 5.
Welches zu machen ware.



Die XXVI. Vorgab. Betrachtung.

Wann von einem Parallelogram / ein anders gleichformiges / und gleichgeſtelltes abgezogen wird / welches einen gemeinen Winckel mit dem erſten hat / ſo wird ein ſolches abgezogenes Parallelogram völlig umb den Diameter ſtehen.

Es iſt gegeben / daß man von dem ▭ ABCD das ▭ EG (ſo ihme gleichförmig / und gleichgeſtellter ware / und den ∠ EBG mit einander gemein hatten) abgezogen habe: Dieſem nach ſaget man / daß das ▭ EG umb den Diameter deß gantzen ▭ AC ſtehe. Das iſt / wann man eine gerade Lini auß D in B ziehe / auch durch den Punct F gehe.

Beweiß.

Wann es nicht geglaubt / ſondern vorgebracht wird / daß eine ſolche Lini durch einen andern / als den Punct F / gehe (ſo ſeye / wann es möglich iſt) daß ſie durch den Punct H gehe / gleich wie DHB.

Ziehe darauff die Lini HI ═ / der Lini CB :: ſo wird alſo dieſes ▭ IG umb den Diameter deß ▭ AC ſtehen müſſen.

Und wegen deß gemeinen Winckels IBG / das ▭ IG gleichförmig ſeyn / dem ▭ AC. d. 24. 6.

Das iſt / es ſolte ſich verhalten BG. GH :: BC. CD. d. 1. def. 6.

Es verhaltet ſich aber BG. GF :: BC. CD.

(dann das ▭ EG iſt gleichförmig gemacht worden dem ▭ AC) d. d. Vorg.

Darumb wird ſich verhalten müſſen BG. GH :: BG. GF. d. 11. 5.

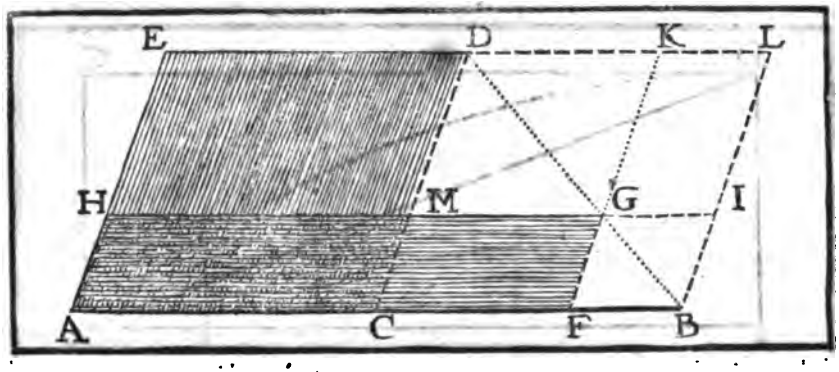
und deßwegen muß GH ⊓ ſeyn / der GF. d. 9. 5.

Ein Theil ſeinem gantzen / ſo ungereimt iſt.

Worauß man ſchlieſſet / daß eine gerade Lini / ſo auß dem Punct D in B gezogen wird / bloß durch den Punct F. und nicht anderwertig durchgehe.

Und folgends / daß das ▭ EG völlig umb den Diameter DFB deß ▭ AC ſtehen müſſe.

Welches zu beweiſen ware.



Die XXVII. Vorgab. Betrachtung.

Unter allen Parallelogrammen / welche auff einer geraden Lini gestellt werden / und ihre Abgänge gleichförmig und gleich gestölter haben dem Abgang / so auff der geraden Lini ist beschrieben worden / ist das gröste / welches auff der andern Helffte der geraden Lini / gleichförmig ihrem Abgang ist gestölt worden.

Es ist gegeben das abgehende ▭ AD / welches auff der Helffte der Lini AB ist gestölt worden / nemlich auff AC / dessen Abgang aber (nach der 6 def 6.) seyn werde das ▭ CL / welches auff der andern Helffte der Lini AB / nemlich auff CB / ist beschrieben worden. Es ist auch gegeben / daß / nach Exfallen gemachte ▭ AG / welches auff dem ungleichen Theil AF der Lini AB ist gestölt worden / und seinen Abgang FI gleichförmig / und gleichgestölter dem Abgang CL. hat. Diesem nach saget man / daß das ▭ AD ⌜ seye / als das ▭ AG. u. s. f.

Zubereitung.

Ziehe den Diameter DB / welcher auch nothwendig durch das ▭ FI gehen werde (dann beyde ▭ CL / und FI einander gleichförmig / und gleich gestölter gegeben werden) d. 26. 6.

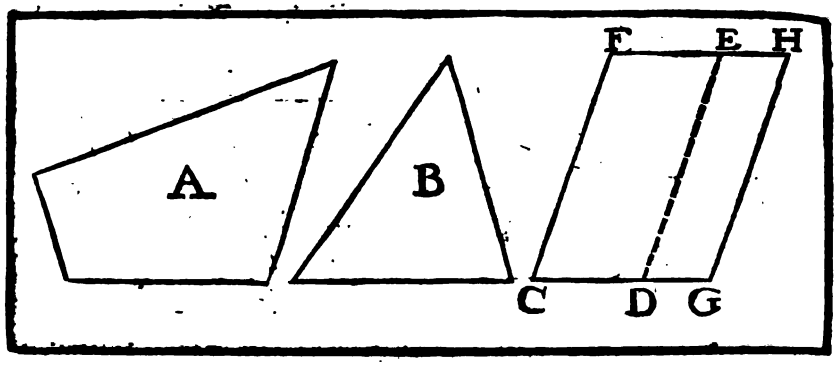
Hernach verlängere FG biß in K.

Beweiß.

In dem ▭ CL ist das ▭ CG ⌐ / dem ▭ GL. d. 43. 1.

Wann man das gemeine ▭ FI beyderseits hinzu setzet.

So wird das ▭ CI ⌐ seyn / dem ▭ FL.

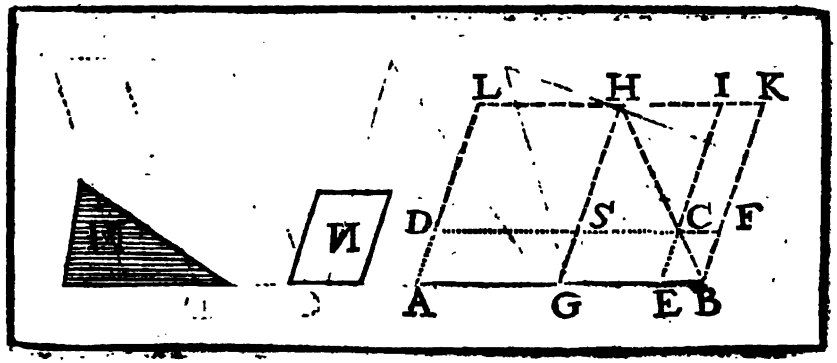


Das ▭ CI aber/ iſt ∏/ dem ▭ AM. d. 36. 1.
Dahero iſt auch das ▭ AM ∏/ dem ▭ FL.
Setze abermahlen hinzu das gemeine ▭ CG.
So iſt das ▭ AG ∏/ dem Winckelhacken CGL.
Unterdeſſen iſt klar/ daß das gantze ▭ CL ⌜ ſeye/ als
der Winckelhacken CGL/ oder das gleiche ▭ AG.
Folget/ daß auch das ▭ AD (welches ∏ iſt/ dem ▭ CL). d. 36. 1.
⌜ ſeye/ als das ▭ AG.
Welches zu beweiſen ware.

Hülffe. (Lemma.)

Den Unterſcheidt zwiſchen zwey geradliniſchen Figuren zu erfahren/ umb welchem eine die andere übertreffe/ oder gröſſer ſeye.

Es ſeynd gegeben die Figuren A und B/ unter welchen A die gröſſere/ und B die kleinere iſt. Dieſem nach verlanget man/ umb wie viel die gröſſere A/ die kleinere B übertreffe.
Mache das ▭ CH ∏/ der Figur A. d. 45. 1.
Hernach auff der Seiten FC/ und in gleichen Winckeln
mache das ▭ CE ∏/ der Figur B. d. 43. 1.
So iſt klar/ daß das ▭ DH der Unterſcheid ſeye/
umb welchen die Figur A ⌜ iſt/ als die Figur B.



Die XXVIII. Vorgab. Handgriff.

Auff einer vorgegebenen geraden Lini ein abgehenden Parallelogram zu stöhlen/ welches gleich groß seye einer andern vorgegebenen geradtliniſchen Figur/ und ihren Abgang gleichförmig einem andern gegebenen Parallelogram habe: jedoch iſt zu beobachten/ daß die gegebene geradtliniſche Figur nicht gröſſer seye/ als das Parallelogram/ welches auff der Helffte der vorgegebenen Lini gleichförmig seinem Abgang/ iſt gestölt worden.

Es seynd gegeben die gerade Lini AB/ die geradtliniſche Figur M/ und das ▭ N. Doch die Figur M muß nicht ⌐ seyn/ als das ▭ AH/ welches auff der Helffte AG der gegebenen Lini AB/ gleichförmig seinem Abgang GK/ oder dem ▭ N iſt gestölt worden. Dieſem nach verlanget man ein abgehendes ▭/ als wie AC/ auff der Lini AB gestölter zu haben/ welches gleich groß seye der Figur M/ und den Abgang EF/ gleichförmig habe dem ▭ N.

Handgriff.

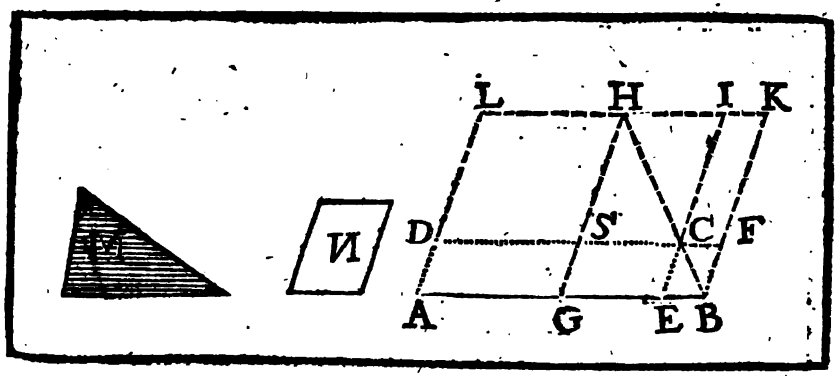
Auff der Helffte GB der gegebenen Lini AB/ mache das ▭ GK gleichförmig/ dem gegebenen ▭ N. b. 18. 6.

Hernach erfülle auff der Lini AB/ das ▭ AK/ wodurch daß ▭ AH/ das abgehende/ auff der Lini AB werde gestölt/ und sein Abgang GK sey/ welcher gleichförmig gemacht worden iſt dem ▭ N. b. 6. def. 6.

Wann nun diß ▭ AH ⊓ wäre/ der gegebenen Figur M. so solte es schon gemacht seyn/ was man verlangt hätte.

Es wird aber die Figur M ⌝/ als das ▭ AH gesetzt. (dann gröſſer kan es nicht seyn/ wider dieſe/ und 27 Vorgab. 6.)

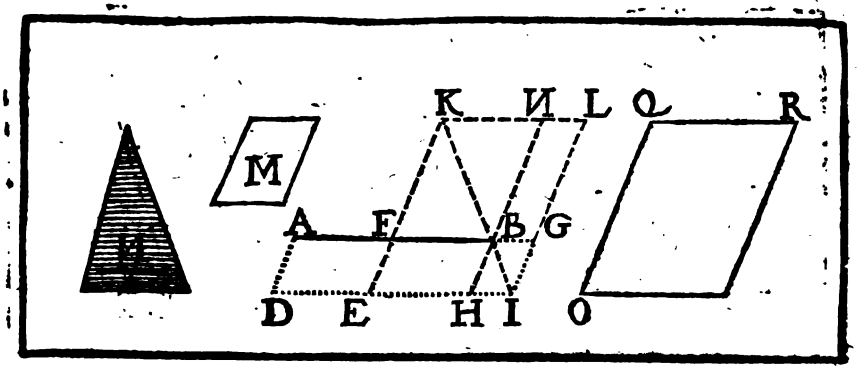
Dahero ſuche durch die Hülffe der vorgehenden 27 den Unterſcheid/ umb welchen das ▭ AH/ oder das gleiche GK⌐ iſt/ als die Figur M. b. 36. 1.



Mache hernach mit dem gefundenen Unterscheid in dem □ GK
das □ SI/ so gleichförmig seye/ dem □ GK/ oder dem □ N. b. 18. 6.
Verlängere alsdann die Seiten IC in E/ und SC zu beyden Seiten in D und F.
So wird darauß entstehen das □ AC/ welches auff der gegebenen
Lini AB ist gestellt worden/ und ihren Abgang EF gleichförmig
hat dem gegebenen □ N. Dieses aber zu beweisen/
Ziehe vorgehends den Diameter HB/ welcher nothwendig wegen der
Gleichförmigkeit/ und Gleichstellung durch die □ SI und EF { b. 24. 6. / b. 26 6.
gehen werde.

Beweiß.

Nunmehro ist klar/ daß die □ EF. SI/ und GK einander gleichformig seint. b. 24. 6.
Es ist aber das □ GK gleichformig gemacht worden dem □ N.
Dahero werden auch die □ EF/ nemlich der Abgang deß □ AC
und das □ SI/ nemlich der Unterscheid/ gleichförmig seyn/ dem
□ N.
Unterdessen ist augenscheinlich wahr/ daß (weilen in dem □ GK.
daß □ SI der Unterscheid zwischen dem □ GK/ b. d. Hand.
und der Figur M ist) der Winckelhacken GCK ⌐ seye/ der Figur M.
Nun aber ist das □ GC ⌐/ dem □ CK. b. 34. 1.
und wann man das gemeine □ EF hinzu setzet/
So wird auch das □ GF ⌐ seyn/ dem □ EK.
Dem □ GF aber ist ⌐ das □ AS. { b. 36. 1. /
Darumb ist auch das □ AS ⌐/ dem □ EK. { und Hand.
Setze man beyderseits hinzu das gemeine □ GC.
So wird letzlich das □ AC ⌐ seyn/ dem Winckelhacken GCK.
oder/ durch das vorgehende/ der gleich grossen Figur M.
Welches zu machen ware.



Die XXIX. Vorgab. Handgriff.

Auff einer vorgegebenen geraden Lini ein übertreffendes Parallelogram zu machen / welches gleich groß seye einer andern vorgegebenen geradtliniſchen Figur/ und den Uberſchuß gleichförmig / und gleichgeſtellter habe einem andern vorgegebenen Parallelogram.

Es seynd gegeben die gerade Lini AB / die Figur N/ und das ▭ M. Dieſem nach ſolte man ein übertreffendes ▭ gleich wie AI/ auff der gegebenen Lini AB ſtellen/ welches gleich groß seye/ der Figur N/ und ihren Uberſchuß BI gleichförmig / und gleichgeſtellter habe dem ▭ M.

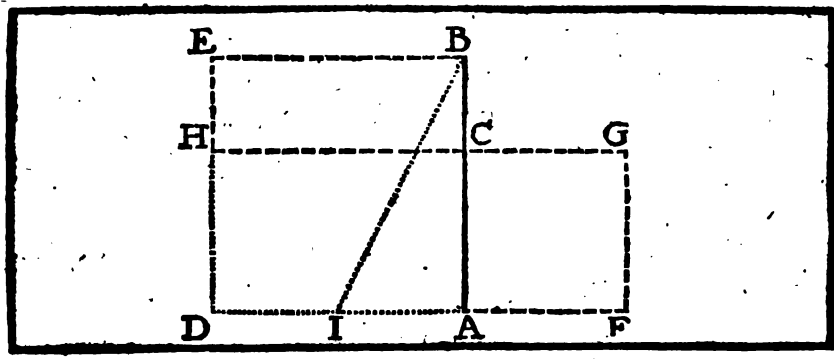
Handgriff.

Zertheile gerabt entzwey die gegebene Lini AB. d. 10. 1.
Auff der Helffte FB mache das ▭ FN gleichförmig dem ▭ M. d. 18. 6.
Hernach mache in einem beſondern Ort das ▭ OR/ daß es erſtlich der Figur N/ und dem ▭ FN ſammentlich gleich groß/ gleichförmig aber / und gleichgeſtellter dem ▭ M/ oder FN seye. d. 45. 1. und 25. 6.
Verlängere die Seiten KN / und KE.
nehme KL ∏ / der QR/ und KE ∏ / der QO.
Nach dieſem ziehe durch E die Lini DEI ═/ der Lini AB/ d. 31. 1.
Und auß L die Lini LGI ═/ der Lini KFE.
Verlängere AB biß in G/ und NB biß in H.
Letztlich ziehe auß A die Lini AD ═ / der Lini FE.
Nunmehro beweiſet man/ daß der Uberſchuß BI gleichförmig und gleichgeſtellter seye dem ▭ M. hernach/ daß das ▭ AI (welches ein übertreffendes iſt)/ auff der Lini AB geſtellt/ und gleich groß seye der Figur N.
Ziehe vorgehends den Diameter KI/ welcher nothwendig wegen der Gleichförmigkeit / und Gleichſtellung deren ▭ juſt durch beyde ▭ BI/ und FN gehen werde. d. 26. 6.

Beweiß.

Erſtlich iſt klar/ daß die ▭ OR. FN. BI/ und EL
einander gleichförmig ſeint. d.d Hand.
Es iſt aber das ▭ OR/ oder das ▭ FN gleichförmig gemacht
worden/ dem vorgegebenen ▭ M.
Dahero auch die andere ▭/ als wie der Uberſchuß BI/ und das ▭ EL. d. 21. 6.
gleichförmig ſeyn werde dem ▭ M.
So erſtlich zu beweiſen ware.

Alsdann/ weilen KL/ und KE ⊓ ſeint/ denen QR/ und QO. d.d. Hand.
Und wegen der Gleichformigkeit auch der ∠ EKL ⊓/ dem ∠ OQR.
ſo folget/ daß das ▭ EL ⊓ ſeye/ dem ▭ OR. d. 34. 1. 2. und 36. L.
Das ▭ OR aber/ iſt vorhero ⊓ gemacht worden/ der Figur N/ und
dem ▭ FN ſemmentlich. d d. Hand.
Dahero iſt auch das ▭ EL ⊓ / der Figur N + ▭ FN.
Wann man nun auß dem ▭ EL das ▭ FN. davon ziehet/
ſo wird verbleiben der Winckelhacken EBK ⊓/ der Figur N.
Unterdeſſen iſt das ▭ DF ⊓/ dem ▭ EB/ d. 34. 1.
und das ▭ EB iſt ⊓/ dem ▭ BL. d. 43 L.
Dahero iſt auch das ▭ DF ⊓/ dem ▭ BL.
Wann man beyderſeits/ das gemeine ▭ FI hinzu ſetzet.
So wird das ▭ AI ⊓ ſeyn/ dem Winckelhacken EBL.
Es iſt aber ſchon bewieſen worden/ daß der Winckelhacken EBL
⊓ ſeye/ der Figur N.
Darumb wird auch das ▭ AI ⊓ ſeyn/ der Figur N.
Welches letztlich zu beweiſen und zu machen ware.



Die XXX. Vorgab. Handgriff.

Eine vorgegebene gerade Lini/ nach der mittlern und äuſſerſten Proportion abzutheilen.

Es iſt gegeben die gerade Lini AB/ welche alſo abzutheilen iſt/ daß ſich die gantze Lini AB/ zu dem gröſſern Stück AC verhalte: gleich wie daſſelbe Stück AC/ zu dem kleinern CB. Nemlich daß es ſeye AB. AC :: AC. CB.

Handgriff.

Zertheile die gerade Lini AB auff ſolche Weiſe/ daß das ▭ ſo groß gemacht iſt von der gantzen AB/ und dem kleinern Stück CB ▯ ſeye dem □ /welches gemacht iſt von dem gröſſern Stück AC. d. 11. 2.

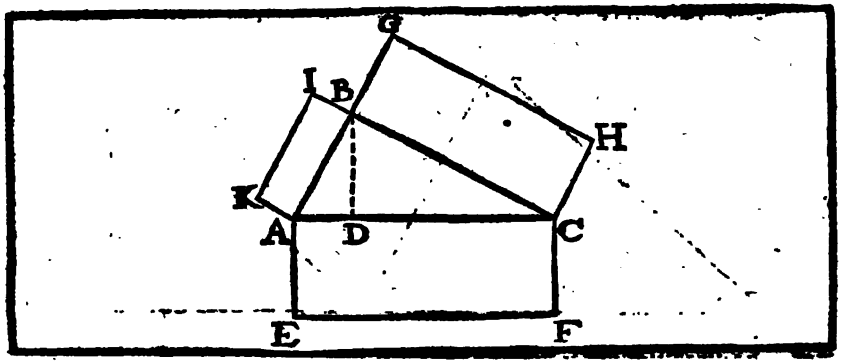
Dieſem nach ſaget man/ daß die vorgegebene gerade Lini AB in dem Punct C nach der mittlern und äuſſerſten Proportion abgetheilt worden ſeye.

Beweiß.

Dieweilen das ▭ CE ▯ gemacht worden iſt/ dem □ CF. ſo wird ſeyn/ EB (oder die gleiche AB) AC :: AC. CB. d 17. 6.

Dahero iſt die Lini AB nach der mittlern/ und äuſſerſten Proportion in Puncten C abgetheilt worden. d. 3 def. 6.

Welches zu machen ware.



Die XXXI. Vorgab. Betrachtung.

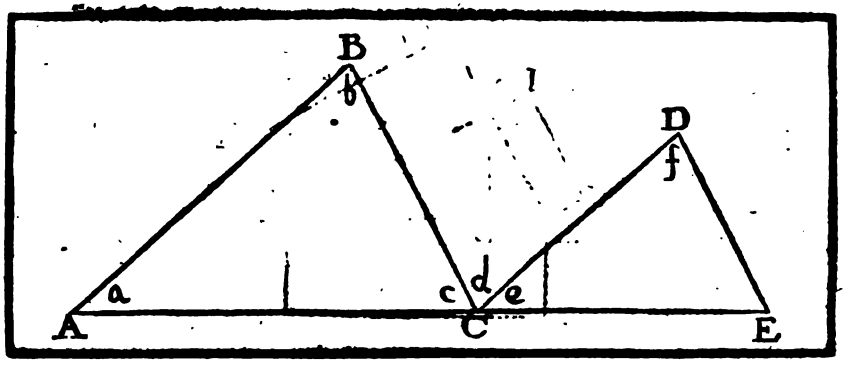
Wann auff denen drey Seiten eines rechtwincklichten Triangels drey gleichformige und gleichgeſtellte Figuren beſchrieben ſeint: So wird dieſelbe (welche auff der Seiten/ die den rechten Winckel unterſpannet/beſchrieben worden)/gleich ſeyn denen andern zwey Figuren ſammentlich/welche auff denen andern zwey Seiten ſeint gemacht worden.

Es iſt gegeben der △ ABC rechtwincklicht in ∠ B auff deſſen Seiten AB. BC. CA ſeint gleichförmig und gleichgeſtellter/zu einem Exempel die ▭ AI. BH. AF gemacht. Dieſem nach ſaget man/daß das ▭ AF/ ſo auff der Seiten AC/welches den rechten ∠ B unterſpannet beſchrieben worden/gleich groß ſeye/beyden ▭ AI/ und BH ſammentlich.

Laſſe vorhero auß dem rechten ∠ B die ⊥ BD auff die Baſis fallen. d. 12. 1.

Beweiß.

Durch die ⊥ BD iſt gemacht worden/daß es ſeye in dem △ ABC
AC. CB :: CB CD. d. 8. 2 Cor. 6.
Dahero wie ſich verhaltet AC. CD :: das ▭ AF. ▭ BH. d. 20. Cor. 6.
und durch die Umbkehrung CD. AC :: das ▭ BH. ▭ AF. d. 4 5.
Es iſt auch in dem △ ABC. AC. :: AB. AD. d 8. 2. Cor. 6.
Dahero wie ſich auch verhaltet AC AB. AD :: ▭ AF. ▭ AI. d. 20 Cor. 6.
und durch die Umbkehrung AD. AC :: ▭ AI. ▭ AF. d. 4. 5.
Mit einem Wort/es iſt CD (1). AC (2) :: ▭ BH (3) ▭ AF (4).
und AD (5). AC (2) :: ▭ AI (6). ▭ AF (4).
Deßwegen ſeyn werde CD + AD. AC :: ▭ BH + AI ▭ AF. d. 24. 5.
Die Linien CD + AD ſeint aber ∩/der gantzen AC
Folget/daß auch die ▭ BH + AI ∩ ſeint/dem ▭ AF.
Welches zu beweiſen ware.



Die XXXII. Vorgab. Betrachtung.

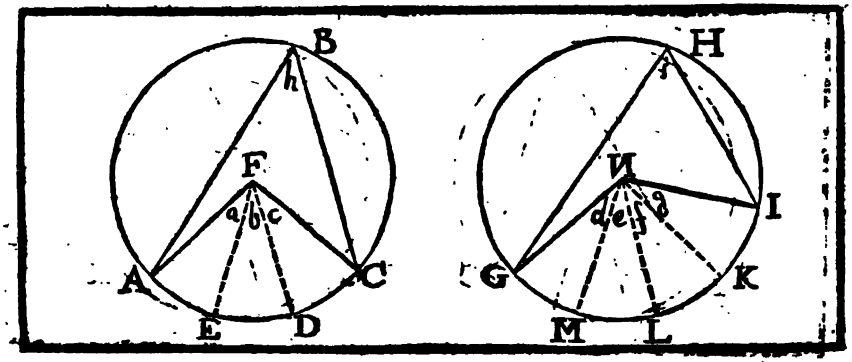
Wann in zwey Triangeln / zwo Seiten eines geproportionirt seint/ zweyen Seiten des andern/ und beyde Triangeln also an einander gestossen werden/ daß sie einen Winckel machen/ und die gleichförmig-haltnuß-sagende Seiten einander Parallel haben: so werden die übrige zwo Seiten in eine gerade Lini fort liegen.

Es ist gegeben/ daß die zwey △ ABC/ und CDE die zwo Seiten geproportionirt haben/ nemlich AB. BC :: CD. DE. Diese beyde △ werden hernach also zusammen gestossen / daß sie einen ∠/ nemlich den ∠ d machen/ und die gleichformig-haltnuß-sagende Seiten AB. CD/ und BC DE einander Parallel kommen; diesem nach saget man/ daß die übrige zwo Seiten AC. CE in einer geraden Lini fort liegen.

Beweiß.

Dieweilen die Seiten AB = ist/ der Seiten CD. d.d.Vorg.
und auch die Seiten BC = ist/ der Seiten DE.
So wird der ∠ b ⊓ seyn/ dem ∠ d.
und der ∠ d ⊓ / dem ∠ f. } d. 29. 1.
und folgends der ∠ b auch ⊓ / dem ∠ f. d. 1. ax. 1.
Unterdessen haltet sich AB. BC :: CD. DE. d.d.Vorg.
Darumb ist der △ ABC gleichwincklicht dem △ CDF. d. 6. 6.
Und dahero ist ∠ a ⊓ / dem ∠ e.
Wann man nun beyderseits die gleiche ∠ d / und b hinzu setzet
So ist auch der ∠ a / und b ⊓ / denen ∠ d/ und e.
Setzet man abermahlen beyderseits den gemeinen ∠ c hinzu/
So seint alle drey ∠ a/ b/ c ⊓ / denen drey ∠ d/d/e.
Diese drey ∠ a + b + c seint aber ⊓ / zwey rechten ∠. d. 32 1.
Folget/ daß auch die ∠ c + d + e zwey rechten ⊓ seyen / und
deßwegen wird die Lini ACE eine gerade Lini fort seyn. d. 14 1.
Welches zu beweisen ware.

(o)



Die XXXIII. Vorgab. Betrachtung.

Jn gleichen Zirckeln halten ſich/ ſowol die Winckel bey dem Mittel-Puncte/ als die/ ſo in dem Umbkreiß ſtehen/ gegen einander/ als wie die Stücke deren Umbkreiſſe/ oder Bögen/ darauff ſie ſtehen: alſo halten ſich auch gegen einander die Außſchnitte/ gleich wie jhre Stücke deß Umbkreiß oder Bögen.

Es ſeynd gegeben die zwey gleiche Zirckeln ABC/ und GHI/ bey dero Mittel-Puncten F/ und N ſeint gemacht die ∠ AFC/ oder a + b + c. und GNI/ oder d + e + f + g. Dieſem nach ſaget man/

I. Daß ſich alſo verhalte der ∠ a + b + c/ zu dem ∠ d + e + f + g/ als wie der Bogen AC zu dem Bogen GI.

Zubereitung.

Suche einen gemeinmäßlichen Theil/ welcher beyde Bögen AC/ und GI gerad auffmeſſet.

Seye AE ein ſolcher Theil/ welcher den Bogen AC gerad dreymahlen/ und den Bogen GI gerad viermahlen auffmeſſet.

Ziehe die Puncten E. D in F/ und M. L. K. in N zuſammen.

Beweiß.

Dieweilen die Theile/ oder kleine Bögen AE. ED. DC/ und GM. ML. LK. KI einander ſeint ⊓ gemacht worden. d. d. Zuſ.

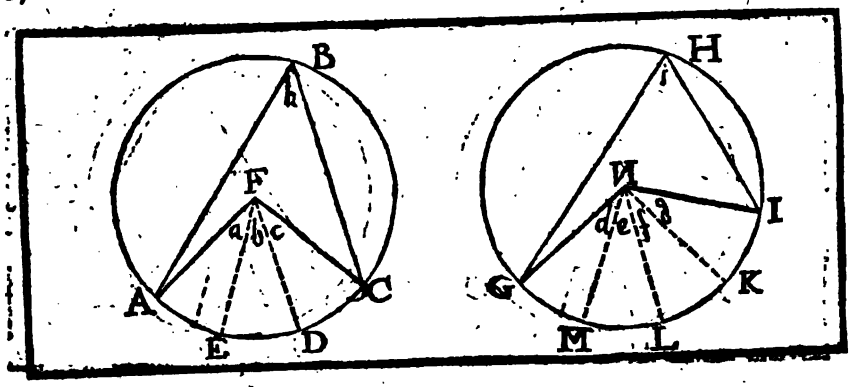
So werden auch die ∠ a. b. c/ und die ∠ d. e. f. g. einander ⊓ ſeyn. d. 27.

Und die Anzahl deren kleinen ∠ ⊓ ſeyn/ der Anzahl deren kleinen Bögen/ oder Umbkreiß-Stücke.

Der Bogen AC aber/ iſt gerad in drey gleiche Theile/ und der Bogen GI gerad in vier gleiche Theile abgetheilt worden. d. d. Zuſ.

Dahero wird der gantze ∠ AFC/ auch gerad in die drey kleine gleiche ∠/ und der ∠ GNI in vier kleine/ und gleiche ∠ abgetheilt ſeyn.

Und wegen gleicher Anzahl in einem und andern ſich verhalten.



Daß wie offt der kleine Bogen AE in dem gantzen Bogen GI begriffen ist: so offt auch der kleine ∠a in dem gantzen ∠d + e + f + g begriffen seye.

Und ferners/ wie offt die zwey kleine/ und gleiche Bögen AE + ED in dem gantzen Bogen GI begriffen seind: so offt auch die zwey kleine/ und gleiche ∠a + b in dem gantzen ∠d + e + f + g begriffen seind.

Letztlich/ wie offt die drey kleine und gleiche Bögen AE + ED + DC (das ist/ der gantze Bogen AC) in dem gantzen Bogen GI begriffen seind: so offt auch die drey kleine und gleiche ∠a + b + c (das ist/ der gantze ∠AFC) in dem gantzen ∠d + e + f + g (das ist/ in dem ∠GNI) begriffen seyn. d. 14. ax. 1.

Dahero/ als wie sich verhaltet der Bogen AC zu dem Bogen GI :: ∠AFC. ∠GNI. d. 6. def. 5. 7.

II.

Saget man/ daß die ∠ in dem Umkreisse/ gleich wie die ∠h/ und i/ sich gegen einander verhalten/ gleich wie ihre Bögen AC/ und GI/ worauff sie stehen.

Die Ursach ist/ weilen die ∠h und i gerade die Helffte von denen ∠a + b + c/ und d + e + f + g seind. d. 20. 3.

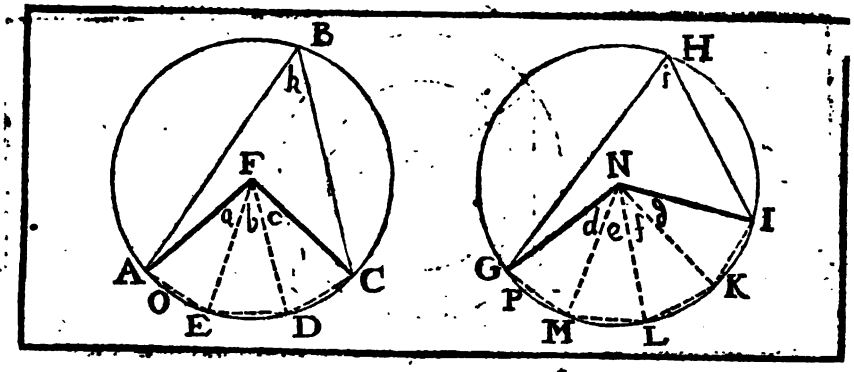
Diese aber halten sich gegen einander/ gleich wie ihre Bögen AC. GI. d. d. Vorg.

Dahero auch seyn werden der ∠h. ∠i :: der Bogen AC/ zu dem Bogen GI. d. 15. 5.

III.

Saget man/ daß der Außschnitz AFCDE/ zu dem Außschnitz GNIKLM sich verhalte/ gleich wie der Bogen AC zu dem Bogen GI.

Ziehe vorhero die Puncten A E D C/ und G M L K. mit geraden Linien zusammen.



Nun iſt klar/ daß wegen der gleichen Linien AF. EF/ und GN. MN/ und deren gleichen ∠ a/ und d. d. 15. def. 1. d. d. Vorg.

Der △ AFE ∏ ſeye/ dem △ GNM. d. 4. 1.

So iſt auch der Zirckel ABC ∏/ dem Zirckel GHI. d. d. Vorg.

Wann man nun von dieſen gleichen Zirckeln die beyde gleiche △ darvon ziehet/

So wird überbleiben der kleine Zirckel-Schnitz AOE ∏/ dem kleinen Schnitz GPM.

Setze dieſe gleiche Schnitze beyderſeits zu den gleichen △ AFE/ und GNM hinzu.

So werden die kleine Außſchnitze AFEO/ und GNMP darauß entſtehen/ welche auch ∏ einander ſeyn werden. d. 2. ax.

Unterdeſſen ſo viel kleine Bögen in einem und andern gantzen Bogen ſeint/ ſo viel werden auch kleine und gleiche Außſchnitze in einem/ und andern gantzen Außſchnitze ſeyn.

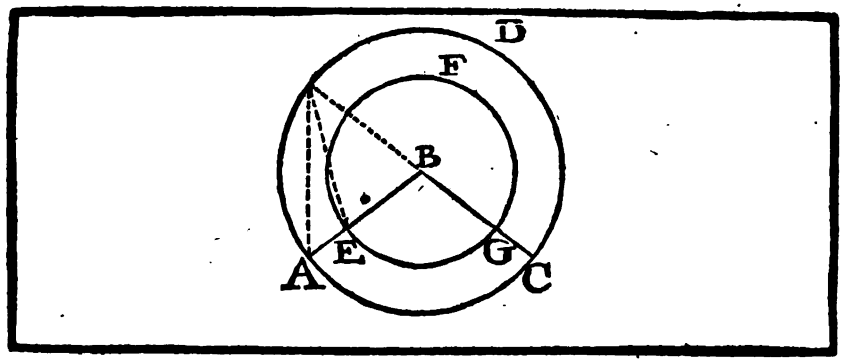
Es ſeint aber in dem Bogen AC drey kleine und gleiche Bögen und in dem Bogen GI vier kleine und gleiche Bögen gemacht worden/ d. d. Zub.

Deßwegen auch der Außſchnitz AFC. DEA gerad drey kleine und gleiche Außſchnitze/ und der Außſchnitz GNIKLM gerade vier kleine und gleiche Außſchnitz begreiffen werde.

Und wegen gleicher Anzahl in einem und andern ſeyn.

Wie offt der kleine Bogen AE in dem gantzen Bogen GI begriffen iſt: ſo offt wird auch das Außſchnitzl AFE in dem gantzem Außſchnitz GNIKLM begriffen ſeyn/

Und wie offt die zwey Bögen AE → ED in dem gantzen Bogen GI begriffen ſeint: ſo offt werden auch die



Zwey Außschnitzeln AFE ✱ EFD in dem gantzen Außschnitz GNIKLM begriffen seyn.

Letzlich wie offt die drey kleine und gleiche Bögen AE → ED → DC (das ist der Bogen AC) in dem gantzen Bogen GI begriffen seint/ so offt werden auch die drey kleine und gleiche Außschnitze AFE → EFD → DFC (das ist der Außschnitz AFCDE) ist dem gantzen Außschnitz GNIKLM begriffen seyn.

Und dahero seyn als wie der Bogen AG zu dem Bogen GI: also ist der Außschnitz AFCDE/ zu dem Außschnitz GNIKLM { d. 6. def. 5. 7.
Welches zu beweisen wäre.

Folge I.

Es verhaltet sich ein Außschnitz zu dem andern/ gleich wie ein Winckel zu dem andern/ welche von denen Außschnitze gemacht werden.

II.

Der Winckel bey dem Mittel-Punct (als wie der ∠ B in dem Zirckel ADC) verhaltet sich gegen vier rechte Winckeln; gleich wie das Umbkreiß-Stück AC / worauff er stehet/ zu dem gantzen Umbkreiß deß Zirckels (ADC):

III.

Die Umbkreiß-Stücke / oder Bögen (gleich wie AC. EG) in ungleichen Zirckeln (ADC. EFG.) welche gleiche Winckeln unterspannen/ (es seyen umb den Mittel-Punct / oder in dem Umbkreiß): seint einander gleichförmig.

IV.

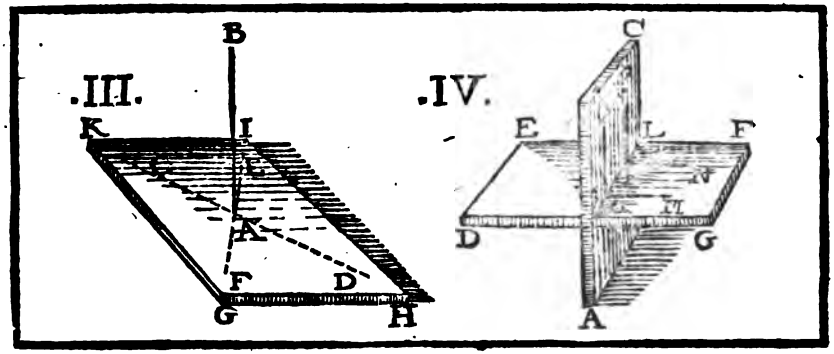
Zwey halbe Diameter/ als wie AB. CB schneiden in denen Zirckeln ADC. EFG/ welche auß einerley Mittel-Punct B beschrieben seint/ gleichformige Bögen AC. EG. ab.

Das

Eilffte Buch

Deß Teutsch-redenden

Euclides.



Wort-Erklarungen.

I.

Etwas dichtes (Solidum), oder ein Cörper iſt/ welcher eine Länge/ Breite/ und Dicke hat.

II.

Das euſſerſte eines Cörpers/ iſt die Fläche.

III.

Man ſagt/ daß eine gerade Lini (AB) auff einer Fläche (GHIK) bleyrecht ſtehe/ wann ſie auff allen geraden Linien (gleich wie auch EF. CD)/ welche auff derſelben Fläche liegen/ und ſothane gerade Lini (AB) anrühren/ auch bleyrecht ſtehet. Fig. III.

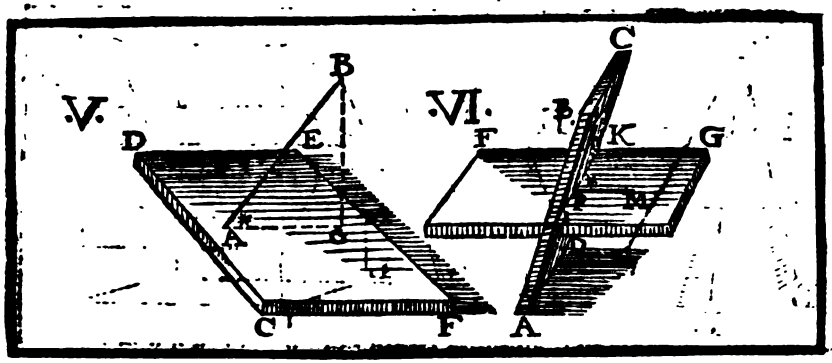
Das iſt; wann AB mit denen geraden Linien EF. CD (welche ſie an Punct A anrühren/ und auff der Fläche GHIK liegen) die ∠ FAB. DAB. EAB. CAD unter einander gleich machet.

IV.

Eine Fläche (AC) ſtehet auff einer andern Fläche (DEFG) bleyrecht/ wann die gerade Linien (OQ. PK.) welche auß dem gemeinen Durchſchnitt (LKQI) gezogen worden/ ſowohl auff einer Fläche (AC) als auff der andern (DEFG) bleyrecht ſtehen. Fig. IV.

Das iſt/ OQM. PKN müſſen rechte Winckeln ſeyn.

Mercke/ daß der gemeine Durchſchnitt zweyen oder mehr Cörpern eine gerade Lini allein ſeye/ welche/ wann ſich zwey oder mehr Cörper durchſchneiden/ ſolche zugleich berühret; gleich wie allhier iſt der gemeine Durchſchnitt die gerade Lini IQKL/ welche zugleich die Fläche AC/ und die Fläche DEFG berühret.



V.

Wann von dem einen Ende (B) einer geraden Lini (AB) auff dieſelbe Fläche (CDEF); worauff die gerade Lini (AB) auffſtehet/ eine bleyrechte Lini (BG) herunter gelaſſen wird (als wie in dem Punct G)/ und das andere Ende (A) / und ſolcher Punct (G) mit einer geraden Lini zuſammen gezogen werden: ſo ſagt man hernach / daß der ſcharffe Winckel (*)/ welcher von der auffſtehenden (AB)/ und zuſammen gezogenen Lini (AG) gemacht wird/ die Neigung (inclinatio) der geraden Lini (AB) zu der Fläche (CDEF) ſeye. Fig. V.

Mercke/ nachdem der ∠ * groß/ oder klein iſt/ nach dieſem wird die Neigung der Lini AB zu der Fläche CDEF/ groß oder klein genant.

VI.

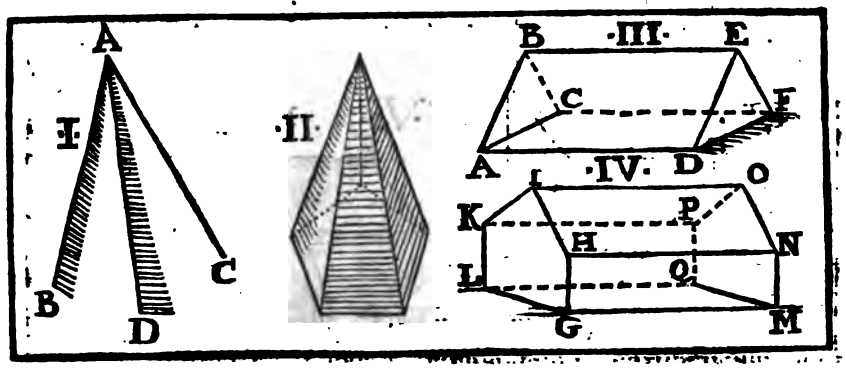
Eine Fläche (ABCD) neiget ſich zu einer andern Fläche (FG) wann die zwey gerade Linien (PL. PM)/ welche auß dem gemeinen Durchſchnitt (IPE)/ und bleyrecht in beyde Fläche ſeynd gezogen worden/ einen ſcharffen Winckel (*) mit einander machen. Fig. VI.

VII.

Die Fläche neigen ſich gleichförmig zu andern Fläche; wann ſie ihre Neigungs-Winckeln (anguli inclinationum) einander gleich haben.

VIII.

Parallel/ oder gleich weit abſtehende Fläche ſeynd/ welche allzeit in gleicher Weite von einander ſtehen/ und niemahlen zuſammen kommen.



IX.

Gleichförmige dichte Figuren / oder Cörper seint/ welche mit gleichförmigen/ und an der Anzahl gleichen Fläche beschlossen seint.

X.

Gleichgroß und gleichförmige dichte Figuren/ oder Cörper seynt/ welche mit gleichförmigen/ und an der Anzahl und Gröſſe gleichen Fläche beschlossen seint.

XI.

Ein dichter Winckel (A) ist/ welcher von mehr als zweyen Fläche / (auff das wenigst von dreyen / gleich wie allhier BAC. CAD. BAD)/ so nicht auff einerley Fläche liegen / doch aber in einem Punct (A) zusammen stossen/ gemacht wird. Fig. I.

XII.

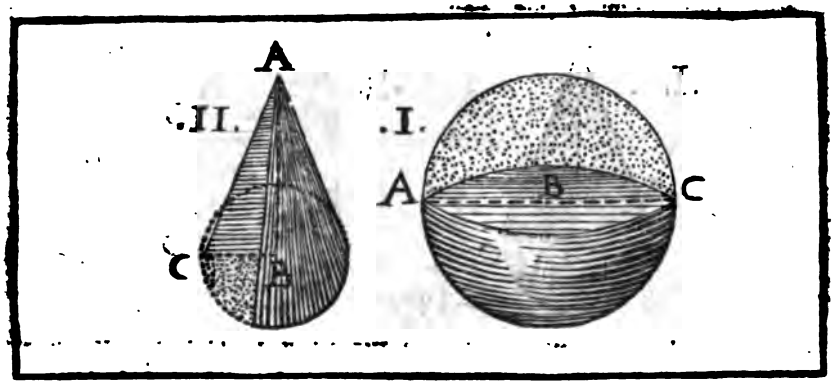
Spitz-Säule (Pyramis) ist eine dichte Figur/ mit etlichen Fläche umbschlossen/ welche von einer Fläche in einen Punct zusammen gezogen seint.

Mercke/ wann die eine/ oder untere Fläche/ drey- vier- oder fünff-eckicht/ u. s. f. ist/ so wird nachmahlen die dichte Figur / eine drey- vier- oder fünffeckichte Spitz-Säule/ u. s. f. genant Fig. II.

XIII.

Eck-Säule (Prisma) ist eine dichte Figur mit etlichen Fläche beschlossen/ deren die zwey gegen überstehende/ gleich groß und gleichförmig/ und Parallel einander / die übrige aber Parallelogramen seint. Fig. III. IV.

Die Fig. III. ist eine dreyeckichte und IV. eine fünff-eckichte Eck-Säule. ABC/ DEF/ und GHK. KL. MNOPQ. seynd die zwey gegenüber stehende Fläche/ so einander gleich groß/ gleichförmig und Parallel seint. Die andern Fläche ABED. ACFD. CBEF. und GHNM. HION. IKPO. KLPQ. LGMQ. seint ▭.



XIV.

Eine Kugel (Sphœra) iſt eine dichte Figur / welche entſtehet / wann man einen halben Zirckel umb ſeinen Diameter rings herumb / biß an das Ort / allwo man hat angefangen / umbdrähet. Fig. I.

XV.

Die Achſe (Axis Sphœræ) iſt der Diameter / oder ſolche gerade Lini (ABC) / umb welche der halbe Zirckel iſt gedrähet worden.

XVI.

Der Mittel-Punct deß halben Circkels (B) iſt auch der Mittel-Punct der Kugel (Centrum Sphœræ).

XVII.

Der Diameter einer Kugel iſt eine gerade Lini / welche durch den Mittel-Punct gezogen / ſich beyderſeits an der Kugel Fläche endet.

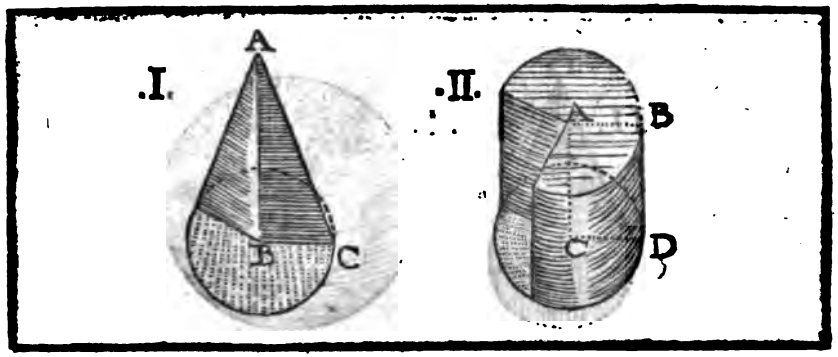
XVIII.

Ein Kögel (Conus) iſt eine dichte Figur / welche erwaxet / wann ein rechtwincklichter Triangel (CBA) / umb eine derſelben Seiten / welche den rechten Winckel mitmachet (als wie umb BA) rings herum / biß an das Ort / allwo man angefangen hat / gedrähet wird. Fig. II.

Mercke / wann AB und BC einander gleich ſeind; ſo wird die Figur ein rechter Kögel; iſt aber AB kleiner als BC / ein ſtumpffer; und letztlich wann AB gröſſer iſt als BC / ein ſpitziger Kögel genandt.

XIX.

Die Achſe deß Kögels (AB) iſt diejenige Lini / umb welcher der Triangel iſt gedrähet worden.



XX.

Die Basis deß Kögels ist ein Zirckel / welcher von der herum geträhten Lini ist gestaltet worden. Fig. I.

XXI.

Eine Waltze (Cylindrus) ist eine dichte Figur / welche gemacht wird / wann ein rechtwincklichtes Parallelogram (ABCD) umb seiner Seiten eine (als wie umb CA) rings herum biß an das Orty allwo man hat angefangen / geträhet wird. Fig. II.

XXII.

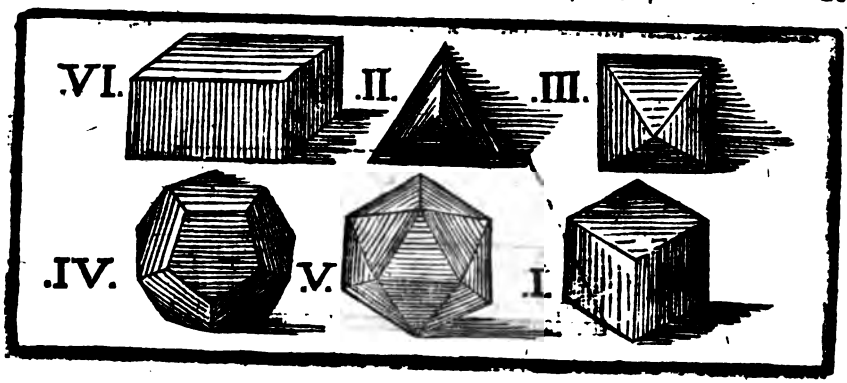
Das Achse der Waltze ist diejene Seiten (CA) umb welcher man das Parallelogram geträhet hat.

XXIII.

Die Basen der Waltzen seint Zirckeln / welche von denen zwey gegen über stehenden Seite (AB. CD) in Herumdrähen seint gestaltet worden.

XXIV.

Gleichförmige Kägeln und Waltze seint / welche die Achsse und die Diameter ihrer Basen einander geproportionirter haben.



XXV.

Ein Würffel (Cubus) ist eine dichte Figur/ welche von sechs gleichen Quadraten beschlossen ist. Fig. I.

XXVI. Tetraedrum ist eine dichte Figur/ welche von vier gleichseitigen/ und gleichen Triangeln beschlossen ist. Fig. II.

XXVII. Octoedrum ist eine dichte Figur/ welche von acht gleichseitigen und gleichen Triangeln umbschlossen ist. Fig. III.

XXVIII. Dodecaedrum ist eine dichte Figur/ welche von zwölff gleichseitigen/ gleichwincklichten/ und gleichen fünffecken umbschlossen ist. Fig. IV.

XXIX. Icosaedrum ist eine dichte Figur/ welche von zwantzig gleichseitigen und gleichen Triangeln beschlossen ist. Fig. V.

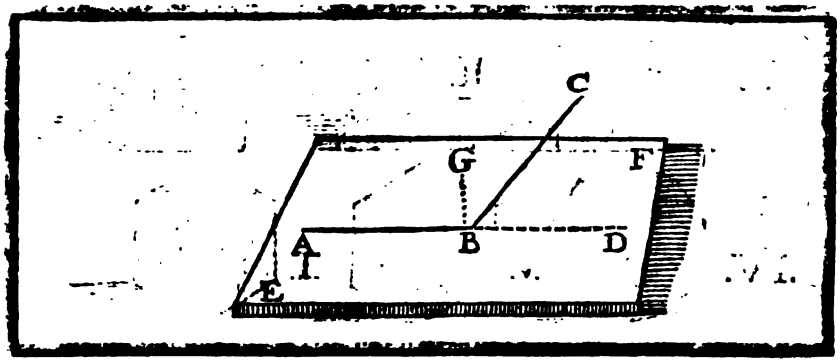
XXX. Parallelepipedum ist eine dichte Figur/ welche von sechs vierseitigen Figuren/ deren gegen über stehende allzeit einander Parallel seint/ beschlossen ist. Fig. VI.

Mercke; daß deren Parallelepipeden so vielerley Art gebt/ als deren Parallelogrammen seynd.

XXXI. Eine dichte Figur saget man/ seye in eine dichte Figur eingeschrieben/ wann alle Winckeln der Figur/ welche solte eingeschrieben werden/ oder in denen Winckeln/ oder in denen Seiten/ oder endlich in denen Fläche der Figur/ in welche die eine eingeschrieben wird/ gestellt seynd.

XXXII. Eine dicke Figur/ sagt man/ seye umb eine dichte Figur umbschrieben/ wann die Winckeln/ oder die Seiten/ oder letztlich die Fläche der Figur/ welche umbschrieben solte werden/ alle Winckeln der Figur/ umb welche die eine umbschrieben wird/ berühre.

Anmerckung. In folgenden Büchern wird gemeiniglich ein dichter Winckel mit vier Buchstaben angedeutet/ darvon der erste den Spitz/ oder den Punct deß Winckels anweiset. Zu einem Exempel/ wann geschrieben ist/ der ∠ ABCD. so verstehe/ daß der Spitz oder Puncten deß dichten Winckels seye/ allwo der Buchstaben A stehet.



Die I. Vorgab. Betrachtung.

Eine gerade Lini kan nicht mit einem Theil auff einer Fläche / und mit dem übrigen Theil / auff einer andern Fläche liegen.

Seye gegeben / daß in der unterlegten Fläche EF ein Theil von einer geraden Lini / als wie AB / seye; so sagt man / daß auch der übrige Theil BC von der geraden Lini nothwendig auff derselben Fläche / und nicht auſſerhalb derselben liegen müsse. Gesetzt / man sagte dannoch / daß BC auſſerhalb der Fläche EF seye.

Beweiß.

Nun ist es klar / daß auff der Fläche EF eine gerade Lini gleich wie BD kan gezogen werden / welche mit AB in einer geraden Lini fort liege.

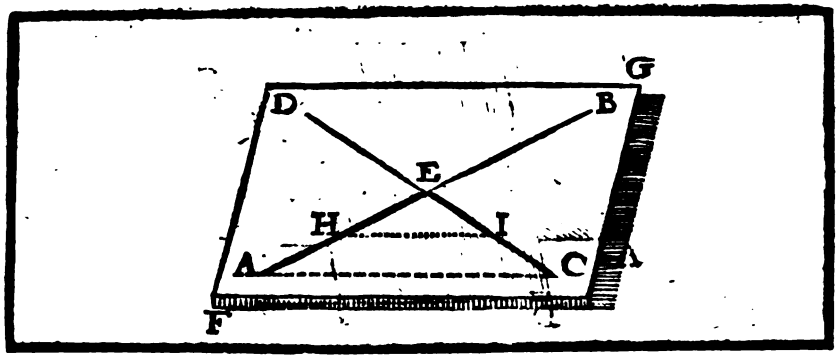
Dann / man kan auß B die Lini BG solcher gestalt ziehen / daß die zwey ∠ ABG und DBG einander gleich / und dahero zween rechte werden.

Und folgends die ABD in einer geraden Lini fort liege — d. 14. 1.

Unterdessen aber würden BC und BD auß der geraden Lini AB entspringen. Welches ungereimt ist. — d. 13. ax. 1.

Dahero schlieſſet man / daß nothwendig beyde Theile einer geraden Linien auff einer Fläche allein / und nicht auſſerhalb derselben / liegen müssen.

Welches zu beweisen war.



Die 11. Vorgab / Betrachtung

Wann zwey gerade Linien ſich einander in einem Punct durchſchneiden / ſo werden ſie auff einer Fläche allein liegen. Und ein jeder Triangel lieget auch nur auff einer Fläche allein.

Es iſt gegeben / daß die zwey gerade Linien AB und CD ſich einander in dem Punct E durchſchneiden / und das mit der geradtgezogenen Lini AC / der △ AEC ſeye geſtaltet worden. Dieſem nach ſagt man / daß der gantze △ AEC / und die gerade Linien AB und CD völlig auff der einigen Fläche FG liegen.

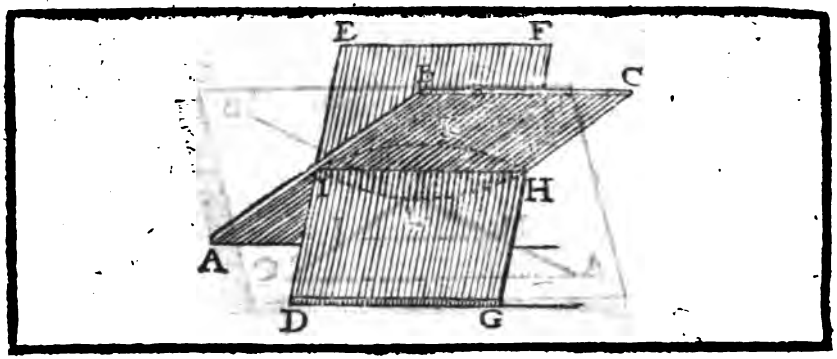
Beweiß.

Wann es nicht geglaubt werde / ſo ſeye es / (wofern es möglich iſt) / daß von dem △ AEC ein Theil / gleich wie AHIC auff einer Fläche / und der andere Theil HEI auff einer andern Fläche liege:

So folgete ſtracks darauff / daß der Theil AH von der geraden Lini HE auff einer Fläche / und der andere Theil HE darvon / auff einer andern Fläche liegete.

Und auch der eine Theil CI von der geraden Lini CE / auff einer Fläche / und der andere Theil IE darvon / auff einer andern Fläche liegete. Welches aber nicht ſeyn kan. D. I. M.

Dahero ſchlieſſet man / daß noch der gantze △ AEC nur auff einer Fläche allein / und eben durch dieſen Beweiß auch die gantze gerade Linien AEB / und CED auff derſelben Fläche allein liegen müſſen. Welches zu beweiſen ware.



Die III. Vorgab. Handgriff.

Wann zwey Fläche ſich einander durchſchneiden: ſo iſt ihr gemeiner Durchſchnitt nur eine gerade Lini allein.

Es iſt gegeben daß die Fläche ABC/und DEFG ſich einander durchſchneiden. Dieſem nach ſaget man/daß ihr gemeiner Durchſchnitt IH nur eine gerade Lini allein ſeye.

Beweiß.

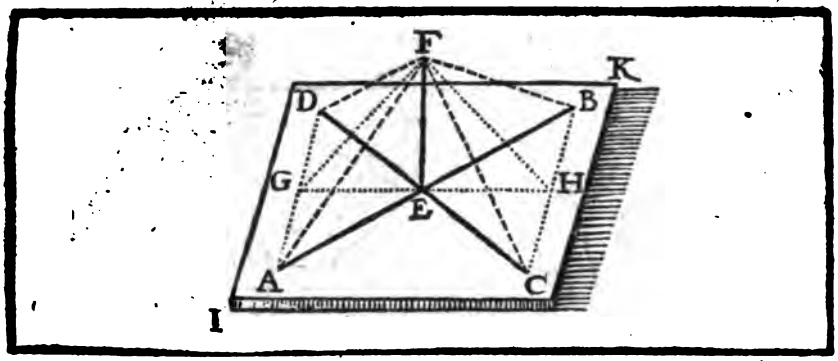
Wil man diß nicht glauben/ſondern einwerffen/es wäre in der Fläche ABC die gerade Durchſchnitts-Lini IKH (wenn es doch möglich iſt)/ und in der Fläche DEFG die andere gemeine gerade Durchſchnitts-Lini ILH.

Darauff aber geantwortet wird/doch auff ſolche Weiſe (indeme beyde gerade Linien IKH/und ILH aus einerley Ende gezogen werden) den Platz IKHL einſchlieſſeten.

So aber nicht ſeyn kan: 11. 12. ax. 1.

Dahero nothwendig zu ſagen iſt/daß der gemeine Durchſchnitt HI nur eine gerade Lini allein ſeye.

Welches zu beweiſen ware.



Die IV. Vorgab. Betrachtung.

Wann eine auß dem gemeinen Durchſchnitt gezogene gerade Lini auff zwey geraden Linien (welche einander ſich durchſchneiden/ bleyrecht ſtehet: ſo wird ſie auch auff der Fläche/ welche durch die zwey gerade Linien durchgezogen verſtanden wird/ oder darauff ſie würcklich liegen/ bleyrecht ſtehen.

Es iſt gegeben/ daß die gerade Lini EF bleyrecht ſtehe auff denen geraden Linien AB/ und CD/ welche einander ſich durchſchneiden in E/ alſo/ daß die ∠ AEF. DEF. BEF. CEF. vier rechte ∠ ſeint. Dieſem nach ſagt man/ daß dieſelbe Lini EF auch auff der Fläche IK/ auff welcher die gerade Linien AB und CD liegen/ bleyrecht ſtehe.

Das iſt/ eine jede nach Gefallen genommene gerade Lini auff der Fläche IK/ und durch den gemeinen Durchſchnitts-Punct E gezogene/ gleich wie die gerade Lini GEH wird jederzeit mit EF einen rechten Winckel machen.

Zubereitung.

Mache EA. ED. EB. EC einander gleich.

Ziehe AD und CB zuſammen: ſo wird hierdurch die nach Gefallen genommene Lini GEH in denen Puncten G und H durchgeſchnitten.

Hange AF. GF. DF. BF. HF. CF zuſammen. Dieſem nach/

Beweiß.

In denen △ FEA. FEB. FEC. FED iſt die Seiten EF allen gemein.

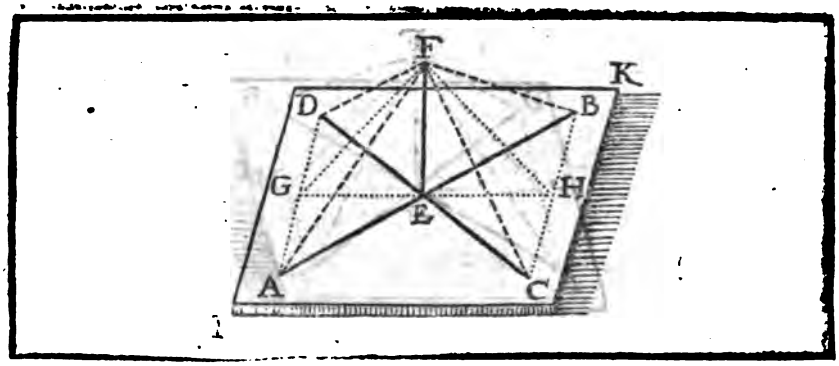
Und die Seiten EA. ED. EB. EC. ſeynd einander ∏ gemacht worden. d. d. Zub.
und die ∠ AEF. DEF. BEF. CEF ſeynd auch einander gleich. d. d. Vorg.

Folget/ daß auch die Baſen AF. DF. BF. CF einander gleich ſeint. d. 4. 1.

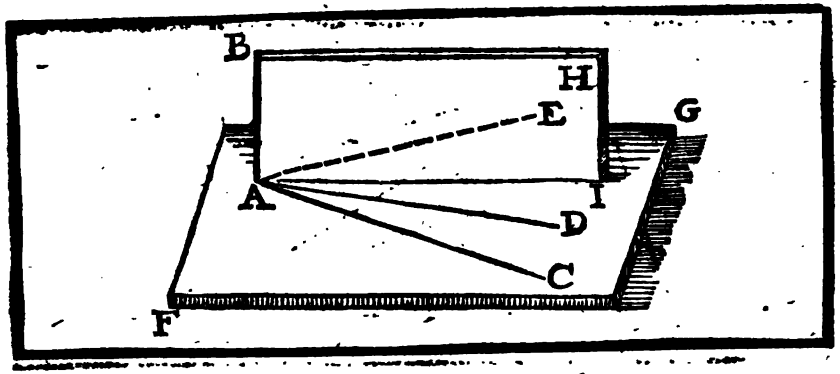
Ferners/ in denen zwey △ AED/ und CEB/ ſeint
Die zwo Seiten EA. ED ∏/ denen zwo Seiten EC. EB. d. d. Zub.
und der ∠ AED ∏/ dem gegenüberſtehenden ∠ CEB. d. 15. 1.

Dahero auch AD ∏ ſeyn werde/ der CB. d. 4. 1.

Und alſo der ∠ EDA ∏/ dem ∠ ECB. u. ſ. f.



Nunmehro in denen zwey △ DGE / und CHE.
ist der ∠ DEG ∏ / dem ∠ CEH / d. 15. 1.
Der ∠ GDE / ist auch bewiesen worden ∏ / dem ∠ ECH. d. 8. Vorg.
und die Seiten ED ist auch ∏ / der Seiten EC. d. d. Zub.
Folget / daß die Seiten DG. GE ∏ seint / denen Seiten CH. HE. d. 26. 1.
Mehrmahlen in denen zwey △ AFD / und CFB.
seynd die zwo Seiten AF. DF ∏ / denen zwo Seiten CF. BF. d. d Vorg
und die Basis AD ist schon bewiesen worden / der Basis CB.
Deßwegen die drey ∠ eines △ ∏ seint / denen drey ∠ deß andern △ / d. 8. 1.
Als wie der ∠ FDA ist ∏ / dem ∠ FCB. u. s. f.
Weilen aber in denen zwey △ FDG und FCH ist bewiesen worden /
daß die zwo Seiten FD / DG ∏ seind / denen zwo Seiten FC. CH /
und der ∠ FDG ∏ seye / dem ∠ FCH.
So wird auch die Basis GF ∏ seyn / der Basis FH. d 4. 1.
Letztlich in denen zwey △ FEG / und FEH ist
die Seiten EF beyden △ gemein.
Und die zwo Seiten EG / GF ∏ / denen zwo Seiten HE / FH. d. d. Vorg.
Dahero auch der ∠ FEG ∏ ist / dem ∠ FEH. d. 8. 1.
Und deßwegen beyde ∠ zwey rechte seyn werden / und d. 10. def. 1.
die Lini EF auff der / nach Gefallen durch E gezogener geraden
Lini GEH bleyrecht stehen. u. s. f.
Diese GEH aber lieget auff der Fläche IK / worauff die andere d. d. Zub.
zwey Linien AB CD liegen.
Folget letztlich / daß auch EF auff derselben Fläche IK bleyrecht stehe. d. 3. def. 11.
Welches zu beweisen ware.



Die V. Vorgab. Betrachtung.

Wann eine gerade Lini auff drey geraden Linien (welche in einem Punct ſich einander berühren) bleyrecht ſtehet; ſo werden ſolche drey Linien auff einer Fläche allein liegen.

Es iſt gegeben / daß die gerade Lini AB auff denen drey geraden Linien AC. AD. AI / welche einander ſich im Punct A berühren / bleyrecht ſtehen. Dieſem nach ſaget man / daß dieſe drey Linien AC. AD. AI auff einer Fläche allein / nemlich auff der Fläche FG liegen.

Beweiß.

Wil man es nicht zulaſſen: ſo ſeye dann / daß eine auß ihnen / nemlich AI / nicht auff der Fläche FG / ſondern von derſelben erhöhter / als wie AE ſeye.

Unterdeſſen ſeye aber durch BA und AE die Fläche AH gezogen / welche die Fläche FG unterhalb der erhöhten AE durchſchneiden / und den gemeinen Durchſchnitt AI / welcher zugleich die gerade Lini AI iſt / machen werde. d. 3. 11.

Nun iſt klar / weilen AB bleyrecht auff AC und AD ſtehet / d. d. Vorg.
daß dieſelbe AB auch bleyrecht auff der Fläche FG ſtehen werde. d. 4. 11.
und folgends auch bleyrecht auff dem Durchſchnitt AI. d. d. ſelb.

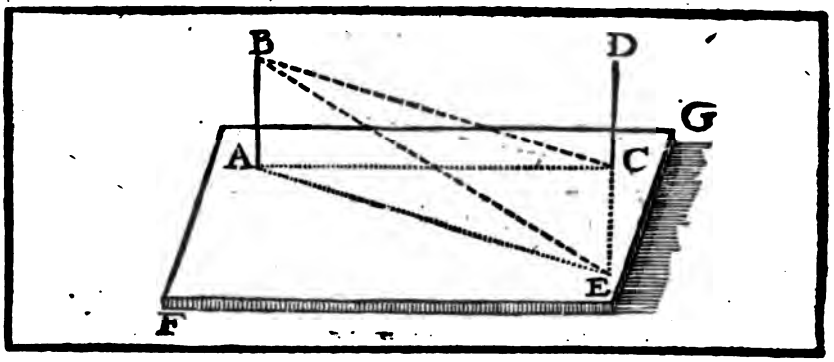
Dahero iſt der ∠ BAI ein rechter ∠.
Es muß auch der ∠ BAE ein rechter ∠ ſeyn. d. d. Vorg.

Folget / daß alſo der ∠ BAE ⊓ ſeye / dem ∠ BAI.
(: dann beyde auff der Fläche AH wären)

So aber nicht ſeyn kan; daß nemlich ein Theil ⊓ ſeye / ſeinem Gantzen.

Darum ſchlieſſet man / daß die drey Linien AC. AD. AI. nur auff der Fläche FG allein liegen.

Welches zu beweiſen ware.



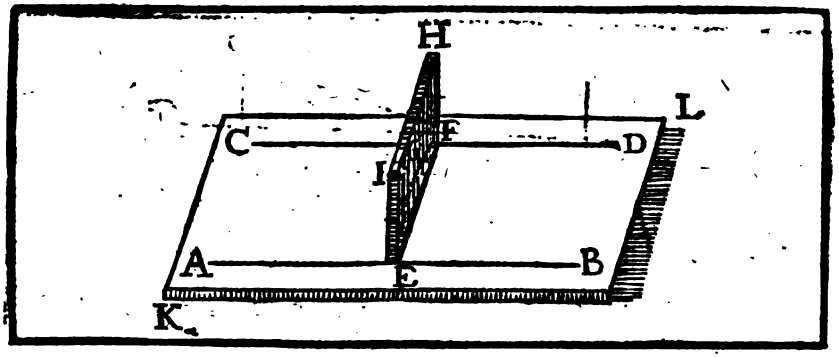
Die VI. Vorgab. Betrachtung.

Wann zwey gerade Linien auff einerley Fläche bleyrecht ſtehen: ſo ſeynd ſothane Linien einander Parallel.

Es ſeynd gegeben die zwey gerade Linien AB. CD/ welche bleyrecht ſtehen auff der Fläche FG. Dieſem nach ſaget man/ daß ſie einander Parallel ſeynd. Ziehe vorhero A. C. zuſammen/ ſo iſt klar/ daß die ∠ BAC. DCA zween rechte ſeynd; hernach in der Fläche FG auff AC erhöhe die bleyrechte EC. Mache EC ⊓/ der AB. Letztlich ziehe zuſammen AE. BE. BC.

Beweiß.

In denen zwey △ CAB/ und ACE iſt die Seite AC beyden △ gemein.
und die Seiten AB ⊓/ der Seiten CE. d. d. Zuh.
und der ∠ BAC ⊓ dem ∠ ACE (dann beyde rechte ſeynd).
Dahero auch die Baſis BC ⊓ iſt/ der Baſis AE. d. 4. I.
Abermahlen in denen zween △ BEA. CBE iſt die Baſis BE beyden △ gemein.
und die zwo Seiten AB. AE ſeynd ⊓ bewieſen denen zwo Seiten CE. BC.
Folget/ daß auch der ∠ BAE ⊓ ſeye/ dem ∠ BCE. d. 8. I.
der ∠ BAE iſt aber ein rechter; dahero auch der ∠ BCE ein rechter iſt.
Es iſt auch der ∠ DCE ein rechter. d. 3. def. II.
Deßwegen wird die Lini EC auff denen drey Linien CD. CB. CA I. ſtehen.
und folgends die drey Linien CD. CB. CA. werden auff einer Fläche liegen. d. 5. II.
Das iſt; CD iſt in der Fläche/ welche durch die Linien CD. CB. CA gezogen/ verſtanden wird.
So iſt auch AB in derſelben Fläche/ in welcher CB. CA ſeynd. d. 2. II.
Dahero ſeynd CD und AB in einer Fläche.
Dieweilen nun die inwendige ∠ BAC. DCA zween rechte ∠ ſeynd. d. d. Vorg.
So wird letztlich AB ═ ſeyn/ der CD. d. 28. I.
Welches zu beweiſen ware.



Die VII. Vorgab. Betrachtung.

Wann zween Puncten in zweyen Parallel-Linien genommen/ und mit einer geraden Lini zuſammen gezogen werden: ſo wird ſothane Lini in derſelben Fläche / worauff die Parallel ſeynd/ liegen.

Es iſt gegeben/ daß in denen zwey Parallel-Linien AB/ CD/ zween Puncten/ gleich wie E und F/ nach Gefallen ſeynd genommen/ und mit einer geraden Linien zuſammen gezogen worden. Dieſem nach ſagt man/ daß die gerade Lini EF eben auff derſelben Fläche KL/ worauff die Parallel-Linien ſeynd/ liege.

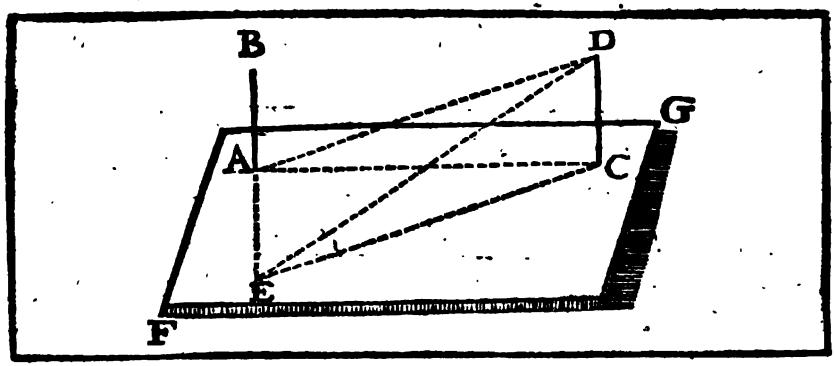
Beweiß.

Solte man es nicht geſtehen/ ſondern einwenden/ daß die gerade Lini EF nicht auff der Fläche KL/ ſondern gleich wie EGF/ auſſerhalb derſelben/ in einer andern Fläche IH/ (welche verſtanden wird durch die zween Puncten E und F durchgezogen zu ſeyn) lige.

Worauff aber folgete/ daß hier durch zwey gerade Linien EGF und EF/ welche aus einerley Endes Puncten E und F gezogen ſeint/ den Platz EGF einſchlieſſeten/ welches ungereimt iſt. d. 12. ax. 1.

Dahero ſchlieſſet man/ daß die gerade EF nothwendig auff derſelben Flache KL/ worauff die Parallel-Linien AB/ CD ſeynd/ liege.

Welches zu beweiſen ware.



Die VIII. Vorgab. Betrachtung.

Wann zwey Parallel-Linien ſeint/ von welcher eine auff einer Fläche bleyrecht ſtehet/ ſo wird auch die andere auff derſelben Fläche bleyrecht ſtehen.

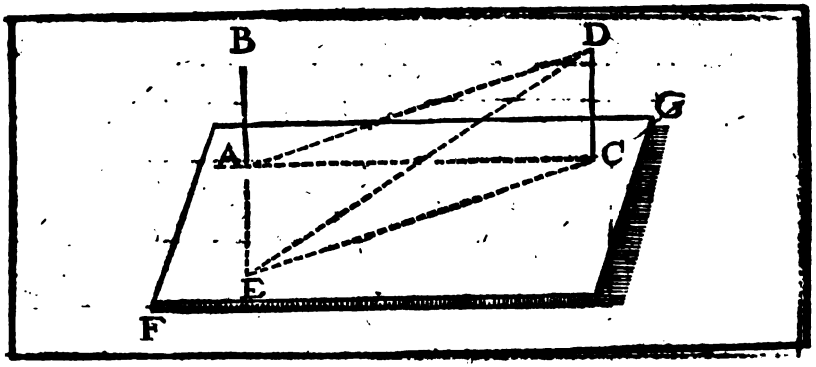
Es iſt gegeben/ daß die zwey Linien AB und CD einander Parallel ſeint/ und daß die eine CD auff der Fläche FG ⊥ ſtehe. Dieſem nach ſagt man/ daß auch die andere AB auff derſelben Fläche FG bleyrecht ſtehe.

Zubereitung.

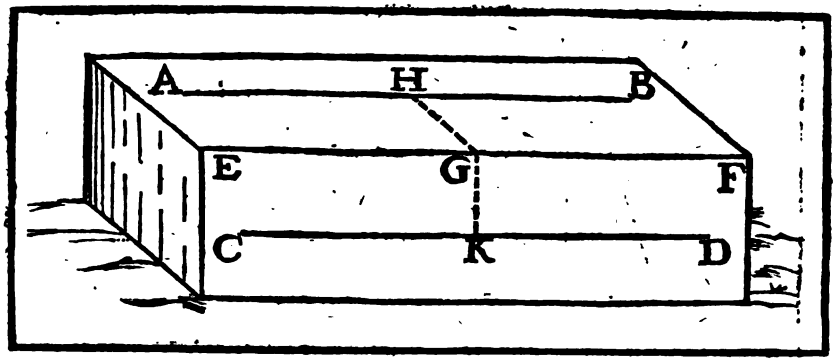
Ziehe AC und AD zuſammen.
Auff AC und auff A/ mache die ⊥ AE ⊓ / der Lini CD.
Hange EC/ und ED zuſammen.

Beweiß.

Erſtlich iſt klar (weilen die gezogene gerade Lini AC auff der Fläche FG lieget/ worauff auch CD ⊥ ſtehet) / daß der ∠ DCA ein rechter ſeye. d. 3. def. 11.
Es ſeynd unterdeſſen die zween ∠ DCA/ und BAC ⊓ / zwey rechten ∠. d. 29. 1.
Folget/ daß auch der ∠ BAC ein rechter ∠ ſeye.
Nunmehro ſeynd in denen zween △ DCA/ und EAC
die Seiten CD ⊓ / der Seiten AE/ und die Seiten AC iſt beyden △ gemein/ d. d. Zub.
und der ∠ DCA ⊓ / dem ∠ BAE (dann ſie beyde rechte ſeynd).
Dahero iſt auch die Baſis AD ⊓ / der Baſis EC. d. 4 1.
Abermahlen in denen zween △ DCE und EAD iſt die Seiten ED beyden △ gemein / und die Seiten CD iſt ⊓ / der Seiten AE/ d. d. Zub.
ſo iſt auch bewieſen worden/ daß AD ⊓ ſeye / der EC.



Folget / daß der △ DCE ∏ ſeye / dem △ EAD.
und alſo der ∠ DCE ∏ / dem ∠ EAD. d. 5. 1.
Der ∠ DCE iſt aber ein rechter ∠. d. 3. def. 1.
Dahero auch der ∠ EAD ein rechter ∠ ſeyn werde.
Weilen nun die gerade Lini EA auff beyden geraden Linien
AC und AD ⊥ ſtehet.
So ſtehet ſie auch ⊥ auff der Fläche (welche durchgezogen zu ſeyn
durch die Linien AC und AD verſtanden wird) d. 4. 11.
In ſelbiger Fläche aber ſtehet auch die gerade Lini BA.
(dann AC / und AD ſeynd in derſelben Fläche / worauff die Parallel- d. 7. 11.
Linien AB und CD ſiegen).
Dahero ſtehet die gerade Lini EA auch ⊥ auff AB.
Auß dieſen ſchlieſſet man / daß alſo AB / indeme ſie ſo wol auff EA /
als auff AC / ⊥ ſtehet (auch auff der Fläche / welche durch EA und
AC durchgezogen verſtanden wird (das iſt / auff der Fläche
FG) ⊥ ſtehe. d. 4. 11.
Welches zu beweiſen ware.



Die IX. Vorgab. Betrachtung.

Gerade Linien / welche einer andern geraden Lini Parallel seynd (obwolen sie nicht auff einerley Fläche liegen /) seynd auch unter einander Parallel.

Es seynd gegeben AB/ und CD ‖ / der geraden Lini EF; wie wohl nun AB und CD in verschiedenen Fläche liegen/ so saget man/ daß dennoch AB ‖ seye/ der CD. und dahero alle drey Linien AB/ EF/ CD einander ‖.

Zubereitung.

Auff der Fläche ABFE ziehe auß AB nach Gefallen an die Lini EF die ⊥ HG. d. 11. 1.

Wiederumb auff der Fläche EFDC ziehe auß CD in Punct G die ⊥ GK. d. 12. 1.

Beweiß.

Weilen EF ⊥ ist beyden GH und GK. d. d. Zub.

so wird sie auch ⊥ stehen auff der Fläche / welche durchgezogen verstanden wird/ durch HGK. d. 4. 11.

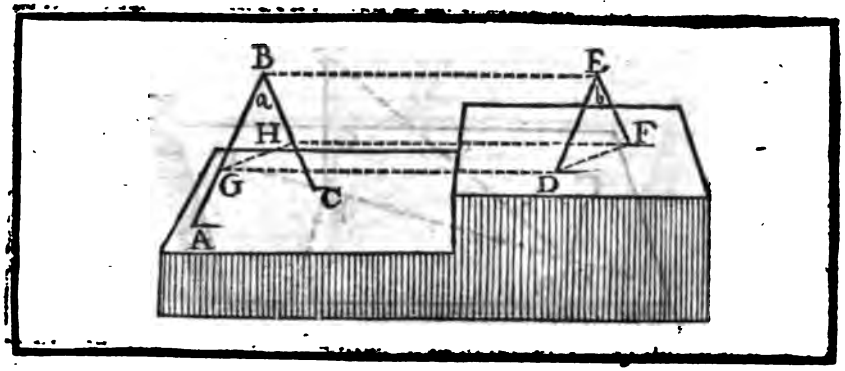
Unterdessen ist gegeben / daß AB ‖ seye/ der EF/ und EF ist bewiesen worden / daß sie ⊥ seye auff der Fläche/ welche durch HGK gezogen verstanden wird.

Folget/ daß auch AB auff eben derselben Fläche ⊥ stehe. d. 8. 11.

auff solche Weise stehet auch CD auff derselben Fläche ⊥.

Dahero schliesset man/ weilen die gerade Linien AB/ CD auff einer Fläche/ nemlich auff der Fläche/ welche durch HGK gezogen verstanden wird/ ⊥ stehen/ daß AB ‖ seye/ der CD. d. 6. 11.

Welches zu beweisen ware.



Die X. Vorgab. Betrachtung.

Wann zwey gerade Linien / welche ſich einander anrühren / Parallel ſeind / andern zwey geraden Linien / welche ſich auch einander anrühren; wiewolen ſie nicht auff einer Fläche allein liegen oder ſtehen; ſo werden ſie dannoch gleiche Winckeln machen.

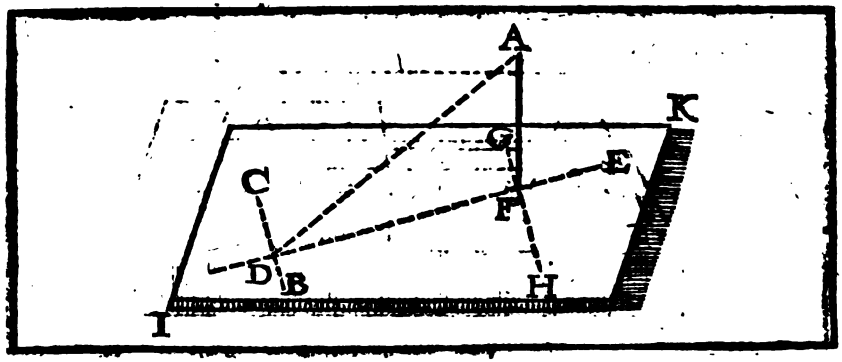
Es ſeynd gegeben die gerade Linien AB / CB / welche ſich anrühren in B / und Parallel ſeint / denen zwo geraden Linien DE / FE / welche ſich anrühren in E / es ſeint auch AB / CB in einer verſchiedenen Fläche / als DE / FE. Dieſem nach ſaget man / daß nichts deſtoweniger der ∠ a ⊓ ſeye / dem ∠ b.

Zubereitung.

Mache BG ⊓ / ED / und BH ⊓ / der EF.
Hange zuſammen GD / BE / HF / und GH / DF.

Beweiß.

Die Lini GB iſt ⊓ / und = / der Lini DE. — d. d. Zub. und d. Vorg.
Dahero iſt die Lini GD auch ⊓ / und = / der Lini BE. — d. 33. 1.
Eben auff ſolche Weiſe iſt die Lini HF ⊓ / und = / der Lini BE.
und folgends die Lini GD ⊓ / und = / der Lini HF. — d. 9. 11. und ax. 1.
Auch deßwegen iſt die Lini GH ⊓ / und = / der Lini DF. — d. 33. 1.
Weilen nun in denen zween △ GBH / und DEF / die zwo Seiten GB und HB ⊓ ſeynd / denen zwo Seiten DE / und FE. d. d. Zub. und die Baſis GH iſt ⊓ bewieſen worden / der Baſis DF.
So folget letzlich / daß der ∠ a ⊓ ſeye / dem ∠ b. — d. 8. 1.
Welches zu beweiſen war.



Die XI. Vorgab. Handgriff.

Auß einem Puncten in der Höhe (gleichwie aus A) eine bleyrechte Lini (nemlich AF) in die untergelegte Fläche (IK) herunter zu lassen.

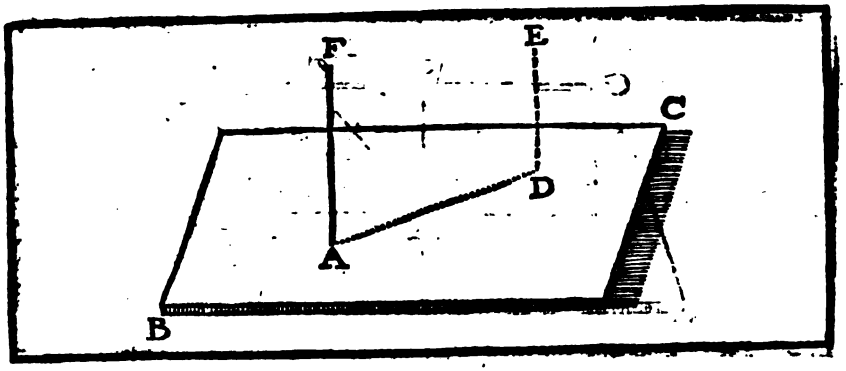
Handgriff.

Ziehe auff der Fläche IK nach Gefallen eine gerade Lini CB.
Auß A ziehe auff CB hinunter/ die ⊥ AD. d. 12. 1.
Mache auß dem Punct D auff CB die ⊥ DE. d. 11. 1.
Auß A auff DE/ lasse herunter die ⊥ AF fallen. d. 12. 1.
Nun sage ich/ daß AF auch ⊥ stehen werde auff der Fläche IK.
Ziehe vorhero durch F die Lini GFH ═/ der Lini CDB. d. 31. 1.

Beweiß.

Die gerade Lini BC ist ⊥ auff beyen zwo Linien DA und DE. d. d. Hand.
Darum stehet sie auch ⊥ auff der Fläche/ welche durch DA und DE gezogen/ verstanden wird. d. 4. 11.
Weilen auch GH ═ ist/ der CDB/ so wird eben GF ⊥ stehen/ auff derselben Fläche/ welche durch DA und DE gezogen verstanden wird. d. 8. 11.
Indeme aber AF in derselben Fläche/ worauff die Linien DA/ und DE seint/ lieget/ und GF in F berühret.
So wird der ∠ GFA ein rechter ∠ seyn. d. 3. def. 11.
Es ist auch der ∠ AFD ein rechter ∠ gemacht worden. d. d. Hand.
Dahero/ weilen AF auff den zwey Linien DE und GF ⊥ stehet/ so wird dieselbe AF auch ⊥ auff der Fläche IK stehen. d. 4. 11.

Welches zu machen ware.



Die XII. Vorgab. Handgriff.

Auff einer Fläche / und auß einem darauff gegebenen Puncten eine bleyrechte Lini zu erhöhen.

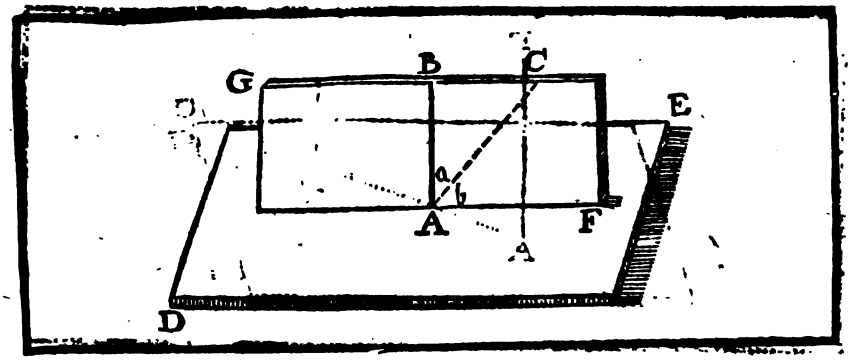
Es ist gegeben auff der Fläche BC der Punct A/ auß welchem eine ⊥ zu erhöhen seye.

Handgriff.

Nehme nach Gefallen in der Höhe den Punct E.
Lasse auß E die bleyrechte Lini ED hinunter fallen. d. 11. lib.
Auß dem Punct A ziehe AF = / der DE. d. 31. I.
so wird AF die verlangte ⊥ seyn/ welche auff der Fläche BC hat sollen erhöhet werden.
Ziehe A. D. zusammen.

Beweiß.

Die Lini AF ist = / der DE. d. d. Hand.
Die Lini DE aber stehet ⊥ auff der Fläche BC. d. d. Vorg.
Folget/ daß auch die Lini AF ⊥ stehe auff derselben Fläche BC. d. 8. II.
Welches zu machen ware.



Die XIII. Vorgab. Betrachtung.

Auß einem Puncten auff einer Fläche/ kan nur eine bleyrechte Lini auff einerley Seiten erhoben werden.

Es ist gegeben die Fläche DE/ und der Punct A darauff. Diesem nach sagt man/ daß auß dem gegebenen Punct A nicht mehr bleyrechte / als nur die eine AB. auff einerley Seiten könne erhoben werden.

Beweiß.

Wann es möglich ist/ zulasse man / daß zu einem Exempel die zwey bleyrechte AB. BC auß dem Punct auff der Fläche DE seynd erhoben worden.

Seye unterdessen verstanden / als wann die Fläche GF durch beyde ⊥ AB/ AC/ (welche dahero auff einer Fläche seynd) gezogen wäre.

Diesem nach folget (weilen beyde Linien AB. AC ⊥ auff der Fläche DE seynt)/ daß der ∠ a = b und der ∠ b zwey rechte ∠ seynd. d.3.def.11.

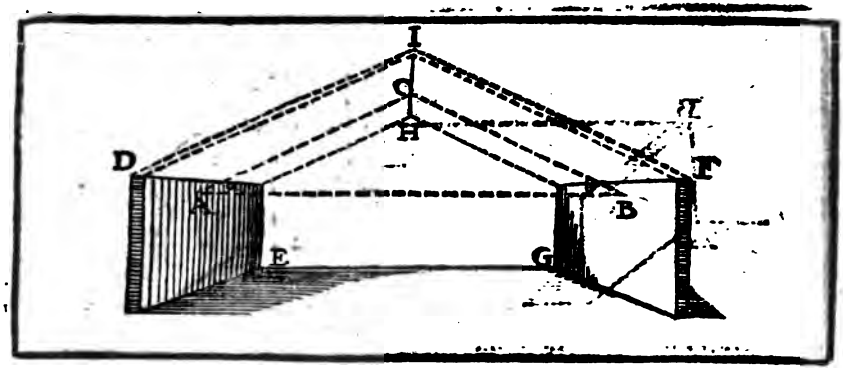
und darumb einander gleich / (nemlich ein gantzes seinem Theil)/ welches ungereimt ist.

Darauß dann zu schliessen ist/ daß auff der vorgegebenen Fläche DE/ und auß dem darauff gegebenen Punct A nur eine ⊥/ gleichwie AB/ auff einerley Seiten kan erhoben werden;

Welches zu beweisen ware.

Anmerckung.

So können auch nicht zwey ⊥ auß einem Punct/ welcher in der Höhe ist/ auff die unterlegte Fläche gezogen werden. Die Ursach ist/ daß (wann solche zwey ⊥ auff einer Fläche allein gezogen würden) wegen gleichen / das ist / rechten ∠ sothane ⊥ einander = wären. (d. 6. 11.) Diß aber ist ungereimt/ massen sie auß einem Puncten gezogen seynd.



Die XIV. Vorgab. Betrachtung.

Diejene Fläche/ darauff eine gerade Lini beyderseits bleyrecht stehet/ seynd einander Parallel.

Es ist gegeben / daß die gerade Lini AB beyderseits bleyrecht stehet auff denen Fläche DE und GF, Diesem nach sagt man/ daß die Fläche DE = seye / der Fläche GF.

Beweiß.

Sagete man / es wären die zwey Fläche DE/ FG nicht einander = ; so gebt man stracks zur Antwort / daß solche dann/ nothwendig gegen einer Seiten werden zusammen kommen müssen; Seye dahero ihr gemeiner Durchschnitt HI,

In diesem Durchschnitt nehme ohngefehr den Punct C/ und ziehe AC und BC auff denen Fläche DE und GF.

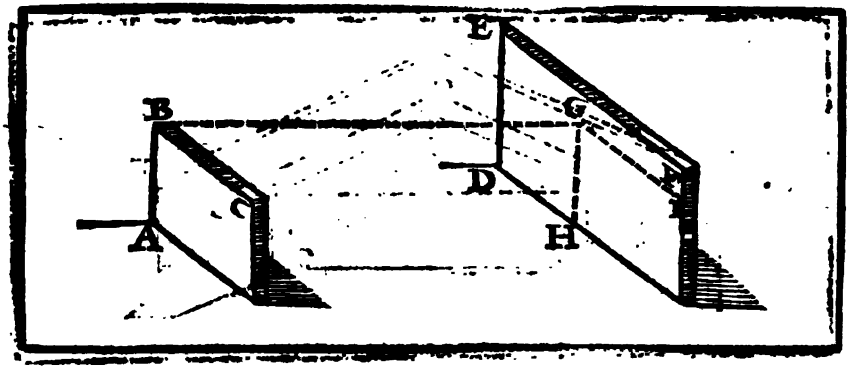
Dieweilen nun die gerade Lini AB/ so wohl auff der Fläche DE/ als auff der Fläche GF ⊥ stehet. d.d. Vorg.

So folget/ daß in dem △ ACB/ die zwey ∠ a und b zwey rechte ∠ seynd.

Diß aber kan nicht seyn / massen alle drey ∠ sammentlich eines △ nur zwey rechten ∠ gleich seint. d.17.1.

Dahero schliesset man/ daß noch wahr seye / daß die Fläche DE/GF/ worauff beyderseits die gerade Lini AB ⊥ stehet/ einander = seynd.

Welches zu beweisen ware.



Die XV. Vorgab. Betrachtung.

Wann zwey gerade Linien / welche einander sich berühren / Parallel seynd zweyen andern geraden Linien / welche sich auch in einem Punct berühren / nicht aber auff einerley Fläche liegen: so seynd auch die Fläche / welche durch solchane Linien gezogen werden / einander Parallel.

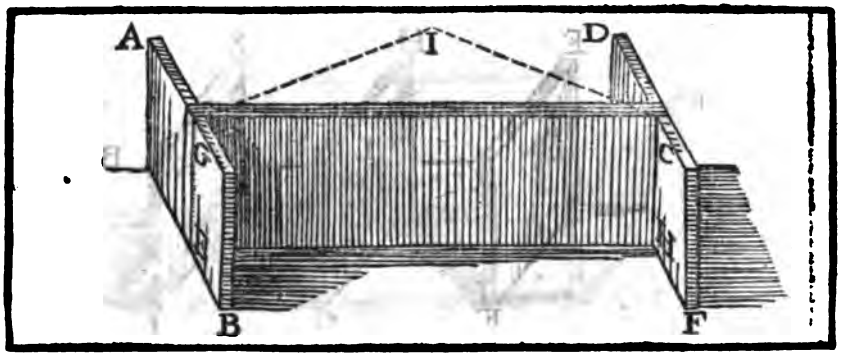
Es ist gegeben / daß die zwey gerade Linien AB / BC / welche sich in B berühren / = seynt / andern zwey geraden Linien DE / EF / welche sich auch berühren in E / und in einer andern Fläche liegen. Diesem nach sagt man / daß die Fläche ABC und DEF / welche durch die Linien AB / BC / und DE / EF gezogen worden / einander = seynd.

Ziehe vorhero auß B die Lini GB ⊥ auff die Fläche DEF. d. 11. 11.
Hernach auß G ziehe GH und GI = denen ED und EF. d. 31. 1.

Beweiß.

Es ist klar / daß die Linien GH / GI = seynt / denen BA und BC. d. 9. 11.
Nunmehro / weilen BC = ist / der GI.
so werden die zween ∠ GBC und BGI □ seyn / zween rechten ∠. d. 29. 1.
Der ∠ BGI aber / ist ein rechter gemacht worden. d. d. Zub.
Darumb auch der ∠ GBC ein rechter ∠ seyn werde.
Eben auff diese Weise wird bewiesen / daß auch der ∠ GBA ein rechter seye.
Darauff folget / daß also die Lini GB ⊥ auff der Fläche ABC stehe. d. 4. 11.
Es ist auch dieselbe GB ⊥ gemacht worden auff der Fläche DEF d. d. Zub.
Dahero schliesset man / daß die Fläche ABC = seye / der Fläche DEF. d. 14. 11.

Welches zu beweisen ware.



Die XVI. Vorgab. Betrachtung.

Wann zwey Parallel-Fläche mit einer andern Fläche durchſchnitten werden / ſo werden auch ihre gemeine Durchſchnitte einander Parallel ſeyn.

Es iſt gegeben / daß die zwey Parallel-Fläche AB / DF mit der Fläche EGCH durchſchnitten worden ſeynd. Dieſem nach ſaget man / daß ihre gemeine Durchſchnitte EG / HC auch einander Parallel ſeynd.

Beweiß.

Wil man es nicht geſtehen / daß dieſe zwey Durchſchnitte / oder gerade Linien EG / HC einander = ſeyn / ſo werden ſie nothwendig in einen Punct (geſetzt als wie in I) zuſammen kommen müſſen.

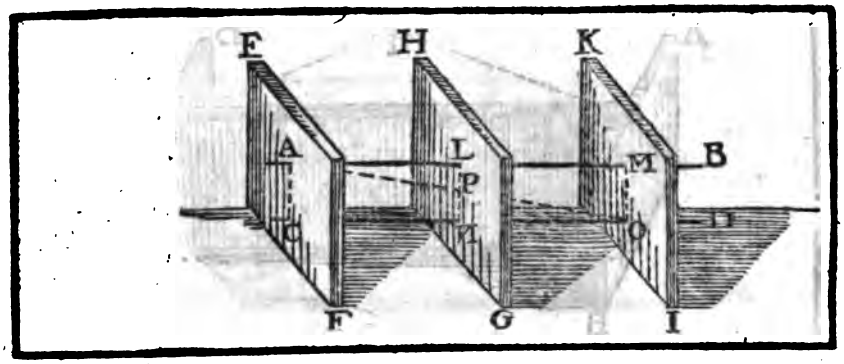
Worauff aber folget / daß nothwendig die Fläche AB und DF auch in denſelben Punct I werden zuſammen kommen / und ſich alldorten durchſchneiden müſſen.

(dann die gerade Linn EGI völlig auff der Fläche AB / und die gerade Linn HCI völlig auff der Fläche DF zu ligen kommen).

Diß aber kan nicht ſeyn / indem die Fläche AB anfänglich = d. d. Vorg. gegeben worden iſt / der Fläche DF.

Dahero noch warhafftig iſt / daß die gemeine Durchſchnitte EG und HC einander = ſeyn müſſen.

Welches zu beweiſen ware.



Die XVII. Vorgab. Betrachtung.

Zwey gerade Linien werden mit Parallel-Fläche proportionirlich durchschnitten.

Es seynd gegeben die zwey gerade Linien AB/ CD/ welche durchschnitten seynd von denen Parallel-Fläche EF/ HG/ KI/ in denen Puncten A/ L/ M/ und C/ N/ O. Diesen nach sagt man/ daß die zwey gerade Linien AB/ CD proportionirlich durchschnitten seynd/ nemlich daß seye AL/ LM :: CN/ NO.

Zubereitung.

Ziehe AC/ MO zusammen.

So lange auch AO mit einer geraden Linì zusammen/ welche die Fläche HG durchschneidet in Punct P.

Ziehe PL/ PN zusammen.

Beweiß.

Nunmehro/ weilen die Parallel-Fläche KI/ HG durchschnitten seint mit der Fläche deß △ AOM.

So werden ihre gemeine Durchschnitte MO/ LP einander — seyn. d. 16. 11.

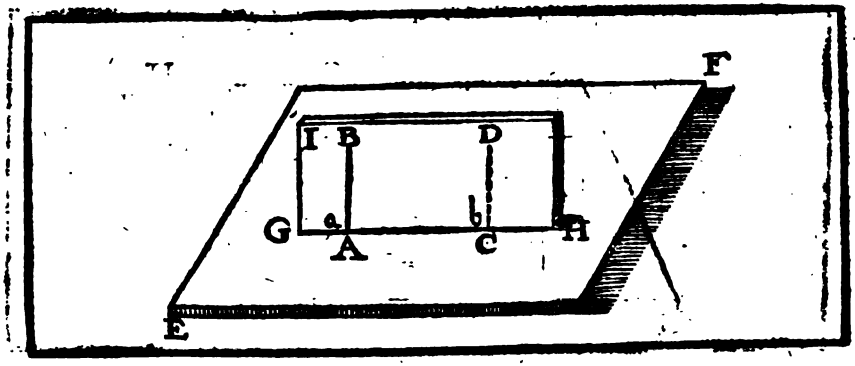
Eben auff diese Weise werden AC/ und PN einander — seyn.

Dessentwegen ist AP/ PO :: AL. LM. d. 2 6.

und auch AP/ PO :: CN/ NO.

Letzlich AL/ LM :: CN. NO. d. 9. 5.

Welches zu beweisen ware.



Die XVIII. Vorgab. Betrachtung.

Wann eine gerade Lini auff einer Fläche bleyrecht ſtehet: ſo werden alle die jene Fläche/ welche durch dieſe gezogen werden / auch auff derſelben Fläche bleyrecht ſtehen.

Es iſt gegeben die Lini AB ⊥ auff der Fläche EF. Dieſem nach ſagt man / daß alle Fläche / gleich wie die Fläche GIH/ welche durch AB gezogen ſeynd/ auch ⊥ auf derſelben Fläche EF ſtehen.

Beweiß.

Geye erſtlich der gemeine Durchſchnitt der Fläche GIH und EF die gerade Lini GH.

Nehme darauff nach Gefallen den Punct C

Auß C in der Fläche GIH ziehe CD ═/ der AB. 9. 31. 1.

Dieſem nach/ weilen die Lini AB ═ iſt/ der Lini CD/

Die Lini AB aber gegeben iſt ⊥ auff der Fläche EF. d. d. Vorg.

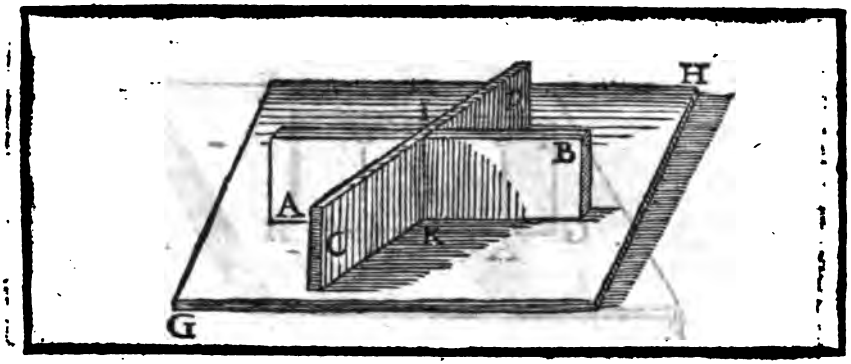
So wird CD auch auff derſelben Fläche EF ⊥ ſtehen. d. 8. 11.

und darumb iſt ſie auch ⊥ auff dem gemeinen Durchſchnitt GH. d. 3. def. 11.

Auff ſolche Weiſe werden alle Linien / welche in der Fläche GIH der geraden Lini AB ═ gezogen ſeynd / ⊥ auff der Fläche EF/ und folgends auch ⊥ auff dem gemeinen Durchſchnitt GH. ſtehen.

Und dahero muß auch die Fläche GIH auff der Fläche EF ⊥ ſtehen. d. 4 def. 11.

Welches zu beweiſen ware.



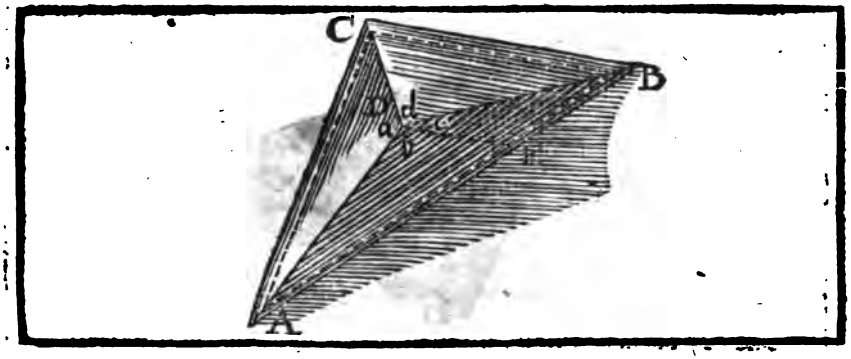
Die XIX. Vorgab. Betrachtung.

Wann zwey Fläche sich einander durchschneiden / und auff einerley Fläche bleyrecht stehen: so wird auch der Gemeine Durchschnitt auff derselben Fläche bleyrecht stehen.

Es seyn gegeben die zwey Fläche AB / CD / welche bleyrecht auff der Fläche GH stehen / und sich einander durchschneiden. Diesem nach sagt man / daß auch ihr gemeiner Durchschnitt KI auff derselben Fläche Bleyrecht stehe.

Beweiß.

Die zwey Fläche AB und CD stehen ⊥ auff der Fläche GH. d. d. Vorg.
Dahero kan auff der Fläche GH auß dem gemeinen Punct K
In beyde Fläche AB und CD eine ⊥ gezogen werden. d. 4. def. 11.
Auß einem Punct K aber können nicht mehr / als nur
eine ⊥ (gleich wie KI) auff der Fläche GH erhoben werden. d. 13. n.
Folget dahero / daß der gemeine Durchschnitt KI (welcher die-
selbe einige Lini ist) ⊥ auff der Fläche GH stehen müsse. d. 3. 11.
Welches zu beweisen ware.



Die XX. Vorgab. Betrachtung.

Wann drey flache Winckeln einen dichten Winckel machen; so werden darvon/ zwey zusammen genommen allzeit gröſſer seyn/ als der dritte Winckel allein.

Es ist gegeben der dichte ∠ D zusammengesetzter von denen drey flachen ∠ a/ d und b → c: Diesem nach sagt man/ daß auß diesen dreyen ∠ zwey zusammen genommen/ allzeit ⌜ seint/ als der dritte allein.

Wann nun erstlich alle drey ∠ a/ d/ b → c einander gleich seint/ so ist klar/ daß auß diesen zwey zusammen genommen allzeit ⌜ seint/ als der dritte allein.

Zum anderten/ wann nur zwey einander gleich/ und der dritte ∠ kleiner/ als ein jeder von beyden/ ist: so ist abermal klar/ daß von diesen zwey zusammen genommen/ allzeit ⌜ seint/ als der dritte.

Letztlich/ wann alle drey ∠ einander ungleich seint/ und zwar solcher gestalt/ zu einem Exempel/ daß der ∠ b → c unter ihnen der gröste gesetzt seye.

So beweiset man hiermit/ daß dannoch die zwey gröste zwey ∠ a und d zusammen genommen/ ⌜ seint/ als der gröste ∠ b → c allein.

Zubereitung. Auff der Fläche ADB ziehe nach Gefallen die gerade Lini AB/ und mache mit der Lini DE (welche gezogen wird auß D biß in AB) den ∠ b ⊓ / dem ∠ a. d. 23. 1.

Nehme CD ⊓ der DE/ und hange AC/ CB zusammen.

Beweiß. In denen zwey △ ADC/ und ADE, ist die Seiten AD beyden △ gemein/ und die Seiten CD ⊓ der Seiten DE. d. 8. Zub.

und der ∠ a ⊓ / dem ∠ b.

Dahero ist auch die Basis AC ⊓ / der Basis AE. d. 4. 1.

Unterdessen seint die Seiten AC/ und CB ⌜ / als die Seite AB. d. 20. 1.

Wann man nun von denenselben die zwey gleiche Linien AC/ AE darvon ziehet

So wird doch CB ⌜ verbleiben/ als EB. d. 5. ax. 1.

Nunmehro ist in denen zween △ CDB/ und EDB/ die Seiten DB beyden △ gemein.

Und die Seiten DC ist ⊓ / der Seiten DE.

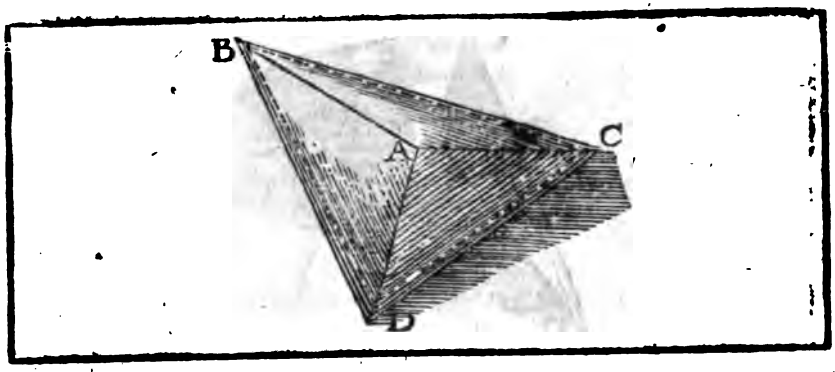
Die Basis CB aber ist ⌜ / als die Basis EB. d. 8 Vorg.

Dahero ist auch der ∠ d ⌜ / als der ∠ c. d. 25. 1.

Wann man nun zu diesen ungl. ∠ d und c die gleiche ∠ a und b beyderseits hinzu setzet;

So folget/ daß auch die zween ∠ a und d ⌜ seint/ als der ∠ b → c. d. 4. ax. 1.

Welches zu beweisen ware.



Die XXI. Vorgab. Betrachtung.

Alle flache Winckeln ſammentlich/ welche einen dichten Winckel machen/ ſeint kleiner/ als vier rechte Winckeln.

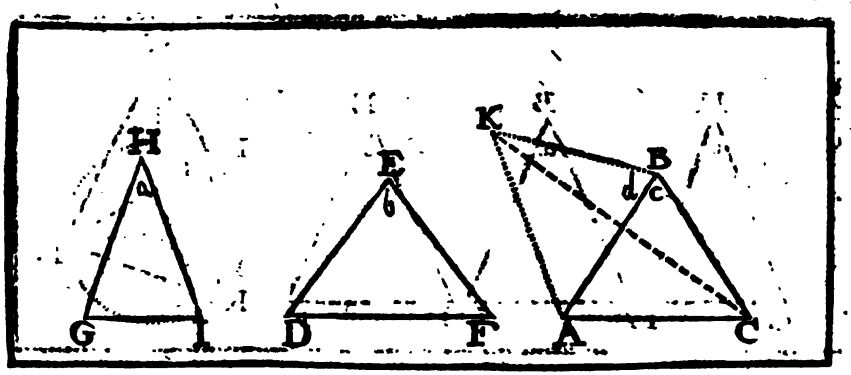
Es iſt gegeben der dichte ∠ A/ ſo zuſammen geſetzt iſt von denen drey flachen ∠ DAB. BAC. CAD. Dieſem nach ſagt man/ daß dieſe drey ∠ ſammentlich ⌝ ſeynt/ als vier rechte ∠.

Zubereitung.

Hange zuſammen die auff der Baſis nach Gefallen genommene Puncten DBC. Worauß entſtehen die drey dichte ∠ bey D/ B/ C/ von denen ein jeder auß drey flachen ∠ zuſammen geſetzt iſt Nemlich der ∠ D iſt von denen ∠ CDB/ CDA/ BDA/ und der ∠ B iſt von denen ∠ DBC/ DBA/ CBA. Letztlich der ∠ C iſt von denen ∠ BCD/ BCA/ DCA zuſammen geſetzt.

Beweiß.

Zu dem dichten ∠ D ſeynd die zween ∠ CDA + BDA ⌜/ als der ∠ CDB. 9.20. 11.
Auff ſolche Weiſe ſeynd auch die zween ∠ DBA + CBA ⌜/ als der ∠ DBC.
Und die zween ∠ BCA + DCA auch ⌜/ als der ∠ BCD.
Das iſt/ die ſechs ∠ CDA + BDA. DBA + CBA. BCA + DCA ſeynd ⌜/ als die drey ∠ CDB. DBC. BCD deß flachen △ CDB.
Unterdeſſen ſeynd die drey letztere ∠ ⊓/ zweyen rechten ∠. 9. 32. 1.
Folget/ daß auch dieſe ſechs ∠ ⌜ ſeynd/ als zween rechte ∠.
Nun aber alle neun ∠/ deren drey △ DAB/ BAC/ CAD ſeynd ⊓ ſechs rechten ∠. 9. 32 Cor. 1.
Wann man jetzund von denen ſechs rechten ∠/ die ſechs ∠ CDA + BDA. DBA + CBA. BCA + DCA (welche ⌜/ als zween rechte ſeynd) abziehet/
So werden die übrige flache ∠ umb A ⌝ ſeyn müſſen/ als vier rechte ∠.
Welches zu beweiſen ware.



Die XXII. Vorgab. Betrachtung.

Wann dreye flache Winckeln ſeynd/ deren jede zwey zuſammen genommen gröſſer ſeynd/ als der dritte; und die Seiten/ welche ſothane Winckeln begreiffen/ einander gleich haben: So iſt möglich/ daß man aus denen geraden Linien/ welche die gleichen Seiten an einander hangen/ einen Triangel machen könne.

Es ſeynd gegeben die drey ∠ a/ b/ c/ darvon zween zuſammen genommen/ gleichwie die ∠ b + c/ jederzeit ⌜ ſeynd/ als der dritte ∠ a; ſolche drey ∠ auch von gleich langen Linien GH/ HI und DE/ EF und AB/ BC begriffen ſeynd. Dieſem nach ſagt man/ daß es möglich ſeye/ auß denen drey Linien GI/ DF und AC/ welche die drey gleiche Seiten an einander hangen/ einen △ zu machen.

Das iſt/ wann bewieſen wird/ daß geſtalt dieſer Sachen/ auß dieſen drey Linien/ zwey zuſammen genommen/ (als wie allhier DF + AC) allzeit ⌜ ſeynd/ als die dritte GI: ſo kan alsdann ein △ gemacht werden. (nach d. 22. 1.)

Mache vorhero den ∠ d ⊓/ dem ∠ b: und BK ⊓/ BA/ ziehe zuſammen KA/ KC.

Beweiß.

Weilen KB ⊓ iſt/ der AB: AB aber ⊓ iſt/ der DE/ oder EF/ und der ∠ d ⊓ gemacht worden iſt/ dem ∠ b: ſo wird KA ⊓ ſeyn der DF. d. 4. 1.

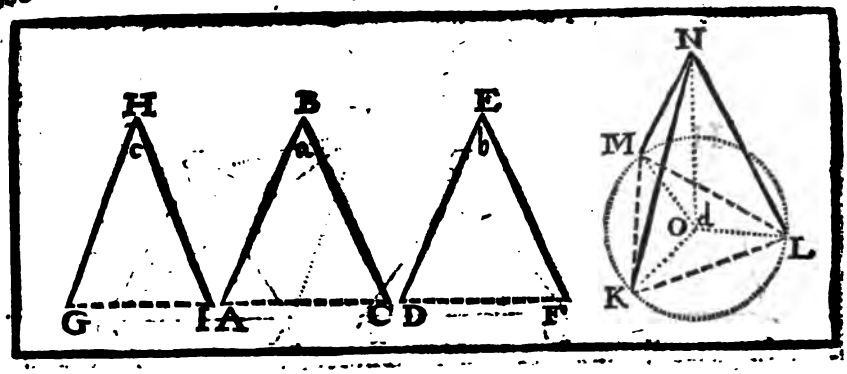
Unterdeſſen iſt der ∠ d + c ⌜/ als der ∠ a; folget/ daß auch KC ⌜ ſeye/ als GI. (dann BC/ KB/ GH/ HI einander ⊓ ſeynd). d. d. Vorg. d. 24. 1.

Entgegen aber iſt KC ¬/ als AC + AK) oder die gleiche AC + DF). d. 20. 1.

darum wird GI noch ¬ ſeyn/ als AC + DF/ und

Deßwegen kan auß dieſen drey Linien GI/ DF/ AC ein △ gemacht werden. d. 22. 1.

Welches zu beweiſen ware.



Die XXIII. Vorgab. Betrachtung.

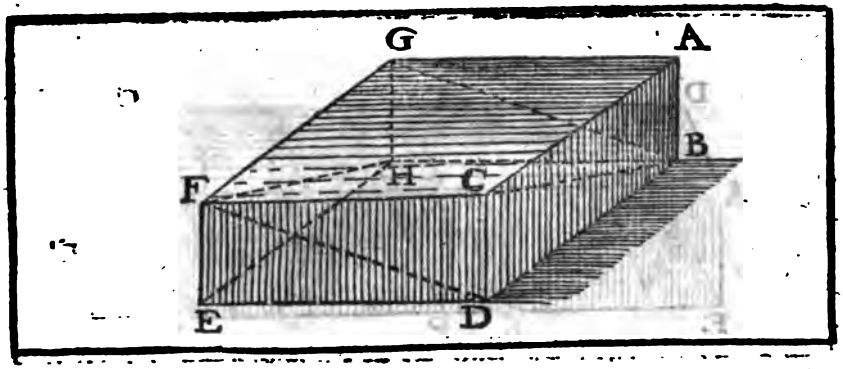
Auß drey vorgegebenen flachen Winckeln / deren nach Gefallen zwey zuſammen genommen / allzeit gröſſer als der dritte ſeynd / einen dichten Winckel zu machen: die drey vorgegebene Winckeln aber müſſen ſammentlich kleiner ſeyn als vier rechte Winckeln.

Es ſeynd gegeben die drey flache ∠ c/a/b/ welche ſammentlich ⌝ ſeynd / als vier rechte ∠/ und jede zwey zuſammen/ ⌜ ſeint/ als der dritte. Dieſem nach ſolle man auß dieſen drey ∠ c/a/b einen dichten ∠/ gleich wie NKLM machen.

Handgriff. Mache die Linien GH/ IH/ AB/ CB/ DE/ FE einander gleich.
Hange GI/ AC/DF zuſammen. } d. 22. I.
Auß dieſen drey Linien GI/AC/DF mache den △ KLM. } u. 22. II.
daß nemlich die Seite KM ∏ ſeye der GI: und KL ∏/ der AC:
und LM ∏/ der DF.
Umbſchreibe dieſen △ KML mit einem Zirckel. d. 5. 4.
Auß dem Mittel-Punct O ziehe in die ∠ K/M/L die gerade Linien OK/OM/OL.
Auß dem Mittel-Punct O auff der Zirckels-Fläche erhöhe die ⊥ ON. d. 12. II.
Nach dieſen/ weilen eine jede Lini / als wie AB / oder CB. ſ. ſ. welche die ∠
a/b/c machen ⌜ iſt/ als der halbe Diameter OL.
ſo von andern nach der Länge ſchon bewieſen worden iſt.
Mache/daß die zwey □ auff OL und ON ∏ ſeynd/ d. 47. I.
dem □ auff AB (oder dergleichen auff CB) u. ſ. f.
Letztlich ziehe NL/NK/ NM zuſammen: ſo wird der verlangte dichte ∠
NKLM gemacht ſeyn.

Beweiß.

In dem △ NOL iſt der ∠ d ein rechter. d. d. Hand.
Dahero wird auch das □ auff LN ∏ ſeyn/denen zwey □ auf NO und OL. d. 47. I.
Denen zwey □ aber auff NO und OL/iſt auch ∏ das □ auff AB. d. d. Hand.
Folget/daß alſo das □ auff LN ∏ ſeye/ dem □ auff AB.
und darumb iſt die Linie LN ∏ der Lini AB. d. 46 an. I.
Auff ſolche Weiſe iſt auch KN∏/der BC. Unterdeſſen iſt KL ∏ gemacht worden/der AC.
Dahero iſt der △ KNL ∏/ dem △ ABC d. 8. I.
Eben auff dieſe Art iſt der △ KNM ∏/dem △ GHI. und der △ MNL∏/ dem △ DEF.
Und folgends der ∠ KNL ∏/dem ∠ a/ der ∠ KNM ⌜ / dem ∠ c. Letztlich der ∠
MNL ∏/dem ∠ b. Worauß man ſchlieſſet/daß alſo der dichte ∠ NKLM auß
denen drey vorgegebenen flachen ∠ a/ b/ c iſt zuſammen geſetzt worden.
Welches zu beweiſen ware.



Die XXIV. Vorgab. Betrachtung.

In denen Parallelepipeden ſeynd die gegenüberſtehende Fläche / gleichförmige und ein ander gleiche Parallelogrammen.

Es iſt gegeben das ▱ EFAB/ welches mit denen ſechs vierſeitigen Fläche DF/ CB/ GB/ FH/ und EB/ FA umbſchloſſen iſt/ von denen jederzeit die zwey gegen überſtehende Seiten einander Parallel ſeynd (nach d. 30. def. 11.) Dieſem nach ſagt man/ daß allzeit die zwey gegenüber ſtehende Fläche / gleich wie zu einem Exempel/ FD/ GB/ gleichförmige und einander gleiche ▭ ſeynd. Ziehe vorhero FH/ FD/ GB/ CB zuſammen.

Beweiß.

Weilen die Parallel-Fläche DF/ GB durchſchnitten ſeynd mit der Fläche CB: ſo wird die Lini CD = ſeyn/ der Lini BA. — d. d. Vorg. d. 16. 11.

Auff ſolche Weiſe iſt eben EF =/ der HG.

Jndeme auch die Parallel-Fläche DF/ GB durchſchnitten ſeynd mit der Fläche FA: ſo wird die Lini FC = ſeyn/ der Lini GA.

Auff dieſe Weiſe iſt auch die Lini ED =/ der Lini HB/ und darumb ſeynd FD und GB ▭. — d. 35. def. 1.

Eben auff ſolche Weiſe ſeynd auch die übrige überſtehende Fläche / ▭.

Ferners/ maſſen FE/ ED = ſeynd/ denen GH/ HB. — d. d. Vorg.

ſo wird der ∠ FED ⊓ ſeyn/ dem ∠ GHB. — d. 10. 11.

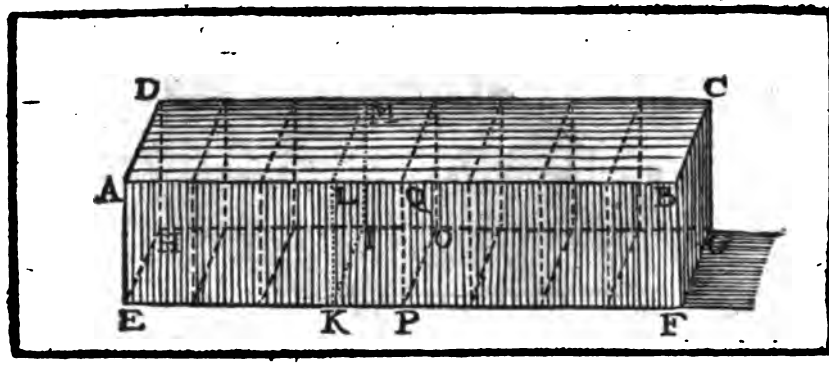
Es ſeynd auch FE/ ED ⊓/ denen Linien GH/ HB. — d. 1.

darum iſt der △ FED ⊓/ dem △ GHB. — d. 4. 1.

Und deßwegen iſt auch der △ FED gleichförmig dem △ GHB. — d. 4. 6.

Und folgends das ▭ FD ⊓/ und gleichförmig/ dem ▭ GB. u. ſ. f. — d. 6. 21. 1. 34. 1.

Welches zu beweiſen ware.



Die XXV. Vorgab. Betrachtung.

Wann ein Parallelepipedum mit einer Fläche / welche denen gegenüberſtehenden Fläche Parallel lauffet / durchſchnitten wird: ſo wird ſeyn / gleich wie ein Stücks Baſis ſich verhaltet zu des andern ſtückes Baſis / alſo iſt ein dichtes Stück zu dem andern dichten Stück.

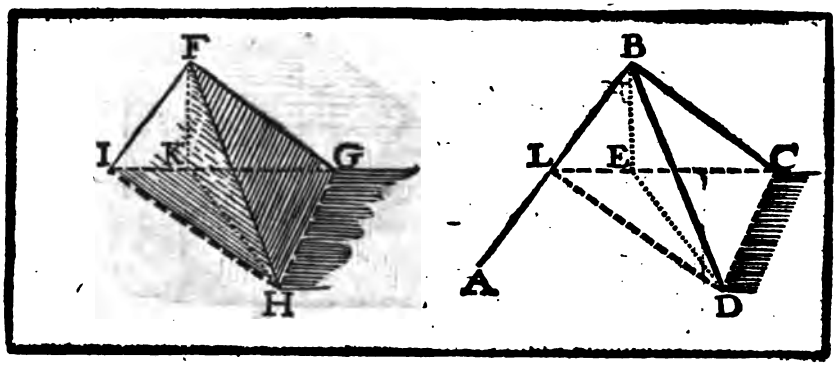
Es iſt gegeben / daß das ▱ ABGH durchſchnitten ſeye mit der Parallel-Fläche KIML. Dieſem nach ſagt man / daß wie die Baſis HK / Baſis KG : : ▱ KD. ▱ KC.

Zubereitung.

Suche einen Theil / welcher beyde Baſes KH / KG gleich auffmeſſet.
Seye ein ſolcher Theil / die Fläche KO / welcher in der Baſis KH juſt dreymahlen / Und in der Baſis KG juſt fünff mahlen begriffen iſt.
Ziehe unterdeſſen durch PO die Fläche QO = / der Fläche LI / Worauß der dichte Theil LO entſtehet. Dieſem nach

Beweiß.

Nun iſt klar / daß wegen gleichfachen Theile / und Parallel-Linien der dichte Theil LO / ſo offt in dem dichten Stück KD ſeye / als offt der flache Theil in der einen Baſis KH iſt / nemlich juſt dreymahlen.
Und eben wird derſelbe dichte Theil LO / ſo offt in dem dichten Stück KC ſeyn / als offt der flache Theil KO in der andern Baſis KG iſt / nemlich juſt fünff mahlen.
Dahero wie offt die Baſis KH einen fünfften Theil von der Baſis KG begreiffet / ſo offt das dichte Stück KD einen fünfften dichten Theil von dem dichten Stück KC begreiffen werde.
Und auch / wie offt die Baſis KH zwey fünfftheile von der Baſis KG begreiffet; ſo offt auch das dichte Stück KD zwey Fünfftheile von dem dichten Stück KD begreiffen werde. u. ſ. f.
Darum ſich verhalten thut die Baſis HK. Baſis KG : : ▱ KD. ▱ KC. { d. 6. def. 5. u. 7.
Welches zu beweiſen ware.



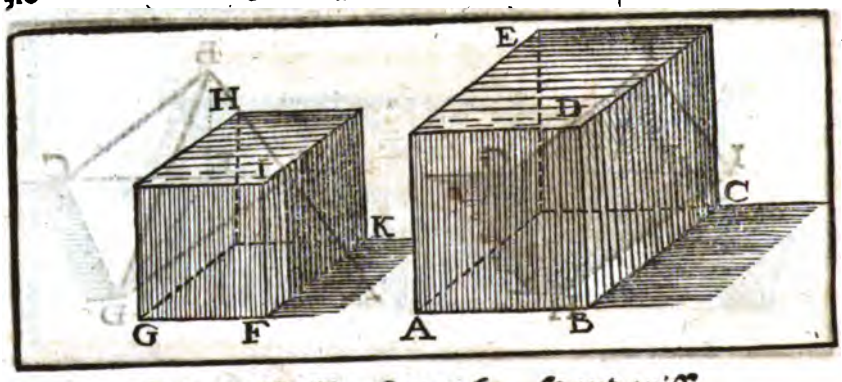
Die XXVI. Vorgab. Handgriff.

Auß einem Punct auff einer vorgegebenen geraden Lini einen dichten Winckel/ gleich einem andern vorgegebenen dichten Winckel zu machen.

Es iſt gegeben der Punct B auff der Lini AB/ auß welchen ein dichter ∠/ gleich dem vorgegebenen dichten ∠ FIHG zu machen ſeye.

Handgriff und Beweiß.

Mache auß H auff der Fläche IHG die bleyrechte HK. d. 11. 11.
Ziehe zuſammen KF/ KI/ IH/ HG/ GK.
Mache auff der Lini AB/ die BL ∏/ der FI.
Und den flachen ∠ LBC ∏/ dem flachen ∠ IFG. d. 23. 1.
Nehme die Länge BC ∏/ der Länge FG.
Mache auff der Fläche LBC den ∠ LBE ∏/ dem ∠ IFK.
auff der Fläche IFG.
Nehme BE ∏/ der FK.
Auß dem Punct E auff der Fläche LBC erhöhe die ⊥ ED ∏/
der ⊥ KH. d. 12. 11.
Hange letztlich BD/ DC/ CB/ BL/ LD zuſammen.
Der Beweiß iſt auß dem gemachten Handgriff gantz klar und leicht/
daß nemlich der dichte ∠ BLC ∏ ſeye dem gegebenen dichten ∠ FIHG.
Welches zu machen ware.



Die XXVII. Vorgab. Handgriff.

An einer vorgegebener geraden Lini (AB) ein Parallelepipedum (BE) zu beſchreiben/ welches einem andern vorgegebenen Parallelepipedum (FH) gleichförmig und gleichgeſtölt ſeye.

Handgriff.

Auß dem Punct B auff der Lini AB mache den dichten ∠ BADC ⊓/ dem dichten ∠ FGIK. d. 26. 6.

Alsdann mache GF/ FI :: AB/ BD. d. 12. 6.
und FI/ FK :: BD/ BC.

So wird hernach auch dergleichen ſeyn GF/ FK :: AB/ BC. d. 22. 5.

Nunmehro verfertige das ▱ BE/ ſo wird ſolches dem vorgegebenem ▱ FH gleichförmig und gleichgeſtölter ſeyn.

Beweiß.

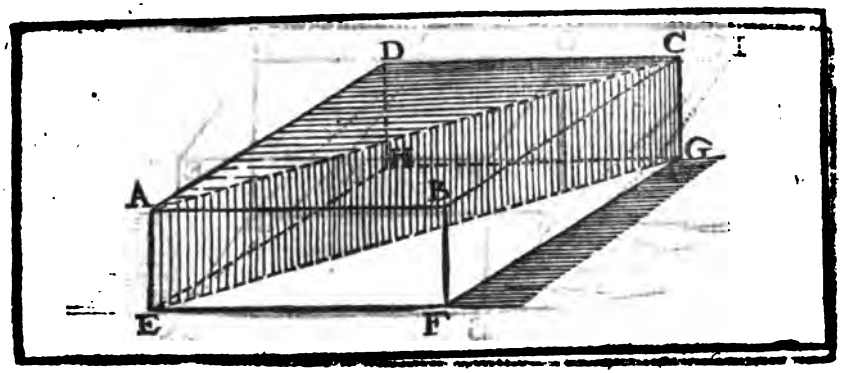
Die drey ▭ AC/ AD/ DC ſeynd gleichförmig und gleichgeſtölt worden/ denen drey ▭ GK/ GI/ IK. d. d. Hand. I. 1. def. 6.

Es ſeynd auch die gegenüberſtehende/ gleich und gleichförmige ▭: d. 24. 11.

Dahero werden die ſechs Fläche deß ▱ BF gleich und gleichförmig ſeyn/ denen ſechs Fläche deß ▱ FE.

Und folgends wird hierdurch das ▱ BE gleichförmig und gleichgeſtölt ſeyn/ dem ▱ FH.

Welches zumachen ware.



Die XXVIII. Vorgab. Betrachtung.

Ein jedes Parallelepipedum wird durch diejene Fläche / welche durch die überzwerg ſtehende Winckeln gezogen iſt / juſt entzwey geſchnitten.

Es iſt gegeben / das das ▱ AG mit der Fläche ACGE / ſo durch die überzwerg ſtehende ∠ A / C / E / G gezogen iſt / durchſchnitten ſeye. Dieſem nach ſagt man / daß das ▱ AG hiermit juſt entzwey geſchnitten worden ſeye.

Beweiß.

Die weilen die Fläche BG ein ▭ iſt: ſo werden die Seiten CG / BE einander ∏ / und — ſeyn. d. 34. I.

Auff ſolche Weiſe werden auch AE / BF einander ∏ und — ſeyn. d. 9. II.

und folgends AE ∏ / und — ſeyn / der CG. d. 33. I.

Deßwegen iſt auch die Lini AC ∏ / und — / der Lini EG. d. 34. def. I.

und darumb iſt ACGE ein ▭.

Unterdeſſen iſt das ▭ ABCD ∏ / und gleichförmig / dem ▭ EFGH. d. 24. II.

Dahero auch die △ ADC / ABC ∏ / und gleichförmig ſeyn werden denen △ EHC / EFG. d. 34. I. und 4. 6.

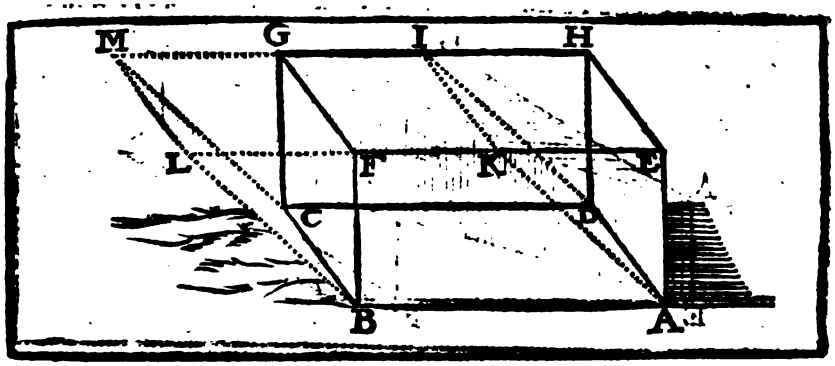
Ferners / ſeynd die ▭ ABFE / ECGF ∏ / und gleichförmig / denen ▭ CGHD / und DHEA. d. 24. II.

Folget / daß alſo in der Eck-Säule AECGDH alle Fläche ∏ / und gleichförmig ſeynd / allen Fläche in der Eck-Säule AECGBF / eine jede der ſeinen.

Dahero iſt eine Eck-Säule ∏ / der andern Eck-Säule. d. 10. def. II.

Weilen nun dieſe zwey Eck-Säulen / das gantze ▱ AG machen: ſo iſt klar / daß das ▱ AG mit der Fläche ACGE gerad entzwey ſeye geſchnitten worden.

Welches zu beweiſen wäre.



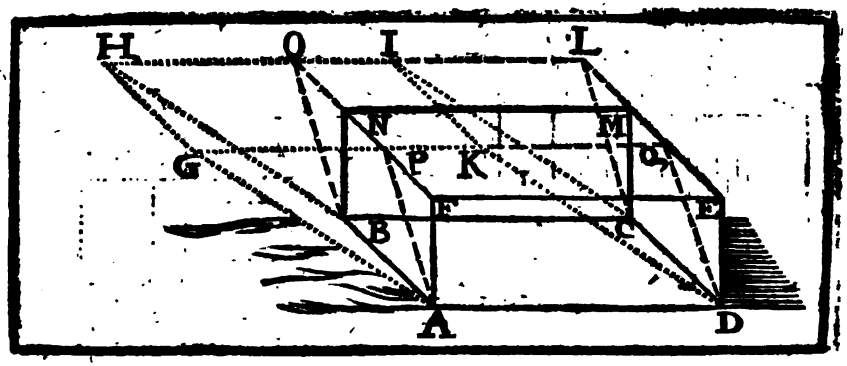
Die XXIX Vorgab. Betrachtung.

Die Parallelepipeden / welche auff einerley Basis stehen / und einerley Höhe haben / auch ihre auffstehende Linien in einerley geraden Lini fort haben / seynd einander gleich groß.

Es seynd gegeben die zwey ▱ AEFBDHGC und AKLB DIMC / welche auff einerley Basis ABCD stehen / und einerley Höhe / auch ihre auffstehende Linien AE / AK / BF / BL / DH / DI / CG / CM in einerley geraden Linien EFL und HGM fort haben. Diesem nach sagt man / daß das ▱ AEFDHG ⊓ seye / dem ▱ AKLDIM.

Beweiß.

Das ▭ DG ist ⊓ / dem ▭ DM. ð. 35. I.
Wann darvon das gemeine Trapezium DIGC abgezogen wird.
So bleibet dannoch der △ DIH ⊓ / dem △ CMG.
Auff solche Weise ist auch der △ AKE ⊓ / dem △ BLF:
und das ▭ EKTH ist ⊓ / dem ▭ FLMG. ð. 36. I.
Auch die Fläche AEHD ist ⊓ der Fläche BFCG.
und die Fläche AKID ist ⊓ / der Fläche BLMG. } ð. 24. II.
Folget / daß also die Eck-Säule AEKIDH ⊓ seye / der Eck-Säul BFLMGC. ð. 10. def. 11.
Wann nun beyderseits das dichte Stück AKFBCGID hinzu gesetzt wird /
So wird letzlich das ▱ AEFDBHGC ⊓ seyn / dem ▱ AKLBDIMC.
Welches zu beweisen war.



Die XXX. Vorgab. Betrachtung.

Die Parallelepipeden / welche auff einerley Baſis ſtehen / und einerley Höhe / nicht aber ihre auffſtehende Linien in einerley Lini fort geſtölter haben / ſeynd auch einander gleich.

Es ſeynd gegeben die zwey ▱ AFNBCMED / und AGHBCIKD / welche auff einerley Baſis ABCD ſtehen / und einerley Höhe / die auffſtehende Linien aber AF / AG / und BN / BH / und CM / CI / und DE / DK / nicht in einerley Linien EF / MN fort haben. Dieſem nach ſagt man / daß dannoch das ▱ AFNBCMED ∏ ſeye / dem ▱ AGHBCIKD.

Zubereitung.

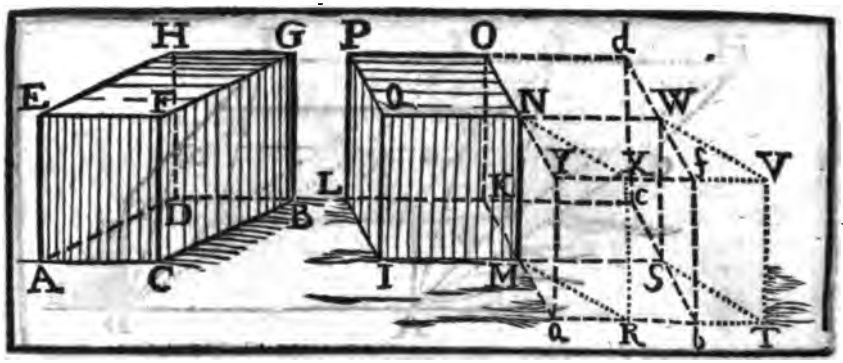
Verlängere HI und EM / biß ſie zuſammen ſtoſſen in Punct L.
Verlängere auch GK biß in Q / und FN biß in O.
Hange zuſammen AP / BQ / und DQ / CL.

Beweiß.

Das ▱ AFNBCMED iſt ∏ / dem ▱ APOBCLQD. d. 29. 11.
(dann ſie auff einerley Baſis ABCD ſtehen / und einerley Höhe / und ihre auffſtehende AF / AP : BN / BQ : CM / CL : DE / DQ in einerley Lini FNO und EML fort haben).

Das ▱ APOBCLQD aber iſt ∏ dem ▱ AGHBCIKD. d. 29. 11.
(dann ſie auch auff einerley Baſis ABCD ſtehen / und einerley Höhe / und ihre auffſtehende Linien AN / AG : BO / BH : CL / CI : DQ / DK in einerley geraden Lini QPG und LOH fort haben)

Dahero iſt auch das ▱ AFNBCMED ∏ / dem ▱ AGHBCIKD.
Welches zu beweiſen ware.



Die XXXI. Vorgab. Betrachtung.

Die Parallelepipeden/ welche gleiche Baſes/ und einerley Höhe haben/ ſeynd einander gleich.

Es ſeynd gegeben die zwey ▱ AHGC/ und IPOM/ welche gleiche Baſes AB/ IK/ und einerley Höhe haben. Dieſem nach ſagt man/ daß das ▱ AHGC ∏ ſeye/ dem ▱ IPOM.

Zweyerley Fäle können ſich hierinnen ereignen/ erſtlich/ wann die auffſtehende Linien AE/ DH/ BG/ CF/ IQ/ LP/ KO/ MN bleyrecht auff ihren Baſen AB/ IK ſtehen; Dieſem nach/

Zubereitung.

Verlängere IM gerad hinauß/ und mache MS ∏/ der AD.
Aus dem Punct M auff MS mache den ∠ SMR ∏/ dem ∠ DAC.
Nehme MR ∏/ der AC.
Auß R ziehe RT ∏/ und = der MS/ und ziehe TS zuſammen.
Alsdann erfülle das ▱ RNWT mit der Höhe MN/ welche die Höhe iſt deren zwey gegebenen ▱.
Uiberdeſſen verlängere KM/ und TR biß ſie zuſammen ſtoſſen in Punct a.
Hernach durch S/ ziehe cSb =/ der KMa:
Verlängere LK/ biß ſie an die Lini bSc in Punct c anſtoſſe.
Letſtlich erfülle die zwey ▱ aNWb und MOdS mit der Höhe MN/ welche die gegebene Höhe deren zwey ▱ iſt.

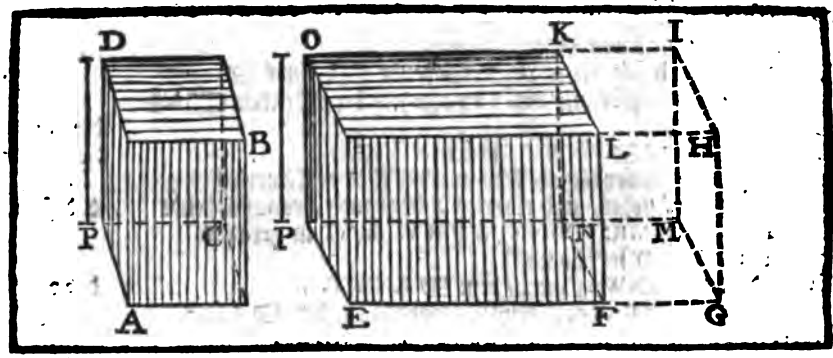
Beweiß.

Die zwey Linien MS/ MR ſeynd ∏/ denen zwey AD/ AC. — d. d. Zuv.
und der ∠ SMR iſt auch ∏ gemacht worden/ dem ∠ DAC.
Folget/ daß das ▭ MT ∏/ und gleichförmig ſeye/ dem ▭ AB. — { d. 34. 1. d. 20. 6.
Weilen auch MS/ MN ∏ ſeynt/ denen AD/ AE.
(dann AE und MN die gleiche Höhe deren ▱ ſeynd)
und beyde ▭ rechte ∠ begreiffen.
Darum wird das ▭ MW auch ∏/ und gleichförmig ſeyn/ dem ▭ AH:
Auff ſolche Weiſe wird bewieſen/ daß ebenmas ▭ MX ∏/ und gleichförmig ſeye/ dem ▭ AF.

Nun hat man drey ▭ deß ▱ RNWT ∏/ und gleichförmig/
deren drey ▭ deß ▱ AHGC.
Dahero ſeynd auch die drey gegenüber ſtehende ▭ eines ▱
∏/ und gleichförmig/ denen drey gegenüber ſtehenden ▭ deß
andern ▱. d. 24. II.
Und folgends iſt das ▱ RNWT ∏/ dem AHGC. d. 10. def. 11.
Ferner/ indeme die zwey ▱ aNWb/ und RNWT auff einerley
Baſis MW ſtehen/ und einerley Höhe/ auch ihre auffſtehende d. d. Zub.
Linien Ma/ MR: NY/ NX: Wf/ WV: Sb/ ST in geraden
Linien Ta/ VY fort haben.
So wird das ▱ aNWb ∏ ſeyn/ dem ▱ RNWT. d. 29. II.
das ▱ RNWT iſt aber bewieſen worden ∏/ dem ▱ AHGC.
Folget/ daß auch das ▱ aNMb ∏ ſeye/ dem ▱ AHGC.
Unterdeſſen ſiehet man/ daß das ▱ IPdS durchſchnitten ſeye
mit der Fläche ONMK.
Derowegen iſt/ Baſ. IK. Baſ. MC :: ▱ IPOM. ▱ MOdS. d. 25. II.
Dermaſſen/ weilen man ſiehet/ daß das ▱ aOdb durchſchnitten
ſeye/ mit der Fläche MNWS.
So wird auch ſeyn/ Baſ. aS. Baſ. Mc :: ▱ aNWb. ▱ MOdS.
Es iſt aber die Baſis IK ∏/ der Baſis aS. d. d. Borg.
(dann das ▭ aS iſt ∏/ dem ▭ MT. d. 35. I.
und das ▭ MT iſt ∏ gemacht worden/ dem ▭ AB. d. d. Zub.
und das ▭ AB iſt ∏ gegeben worden/ dem ▭ IK) d. d. Borg.
Darum wird das ▱ IPOM ∏ ſeyn/ dem ▱ aNWb. d. 9 5.
Dieweilen auch das ▱ aNWb ſchon bewieſen iſt ∏/ dem ▱ RNWT. d. d. Borg.
und das ▱ RNWT iſt ∏ gemacht worden/ dem ▱ AHGC. d. d. Zub.
Folget letzlich/ daß auch das ▱ IPOM ∏ ſeye/ dem ▱ AHGC.
Welches zum erſten zu beweiſen ware.

II. Wann die auffſtehenden Linien auff denen Baſen ſchrög ſtehen.

So ſchreibet man auff denenſelben Baſes/ und in einerley
Höhe andere ▱/ welche ihre auffſtehende (wie vorgehends
geſchehen) bleyrecht auff denen Baſes haben.
Solchane ▱ werden hernach einander gleich ſeyn. d. 31. II.
Dieſe aber ſeynd ∏/ ihren ſchrögen ▱. { d. 23. II. / d. 30.
Dahero auch die Schröge ▱ einander ∏ ſeyn werden.
Welches zu beweiſen ware.



Die XXXII. Vorgab. Betrachtung.

Die Parallelepipeden/ welche in einerley Höhe seynd/ verhalten sich gegen einander/ gleich wie ihre Baſes.

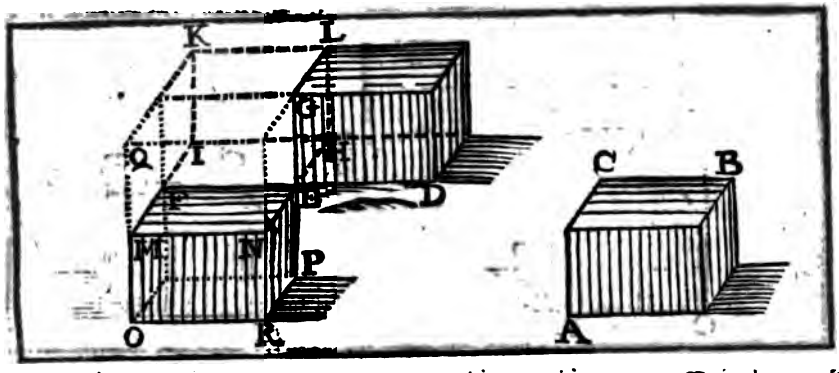
Es seynd gegeben die ▱ ADB/ EOL/ welche einerley Höhe haben. Dieſem nach ſagt man/ daß ſich verhalte/ das ▱ ADB/ ▱ EOL :: Baſ. AC, Baſ. EN.

Zubereitung.

An der Lini FN mache das ▭ FM ⊓/ dem ▭ AC. d. 45. 1.
Alſo/ daß der ∠ NFG ⊓ ſeye/ dem ∠ PEF/ und
hierdurch die Baſis EM gleichſam ein ▭ allein werde.
Hernach außfülle das ▱ EOIG.

Beweiß.

Es iſt klar/ daß das ▱ FKIG ⊓ ſeye / dem ▱ ADB. d. 31. 11.
(dann ſie einerley Höhe haben; hernach iſt die Baſis FM⊓/der Baſis AC gemacht worden). d. d. Zuſ.
Dahero ſeyn werde ▱ FKIG. ▱ EOKF :: ▱ ADB. ▱ EOKF. d. 7. 5.
Es verhaltet ſich aber das ▱ FKIG/ ▱ EOKF :: Baſ. FM. Baſ. EN. d. 25. 11.
(oder der gleichen AC).
Folget/ daß auch ſeye das ▱ ADB/ ▱ EOKF :: Baſ. AC, Baſ. EN.
Welches zu beweiſen ware.



Die XXXIII. Vorgab. Betrachtung.

Gleichförmige Parallelepipeden stehen gegen einander in dreymahliger Verhaltnuß/ ihrer gleichförmig-haltnuß-sagenden Seiten.

Es seynd gegeben die gleichförmige ⊟ DL und AB/ und die Seiten DE gleichförmig-haltnuß sagend/ der Seite BC. Diesem nach sagt man/ daß das ⊟ DL sich verhalte/ zu dem ⊟ AB in dreymahliger Verhaltnuß ihrer gleichförmig-haltnuß-sagenden Seiten DE zu BC.

Zubereitung.

Verlängere DE/ und mache EF ⊓/ der BC.

An EF mache solcher gestalt das ⊟ EO/ daß es nicht allein ⊓/ gleichförmig und gleichgestölt seye dem ⊟ AB/ sondern auch/ das DEF/ HEN/ GEP in einer geraden Lini fort liegen. { d. 45. 1. / u. 27. 11.

Hernach erfülle das ⊟ EQ auff die Art/ als wann das ⊟ PQ nur ein ⊟ allein wäre. Eben auff diese Weise erfülle das ⊟ EK also/ daß das ⊟ DK nur ein ⊟ allein zu seyn scheine.

Diesem nach stehet zu beweisen/ daß erstlich die vier ⊟ DL/ EK/ EQ / EO vier stets geproportionirte Grösse seynd/ und zwar in der Verhaltnuß/ welche DE zu EF (oder dergleichen CB) hat: das übrige folget vor sich selbst.

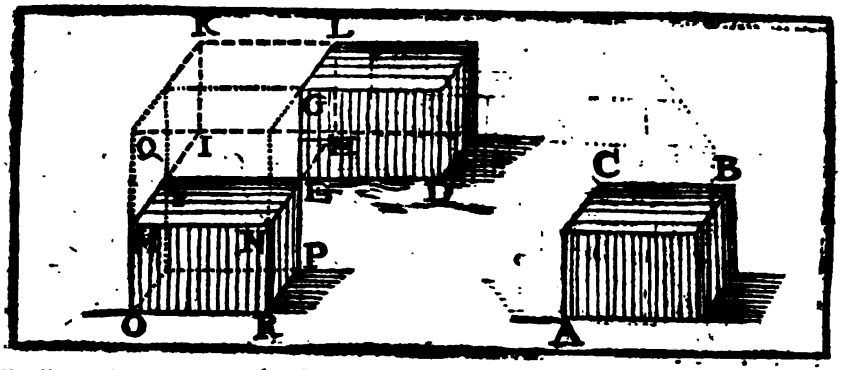
Beweiß.

Erstlich ist klar/ daß wegen der Gleichförmigkeit deren ⊟ DL und EO sich verhalte DE/ EH :: EF/ EN. { d. 9. def. 11. / u. 1. def. 6.

Und durch die Verwerlung DE/ EF :: EH/ EN. sich auch verhalte DE/ EG :: EF/ EP. d. 16. 5.

Und durch die Verwerlung DE/ EF :: EG/ EP. d. 16. 5.

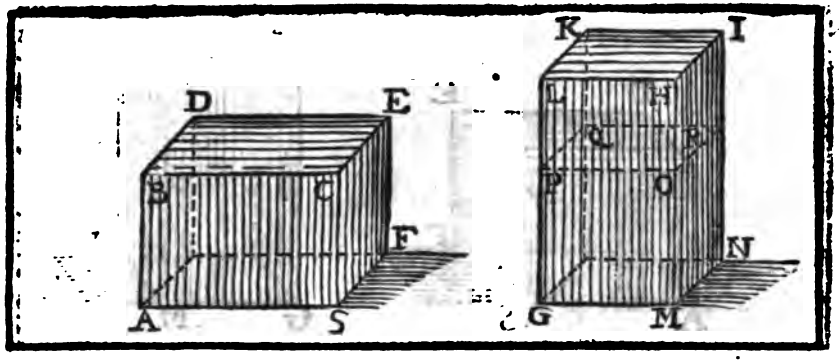
Darum seynd die Verhaltnussen DE zu EF/ und EH zu EN/ und EG zu EP einander gleich/ nemlich alle ⊓/ der Verhaltnuß DE zu BC. d. 11. 5. Diesem nach/



Weilen das ▱ DK durchschnitten ist mit der Parallel-Fläche EL. d. d. Zub.
so wird seyn als wie Basis DH/ Basis EI :: ▱ DL/ ▱ EK. d. 25. 11.
Es ist aber die Basis oder □ DH/ □ EI :: DE/ EF. d. 1. 6.
Darum ist auch wie DE/ EF :: ▱ DL/ ▱ EK. d. 11 5.
Weilen auch das ▱ HQ durchschnitten ist mit der Parallel-Fläche FG. d. d. Zub.
so wird auch seyn das ▱ EK/ ▱ EQ :: als wie Basis HF/
Basis EM. d. 25. 11.
Und die Basis oder □ HF ist zu den □ EM :: als wie EH/ EN. d. 1. 6.
Dahero auch seyn werde / als wie EH/ EN :: ▱ EK/ ▱ EQ. d. 11 5.
Letztlich ist wiederumb das ▱ GO mit der Parallel-Fläche EM durchschnitten. d. d. Zub.
Darum wird seyn das ▱ EQ / ▱ EO :: als wie die Basis GF/
Basis FE. d. 25. 11.
Es ist aber Basis oder □ GF/ □ EP :: EG/ EP. d. 1. 6.
Deßwegen ist auch das ▱ EQ / ▱ EO :: als wie EG/ EP. d. 11. 5.
Nun ist klar/ daß diese 4 ▱ DL/ EK/ EQ / EO stets geproportionirt d. 9 auslег. 5.
seynd/ und zwar in der Verhaltnuß / welche haben die Linien DE
zu EF/ EH zu EN / und EG zu EP.
Diese Verhaltnuß ist aber unter sich/ und auch gleich der Verhaltnuß
DC zu BC bewiesen. d. d. Vorg.
Dahero stehet das ▱ DL zu dem ▱ EO (oder dergleichen ▱ AB) in drey- d. 10 def. 5.
mahliger Verhaltnuß/ welche ED zu BC hat.
Welches zu beweisen ware.

Folget

Wann vier stets geproportionirte Linien seynd/ daß/ wie sich die erste zu der vierten verhaltet / also sich auch das ▱ / so auff der ersten Lini gemacht ist/ zu dem ▱/ welches gleichförmig und gleich gestalt auff der anderten Lini gemacht ist) verhalte: Auß diesen erhellet auch / daß die Dopplirung eines Cubus oder Würffels / allein in der Erfindung zweyer mittlern Proportional-Linien/ bestehe.



Die XXXIV. Vorgab. Betrachtung.

Gleiche Parallelepipeden haben ihre Baſes und Höhe widerkehrlich geproportionirter; und die Parallelepipeden/ welche ihre Baſes und Höhe wiederkehrlich geproportionirter haben/ ſeynd einander gleich.

Es ſeynd gegeben die gleiche ▱ (verſtehe/ gleiches Inhalts) ADES/ GKIM/ deren Baſes ſeynd AF/GN/ und die Höhe AB/GL. Dieſem nach ſagt man/daß die Baſes AF/GN/ und die Höhe AB/ GL in einer wiederkehrlichen Proportion ſeynd/ nemlich/ daß ſeye Baſ. AF/ Baſ. GN :: Höhe GL/ Höhe AB.

Seye jetzund geſetzt/ daß erſtlich die auffſtehende Seiten AB/ GL bleyrecht auff denen Baſen AF/ GN ſtehen.

Wann nun die zwey gleiche ▱ einerley Höhe haben: ſo iſt klar/ daß ſie auch gleiche Baſes/ und alsdann augenſcheinlich eine wiederkehrliche Proportion haben müſſen.

Man ſetze aber/ daß das ▱ GI höher ſeye/ als das ▱ AE.

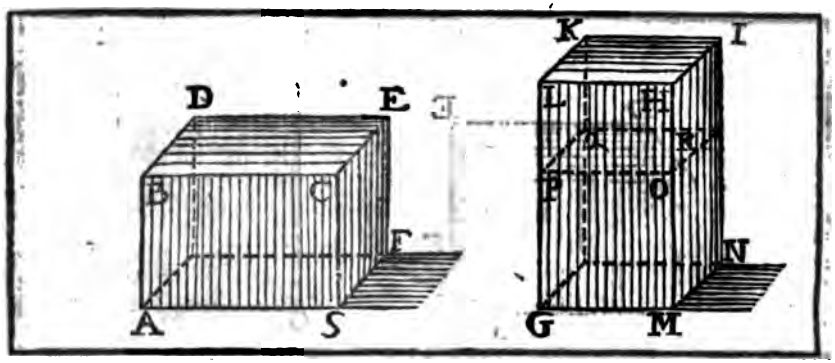
Zubereitung.

Schneide ab von der Höhe GL/ die GP ⊓ / der Höhe AB.

Hernach ziehe durch P die flache PQRO —/ der Baſis GN/ oder LI.

Beweiß.

Weilen die ▱ AE/ GR einerley Höhe haben; ſo wird ſeyn
das ▱ AE/ ▱ GR :: Baſ. AF/ Baſ. GN. d. 32. 11.
Es iſt aber das ▱ AE/ ▱ GR :: ▱ GI/ ▱ GR. d. 7. 5.
(dann die ▱ AE/ und GI einander ⊓ gegeben worden ſeynd,) d. d. Vorg.
Dahero auch ſeyn werde Baſ. AF/ Baſ. GN :: ▱ GI/ ▱ GR.



Unterdessen weilen das ▱ GI durchschnitten ist mit der Fläche PQRO. d. d. Zub.

So wird seyn/ das ▱ PI/ ▱ GR :: Bas. LO. Bas. PM. d. 25. 11.

Es haltet sich aber die Basis LO. Bas. PM :: LP. PG. d. 1. 6.

Deßwegen ist auch das ▱ PI/ ▱ GR :: LP/ PG.

Und durch die Zusammensetzung/ das ▱ GI (oder das gleiche ▱ AE) d. 18. 5.
▱ GR :: GL/ PG (oder dergleichen Lini AB).

Dahero letzlich seyn werde Bas. AE/ Bas. GN :: Höhe GL / Höhe AB.

Welches zum ersten zu beweisen ware.

Wann nun gegeben ist/ daß die Bases/ und Höhe deren ▱ AE und GI widerkehrlich geproportionirt seynd/ nemlich Bas. AF/ Bas. GN :: GL/ AB.

So sagt man zum anderten/ daß das ▱ AE ⊓ seye/ dem ▱ GI.

Die Zubereitung verbleibet als wie oben.

Indeme sich verhaltet das ▱ AE/ ▱ GR :: Bas. AF. Bas. GN. d. 32. 11.

und die Basis AF/ Bas. GN :: Höhe GL/ Höhe AB (oder die ⊓ GP. d. d. Vorg.

So wird auch seyn/ das ▱ AE/ ▱ GR :: GL. GP.

Es ist aber GL/ GP :: ▭ GH/ ▭ GO. d. 1. 6.

Und als wie die Bas. GH. Bas. GO :: ▱ GI/ ▱ GR. d. 32. 11.

Darum auch seyn werde das ▱ AE/ ▱ GR :: ▱ GI/ ▱ GR.

Und deßwegen ist das ▱ AE. ⊓/ dem ▱ GI. d. 9. 5.

Welches zum anderten zu beweisen ware.

Wann letzlich gegeben wird/ daß die auffstehende AB/ GL nicht bleyrecht/ sondern schrög auff denen Bases stehen/ so ist der Beweiß/ und die Zubereitung/ wie folget: nemlich/

Man machet erstlich auff denenselben Bases AF/ GN/ die auffgehende L/ und mit denen schrögen ▱ in einerley Höhe.

Woraus alsdann erscheinet/ daß diese Schröge ⊓ seyn/ denen rechten ▱. d. 30. 11.

die rechte ▱ aber haben ihre Basen und Höhe in widerkehrlicher Proportion. d. 34. 11.

Folget/ daß auch die Schröge ▱ in widerkehrlicher Proportion ihrer Basen und Höhe seynd/ u. s. f.

Welches zu beweisen ware.

Anmerckung.

Was geſagt und bewieſen worden iſt/ in denen 29. 30. 31. 32. 33. 34. Vorgaben von denen ▱/ das jene wird auch geſagt und bewieſen von denen drey-eckichten Eck-Säulen. Die Urſach iſt/ weilen ſie deren ▱ gerad die Helffte ſeyn/ wie es in der 28. Vorgab dieſes Buchs bewieſen iſt. Nemlich man ſagt:

I.

Die drey-eckichte Eck-Säule/ welche einerley Höhe haben/ verhalten ſich gegen einander/ gleich wie ihre Baſes.

II.

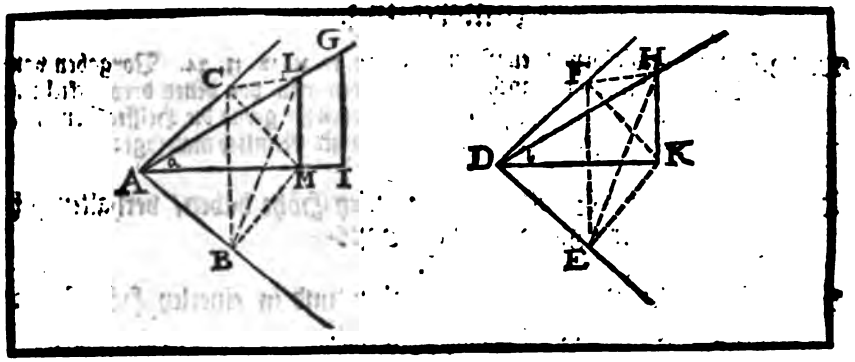
Wann ſie einerley oder gleiche Baſes haben/ und in einerley Höhe ſtehen/ ſo ſeynd ſolche alsdann einander gleich.

III.

Wann ſie einander gleichförmig ſeynd: ſo ſtehen ſie gegen einander in dreymahliger Verhaltnuß ihrer gleichförmig-haltnuß-ſagenden Seiten.

IV.

Wann ſie einander gleich ſeynd: ſo haben ſie ihre Baſes und Höhe in einer widerkehrlichen Proportion: und hinwiederum/ wann ſie ihre Baſes und Höhe in widerkehrlicher Proportion haben/ ſo ſeynd ſie einander gleich.



Die XXXV. Vorgab. Betrachtung.

Wann zwey flache Winckeln (BAC/ EDF) einander gleich seynd/ und aus ihren Spitze (A/D) gerade Linien (AG/DH) in die Höhe gehen/ welche mit denen ersten Linien beyderseits gleiche Winckeln mitmachen. (nemlich den ∠ BAG ⊓/ dem ∠ EDH/ und CAG ⊓/ FDH). Unterdessen in denen in die Höhe gehenden Linien (AG/DH) einige Puncten/ (als wie G und H) nach Gefallen genommen/ und auß selben auff die Fläche (BAC/ EDF) (worauff anfänglich die flache Winckeln (BAC/ EDF) gesetzt seyn/ bleyrechte Linien (GI/HK) herunter gelassen; und alsdann auß denen Puncten (I K) welche von denen bleyrechten auff denen Flächen seynd gemacht worden) in die flache Winckeln gerade Linien (IA/ KD) gezogen werden: So werden sothane Linien mit denen in die Höhe stehenden (AG/ DH) einander gleiche Winckeln (a und b) machen.

Zubereitung.

Mache AL ⊓/ der DH. Ziehe LM ═/ der GI.
Auß M mache MB bleyrecht auff AB/ und MC ⊥ auff AC. d. 12. I.
Auch auß K mache KE ⊥ auff DE/ und KF ⊥ auff DF.
Hange BL/ LC/ und EH/ FH zusammen.

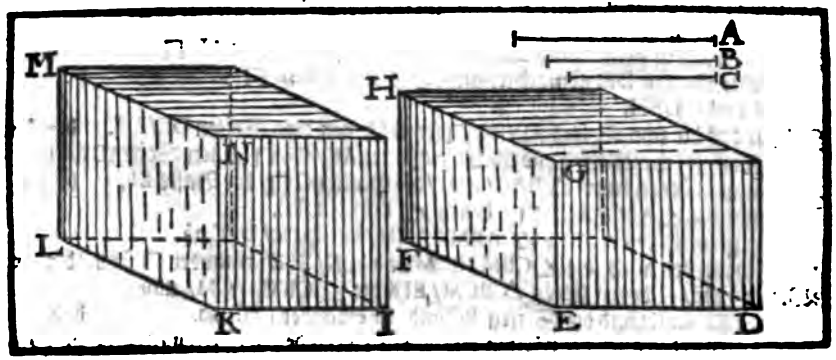
Beweiß.

Weilen LM ═ ist/ der IG/ welche auff der Fläche BAC ⊥ ist. d.d. Vorg.
so wird auch LM auff derselben Fläche BAC stehen. d. 8. II.
Dahero seynd die ∠ LMC/ LMA/ LMB rechte ∠. d. 3. def. II.
Und deßwegen ist das □ auff AL ⊓/ dem □ auff LM/ und AM. d. 47. I.
Das □ auff AM ist aber ⊓/ denen □ auff AC/ und CM. d. 47. I.
Darumb ist das □ auff AL ⊓ denen □ auff LM/ AC/ CM
Denen □ auff LM und CM ist aber ⊓/ das □ auff CL.
So folget/ daß das □ auff AL auch ⊓ seye/ denen □ auff AC und CL.
Dahero ist der ∠ ACL ein rechter ∠. d. 48. I.

Auff solche Weise ist auch der ∠ ABL ein rechter ∠.
Und auch die ∠ DFH/ und DEH zwey rechte ∠.
Nunmehro ist in denen zwey △ BAL und EDH die Seiten AL ⊓/
Der Seiten DH gemachte/ und die ∠ BAL/ ABL ⊓/ denen ∠
EDH/ DEH.
Folget/ daß die zwo Seiten AB/ BL ⊓ seynd/ denen zwo Seiten DE/ EH. d. 26. 1.
Auff solche Weise seynd auch die Seiten AC/ CL ⊓/ denen Seiten DF/ FH.
Darum ist in denen zwey △ BAC/ EDF/ die Basis BC ⊓/ der Basis EF. d. 4. 1.
und die ∠ ABC/ ACB ⊓/ denen ∠ DEF/ DFE.
Ziese diese von denen rechten ∠ ABM/ ACM/ und DEK/ DFK ab.
so werden auch die ∠ CBM/ BCM und FEK/ EFK einander ⊓ seyn. d. 3. ax. 1.
Weilen dann/ in denen zween △ BCM/ EFK die ∠ CBM/ BCM/ und
FEK/ EFK/ und die Seiten BC und EF einander ⊓ seynd. d. d. Vorg.
So werden auch die Seiten BM/ CM ⊓ seyn/ denen Seiten EK/ KF. d. 26. 1.
Indeme aber in denen zween △ ACM/ DFK die Seiten AC/ CM/ und DF/
FK einander ⊓ seynd bewiesen worden/ und die ∠ ACM/ DFK zween
rechte ∠ seynd: so wird darum die Basis AM ⊓ seyn/ der Basis DK. d. 4. 1.
Wann unterdessen auß denen gleichen □/ welche auff denen gleichen AL/
und DH seynd gemacht worden/ die gleiche □ auff denen gleichen
AM/ und DK abgezogen werden.
So wird annoch verbleiben das □ auff LM ⊓/ dem □ auff HK. d. 47. 1. und 1. ax. 1.
Und dahero ist auch die Lini LM ⊓/ der Lini HK. d. an. 46. 1.
Nunmehro schliesset man/ weilen in denen zween △ ALM/ DHK
die drey Seiten AM/ AL/ LM ⊓ seynd/ denen drey DK/ DH/ HK.
Daß letztlich der ∠ a ⊓ seyt/ dem ∠ b: d. 8. 1.
Welches zu beweisen ware.

Folget.

Wann zwey flache und einander gleiche ∠ gegeben seynd/ und auß ihren
Spitzen gerade Linien in die Höhe auffstehen/ welche mit denen
anfänglich gegebenen geraden Linien beyderseits gleiche Winckeln
mit machen/ daß die ⊥ einander ⊓ seynd/ welche von denen äus-
sersten Puncten deren auffstehenden gleichen Linien/ in dieselbe
Fläche/ (worauff die flache ∠ stehen) seynd gezogen worden/
nemlich LM ist ⊓/ der HK.



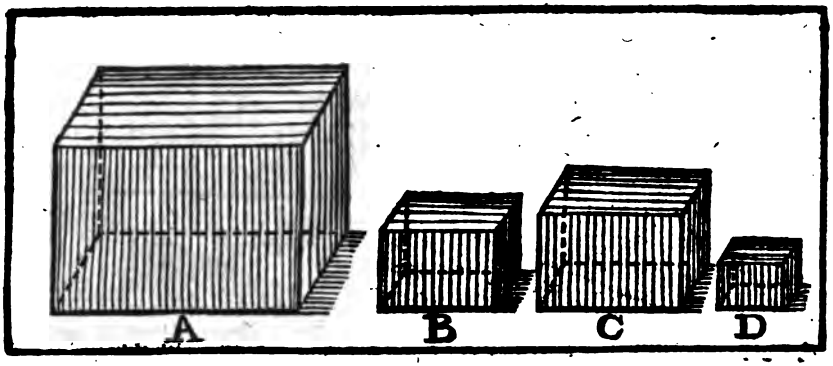
Die XXXVI. Vorgab. Betrachtung.

Wann drey gerade Linien geproportionirt seynd: so ist das Parallelepipedum, welches gemacht wird von diesen drey Linien / gleich dem Parallelepipedum / so auß der mittlern Linien zwar gleichseitig / gleichwincklicht aber dem ersten Parallelepipedum gemacht ist.

Es seynd gegeben die drey geproportionirte Linien A/B/C/ das ist/ es stehet A/B :: B/C. Auß diesem seynd auff solche Art die gleichwincklichte ▱ DH/IM. gemacht worden/ daß nemlich DE ⊓/ A; EF ⊓/ B: EG ⊓/ C und IK/KL/KN/ ⊓/ der mittlern B seynd. Und der dichte ∠ K ⊓/ dem dichten ∠ E: Diesem nach sagt man/ daß das ▱ IM ⊓ seye/ dem ▱ DH.

Beweiß.

Indeme gemacht ist DE/ KI :: KN. EG: — d. d. Vorg.
so wird das ▭ IN ⊓ seyn / dem ▭ DG. — d. 14. 6.
Unterdessen / weilen der dichte ∠ K ⊓ / dem dichten ∠ E.
Und die KL ⊓ ist gemacht worden/ der EF. Wann man nun — d. d. Vorg.
den dichten ∠ K auff den andern ∠ E legen solte/
So werden beyde just auff einander eintreffen/ und der Punct L
wird just auff den Punct F einfallen. — d. 8. ax. 1.
Dahero werden die bleyrechten Linien/ welche auß denen Puncten
L und F auff dieselbe Fläche (worauff die Bases IN und DG
stehen) gezogen seynd/ auch einander ⊓ seynd/ und — d. 35. Cor. 11.
Deßwegen beyde ▱ IM / und DH einerley Höhe haben/
Letzlich aber wegen dergleichen Bases IN und DG und dergleichen Höhe/
ist das ▱ IM ⊓/ dem ▱ DH. — d. 31. 11.
Welches zu beweißen ware.



Die XXXVII. Vorgab. Betrachtung.

Wann vier gerade Linien geproportionirt ſeynt: ſo werden die Parallelepipeden / welche auff ihnen gleichförmig und gleichgeſtölter beſchrieben worden/ auch geproportionirt ſeyn: und hinwiederum/ wann vier Parallelepipeden geproportionirt ſeynd: ſo werden auch die vier Linien/ worauff ſie gleichförmig und gleichgeſtölter beſchrieben ſeynd/ geproportionirt ſeyn.

Es ſeynd gegeben die vier geproportionirte gerade Linien A/B :: C/D. Darauff ſeynd vier gleichförmig und gleichgeſtölte ▱ gemacht worden. Dieſem nach ſagt man/ daß erſtlich ſeye das ▱ A/▱ B :: ▱ C/ ▱ D.

Beweiß.

Das ▱ iſt zu den ▱ B in dreymahliger Verhaltnuß derjenen/ welche die Lini A zu B hat. d. 33. 11.

Alſo auch iſt das ▱ C zu dem ▱ D in dreymahliger Verhaltnuß derjenen/ welche die Lini C zu D hat.

Es iſt aber die Verhaltnuß A zu B ∏ gegeben/ der Verhaltnuß C zu D. d d. Vorg.

Folget/ daß auch die Verhaltnuß deß ▱ A/ zu dem ▱ B ∏ ſeye/ der Verhaltnuß deß ▱ C/ zu dem ▱ D.

Darum iſt das ▱ A/ ▱ B :: ▱ C/ ▱ D. d. 6. 7. def. 5.

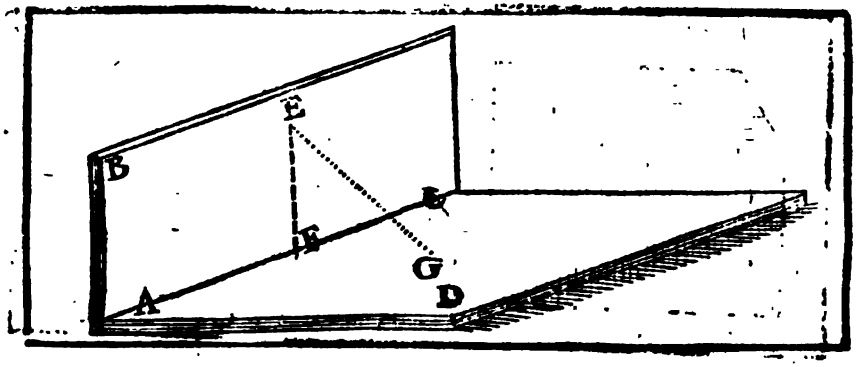
II. Wann es iſt/ ▱ A/ ▱ B :: ▱ C/ ▱ D; ſo ſagt man/ daß auch ſeye A/B :: C/D.

Dann das ▱ A zu dem ▱ B in dreymahliger Verhaltnuß iſt/ der jenen/ welche die Lini A zu B hat/ und auch das ▱ C iſt zu den ▱ D in dreymahliger Verhaltnuß derjenen/ welche die Lini C zu D hat. d. 33 11.

Die Verhaltnuß aber deß ▱ A/ zu dem ▱ B iſt ∏ gegeben worden/ der Verhaltnuß deß ▱ C/ zu dem ▱ D. d. d. Vorg.

Folget/ daß auch die Verhaltnuß der Lini A zu C ∏ ſeye/ der Verhaltnuß der Lini C zu D. Darum iſt es A/B :: C. D. d. 6. 7. def. 5.

Welches zu beweiſen ware.



Die XXXVIII. Vorgab. Betrachtung.

Wann eine Fläche auff einer andern Fläche bleyrecht stehet/ und man auß einem Punct/ welcher auff der einen Fläche nach Gefallen genommen worden/ eine bleyrechte Lini auff die andere Fläche ziehen wil; so wird sothane bleyrechte Lini in den gemeinen Durchschnitt fallen.

Es ist gegeben die Fläche ABC ⊥ auff der Fläche ADC/ ihr gemeiner Durchschnitt ist AC. Nun wil man auß dem Punct E/ welcher auff der Fläche ABC nach Gefallen ist genommen worden/ eine ⊥ auff die Fläche ACD herunter ziehen. Diesem nach sagt man/ daß die ⊥ nicht anderwertig/ gesetzt wie in G/ sondern just in den gemeinen Durchschnitt/ als wie in Punct F fallen werde.

Beweiß.

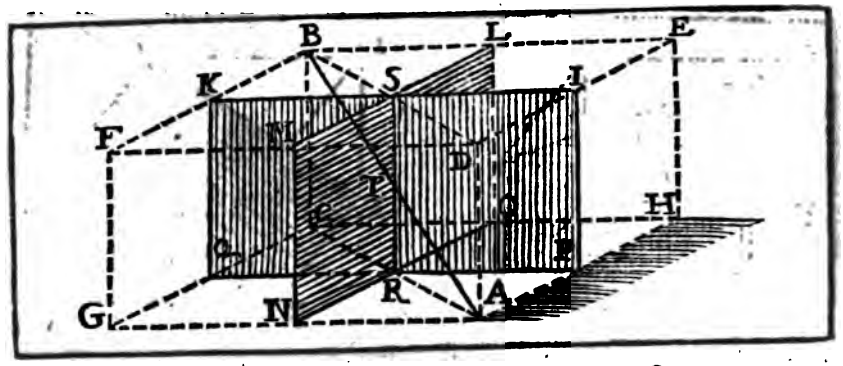
Wann man es nicht glaubet/ sondern noch darbey bleibet/ daß nemlich die herunter gezogene ⊥/ nicht in den gemeinen Durchschnitt AC/ sondern in Punct G auff der Fläche ADC/ falle.

So ziehe dann auß dem Punct E/ die Lini FE ⊥ auff den gemeinen Durchschnitt AC; Diese FE wird hernach auch ⊥ auff der Fläche ADC stehen. d. 4. def. XI.

Worauff aber folgete/ daß auff solche Weise auß dem Punct E/ welcher ausserhalb der Fläche ADC ist/ auff dieselbe Fläche ADC zwey ⊥ nemlich EF/ und EG gezogen wären. Welches ungereimt ist. d. 13. ax. XI.

Dahero schliesset man/ daß also nothwendig die auß dem Punct E gezogene ⊥ auff die Fläche ADC in den gemeinen Durchschnitt AC/ gleich wie EF/ fallen müsse/ und nicht in die andere Fläche.

Welches zu beweisen ware.



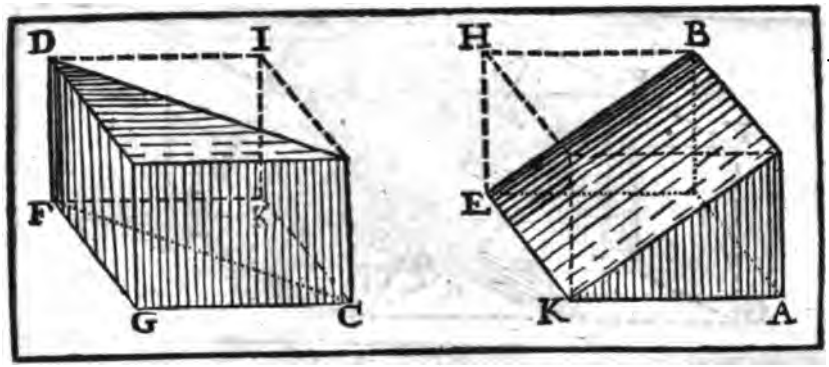
Die XXXIX. Vorgab. Betrachtung.

Wann in einem Parallelepipedum (AB) die Seiten deren gegenüberſtehenden Fläche (BE/ FD: CH/ GA: FB/ DE: GC/ AH) gleich entzwey geſchnitten/ und durch ihre Puncten (KLIM/ QOPN) einige Fläche gezogen werden: (nemlich KP/ LN) ſo wird der gemeine Durchſchnitt (RS)/ und deß Parallelepipedums Diameter (BA) ſich einander gleich entzwey ſchneiden. (nemlich daß BT ∏ ſeye/ der AT/ und ST ∏/ der RT.)

Ziehe SB/ SD/ RC/ RA zuſammen.

Beweiß.

Die Seiten CQ / QR ſeynd ∏/ denen Seiten AP/ PR. { d. d. Zuh. u. 34. 1.
und der ∠ CQR iſt ∏/ dem ∠ APR (unwerlender Weiſe). d. 29. 1.
Dahero wird auch die Baſis CR ∏/ ſeyn der Baſis AR. d. 4. 1.
und alſo iſt der ∠ CRQ ∏/ dem ∠ ARP.
Unterdeſſen ſeynd die zween ∠ PRA/ ARQ ∏/ zween rechten ∠. d. 13 1.
Folget/ daß auch die zween ∠ CRQ / ARQ ∏ ſeynd 2 rechten ∠.
und darumb iſt CRA eine gerade Lini fort. d. 14. 1.
Ebenmäſſig dieſe Weiſe iſt BSD eine gerade Lini fort.
Indeme weiters AD ═ und ∏ iſt/ der FG; und FG ═ und ∏/ der CB. d. 34. 1.
So wird auch AD ═ und ∏ ſeyn/ der CB. { d. 9. 11. u. 1. 2. 1.
und darum iſt auch BDCA ═ und ∏/ der AC. d. 33. 1.
Folgends werden deßwegen die Linien BA und SR in derſelben Fläche BDAC liegen. d. 7. 11.
Dahero/ weilen in denen zween △ BTS/ ATR die BS ∏ iſt/ der AR. d. 7. 2. 1.
und der ∠ BTS ∏/ dem ∠ ATR/ und der ∠ BST ∏ dem ∠ ART. { d. 15. 1. u. 29. 1.
Wird letztlich die BT / und ST ∏ ſeyn/ der AT/ und RT. d. 26. 1.
Welches zu beweiſen ware.



Die XL. Vorgab. Betrachtung.

Wann zwey Eck-Säulen von einerley Höhe seint/ und die eine zu der Basis ein Parallelogram hat / welches doppelt ist/ der andern Basis/ so ein Triangel ist: so seint beyde Eck-Säulen einander gleich.

Es seynd gegeben die zwey Eck-Säulen AB/ CD von einerley Höhe. AB hat zur Basis das ▭ AE/ und CD hat zur Basis den △ CGF/ welcher die Helffte von dem ▭ AE ist. Diesem nach sagt man/ daß die Eck-Säule AB/ ⊓ seye/ der Eck-Säule CD.

Erfülle vorhero die ⧈ AH/ und GI.

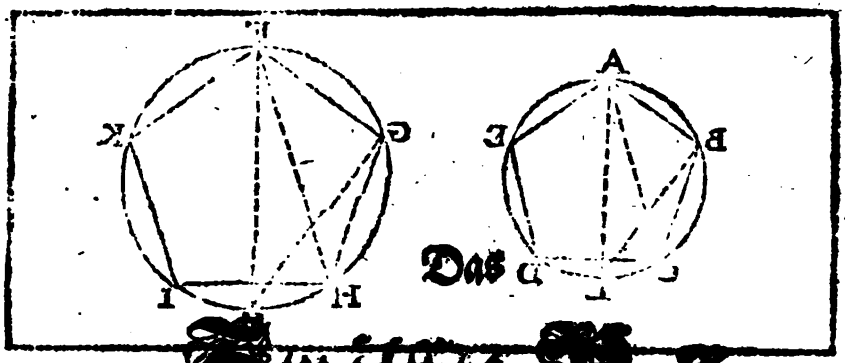
Beweiß.

Weilen die Basis AE doppelt ist/ deß △ CGF. d. d. Vorg.
und das ▭ GK auch doppelt ist / deß △ CGF. d. 34. 1.
So wird das ▭ AE ⊓ seyn/ dem ▭ GK. d. 6. 21. 1.

Und dahero wird wegen dergleichen Höhe / und gleichen Bases das ⧈ AH ⊓ seyn/ dem ⧈ GI. d. 31. 11.

Die Eck-Säule AB und CD seynd aber gerad die Helffte deren ⧈ AH und GI. d. 28. 11.

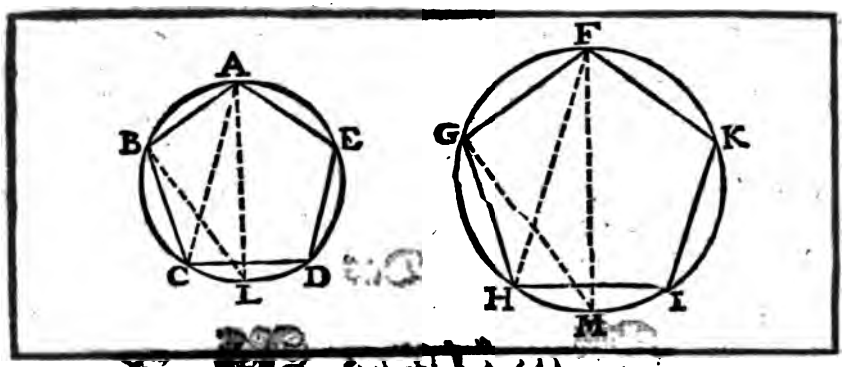
Folget/ daß auch die Eck-Säule AB ⊓ seye/ der Eck-Säule CD.
Welches zu beweisen ware.



Das Zwölffte Buch

Deß Teutschredenden

Euclides.



Die Vorgab. Verrichtung.

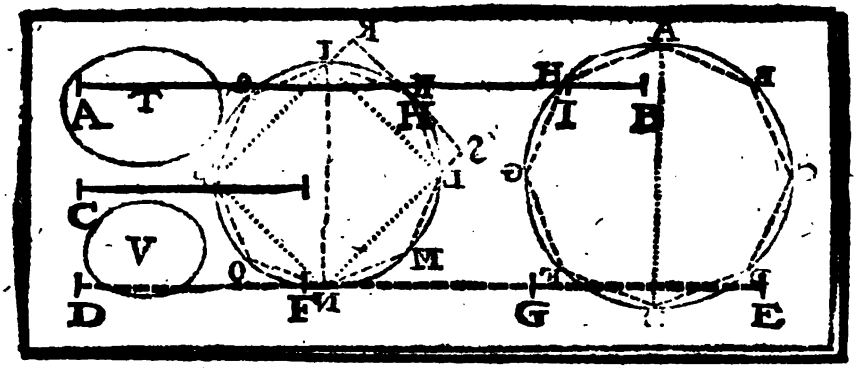
Gleichförmige in Zirckel eingeschriebene Viel-Ecke / verhalten sich gegen einander / gleich wie die Quadraten auff deren Diametern.

Es seynd gegeben die in Zirckeln eingeschriebene gleichförmige Viel-Ecke/ ABCDE/ FGHIK/ und deren Diametern LA/ MF. Diesem nach sagt man / daß gleich wie sich verhalte das □ auff LA / zu dem □ auff MF/ also seye das Viel-Eck ABCDE zu dem Viel-Eck FGHIK.

Ziehe vonhero AB/ BL/ und FG/ GH/ GM zusammen.

Beweis.

Wegen der Gleichförmigkeit deren Viel-Ecken ist der ∠ ABL ∏/ dem ∠ FGH d. 11. def. 6.
Und verhalten sich die Seiten AB/ BC :: FG/ GH. d. 6. 6.
Deßwegen ist der △ ABC gleichwincklicht dem △ FGH. d. 6. 6.
Nemlich der ∠ C ist ∏ dem ∠ H. u. s. f.
Unterdessen ist der ∠ ALB ∏/ dem ∠ ACB/ und der ∠ FMG ∏/ dem ∠ FHG (dann sie auff gleichförmigen Schnitze AB/ FG stehen.) d. 21. 3.
Dahero ist auch der ∠ ALB ∏/ dem ∠ FMG.
Es ist auch der ∠ ABL ∏/ dem ∠ FGM (dann beyde im halben Zirckel stehen) d. 31. 3.
Folget dann/ daß auch der dritte ∠ BAL ∏ seye / dem dritten ∠ GFM. d. 32. 1.
Daraus schliesset man/ daß/ als wie sich verhalte AL/ AB :: FM/ FG. d. 4. 6.
Und durch die Verwexlung AL/ FM :: AB/ FG. d. 16. 5.
Und deßwegen wie sich das □ auff AL/ zu dem □ auff FM verhaltet.
Also ist das Viel-Eck ABCDE auff AB / zu dem Viel-Eck FGHIK auff FG. d. 22. 6.
Welches zu beweisen ware.



Hülffe.

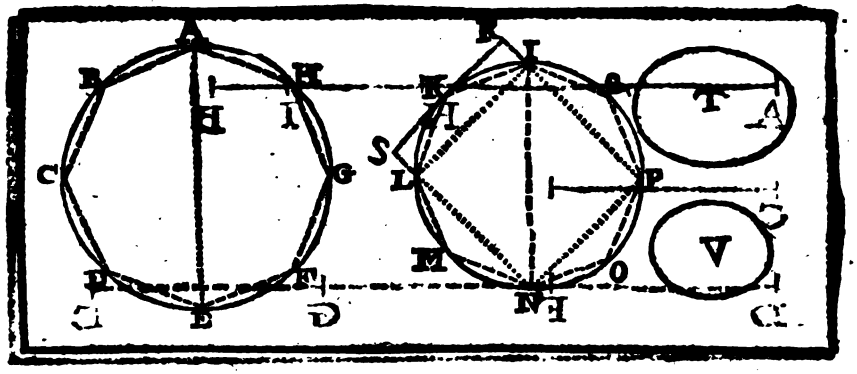
Wann zwey ungleiche Gröſſen (AB und C) ſeynd/ und derer gröſſere (AB) mehr als die Helffte (nemlich AH) abgezogen wird/ und von der übrigen (HB) abermahlen mehr/ als die Helffte (nemlich HI) hinweg genommen wird/ u. ſ. f. ſo geſchicht/ daß letzlich die übergebliebene Gröſſe (IB) kleiner ſeyn werde/ als die vorgegebene kleinere Gröſſe (C).

Zubereitung.

Nemme C ſo offt/ biß ihre vielfache DE die Gröſſe AB übertreffe.
Seyen die Theile DF/ FG/ GE an jeder inſonderheit ⌐ der C.
Unterdeſſen/ ziehe auß AB die AH/ ſo mehr iſt als die Helffte von AB.
Aus der übrigen HB abziehe wiederumb die HI/ ſo mehr iſt als die Helffte von HB/ und ſo fort/ biß endlich die Theile AH/ HI/ IB gleich an der Anzahl werden/ denen Theilen DF/ FG/ GE.

Beweiß.

Es iſt klar/ daß FE ⌐ ſeye/ als die Helffte von DE.
DE iſt aber ⌐ gemacht worden/ als AB.
Darumb iſt auch die Helffte von DE ⌐/ als die Helffte von AB.
Deßwegen iſt FE noch viel ⌐/ als die Helffte von AB.
Unterdeſſen iſt HB ⌐ worden/ als die Helffte von AB } d. d. Vorg.
Folget dann/ daß FE noch viel mehr ⌐ ſeye/ als HB/ } und Zuh.
Und darumb dero Helffte GE auch ⌐ ſeye/ als die Helffte von HB.
Es iſt aber wiederumb IB ⌐ gemacht worden/ als die Helffte von HB } d. d. Vorg.
ſo wird deßwegen auch GE noch ⌐ ſeyn/ als IB. } und Zuh.
Unterdeſſen iſt GE ⌐/ der kleinern Gröſſe C. d. d. Zuh.
Folget/ daß auch C ⌐ ſeye/ als die letzt übergebliebene Gröſſe IB.
Welches zu beweiſen ware.



Die II. Vorgeh. Betrachtung.

Die Zirckeln verhalten sich gegen einander / gleich wie die Quadraten auff ihren Diametern.

Es ſeynd gegeben die zween Zirckeln ACEG / ILNP / deren Diametern ſeynd AE / IN. Diesem nach ſagt man / daß / gleich wie ſich das □ auff AE / zu dem □ auff IN verhaltet / alſo verhaltet ſich der Zirckel ACEG zu dem Zirckel ILNP.

Beweiß.

Wann man es nicht gnehen will / ſo ſeye gemacht / daß gleich wie ſich verhalte das □ auff AE / zu dem □ auff IN: alſo verhalte ſich der Zirckel ACEG zu einer andern Gröſſe / geſetzt / gleich wie zu T.

Nunmehro muß T entweder ⊐ / oder ⊏ ſeyn / als der Zirckel ILNP. Dann gleichwie es zwar wol wahr iſt / kan ſie allhier denſelben nicht ſeyn / auß der Urſach / daß ſonſten der Zirckel ACEG zu dem Zirckel ILNP / und zu gedachter Gröſſe T einerley Verhaltnuß hätte / d. 7. 5.

Und ſich deßwegen der Zirckel ACEG auch zu dem Zirckel ILNP verhaltete / als wie das □ auff AE / zu dem □ auff IN.

Dieſes aber wird allhier noch nicht geſetzt.

Seye dahero erſtlich geſagt / daß T ⊐ ſeye / als der Zirckel ILNP / und die Gröſſe V.

Das iſt / der Zirckel ILNP ſeye ⊐ / denen Gröſſen T + V.

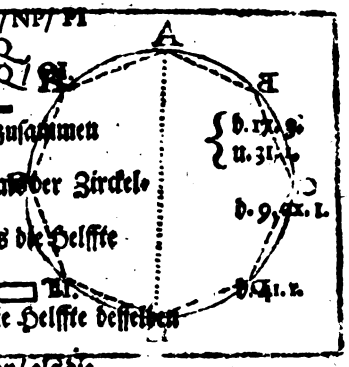
Dieſem nach ſchreibe in den Zirckel ILNP / das □ ILNP ein / welches ⊓ ſeyn werde / der Helffte deß umbſchriebenen □ und denſelben Zirckel ILNP. d. 9. am. 4.

So iſt auch klar / daß das umbſchriebene ⊓ und den Zirckel ILNP ⊐ ſeye / als denſelben Zirckel. d. 9. ax. 1.

Und folgends auch die Helffte deß umſchriebenen □ und den Zirckel ILNP ⊏ ſeye / als die Helffte deſſelben Zirckels.

Unterdeſſen aber iſt das □ ILN ⊓ / der Helffte deß umbſchriebenen □.

Deßwegen auch das □ ILNP ⊏ iſt als die Helffte deß Zirckels ILNP.



Nunmehro zertheile die Umbkreiß-Stücke IL/ LN/ NP/ PI gerad entzwey in denen Puncten K/ M/ O/ Q.

Hange zuſammen IK/ KL/ LM/ MN/ NO/ OP/ PQ/ QI.

Durch K ziehe die anrührende SR/ welche mit LI lauffe/ und mit denen verlängerten NL/ PI zuſammen komme/ und das ▭ LR geſtalte.

Dieſem nach erſcheinet/ daß das ▭ LR ⌐ ſeye/ als der Zirckel-Schnitz LKI.

Und alſo auch die Helffte deß ▭ LR ⌐ ſeye/ als die Helffte deſſelben Zirckel-Schnitzes.

Unterdeſſen aber iſt der △ IKL ⌐/ der Helffte deß ▭ LI.

Folget/ daß auch der △ IKL ⌐ ſeye/ als die Helffte deſſelben Zirckel-Schnitzes LKI.

Auff dieſe Weiſe werden auch die übrige △ ⌐ ſeyn/ als die Helffte deren Schnitze/ in welchen ſie ſeynd.

Und alſo ſeynd alle △ ſammentlich ⌐/ als die Helffte aller Schnitze ſammentlich.

Solte man noch weiter fort die Umbkreiß-Stücke LK/ KI/ u. ſ. f. gleich entzwey zu ſchneiden/ und mit geraden Linien zuſammen hangen/ ſich bemühen.

So würde/ gleich wie vorgehends bewieſen/ daß die darauß entſproßne △ ſammentlich ⌐ wären/ als die Helffte deren Zirckel-Schnitze ſammentlich/ in welchen ſie ſeynd/ u. ſ. f.

Wenn nun von dem Zirckel ILNP mehr/ als die Helffte/ nemlich das ▢ ILNP abgezogen/ und auch von denen übrigen Zirckelſchnitze mehr als die Helffte/ nemlich die △ IKL/ LMN. u. ſ. f. hinweg genommen werden. Und ſtets ſo fort eines von dem andern abgezogen wird.

So werden endlich einige Zirckels-Schnitze überbleiben/ welche ſammentlich ⌐ ſeyn werden/ als die Gröſſe V/ oder unterſcheidlich wie d. d. Vor-Lemſchen den Zirckel ILNP/ und der Gröſſe T iſt.

Setze man/ daß die überbliebene Zirckel-Schnitze IK/ KL/ LM/ u. ſ. f. ſeind/ welche ſammentlich ⌐ ſeind/ als V.

Dieſem nach/ weilen der Zirckel ILNP ⊓ iſt/ der T → V/

Und man auß gedachtem Zirckel die überbliebene Schnitze/ und auß T → V die Gröſſe V (welche ſchon ⌐ bewieſen worden iſt/ als die überbliebene Schnitze ſammentlich) ordentlich abziehet.

So folget klar/ daß auch das übrige Viel-Eck IKLMNOPQ ⌐ verbleibe/ als die übrige Gröſſe T.

Unterdeſſen einſchreibe in den Zirckel ACEG das Viel-Eck ABCD EFGH/ welches gleichförmig ſeye dem Viel-Eck IKLMNOPQ.

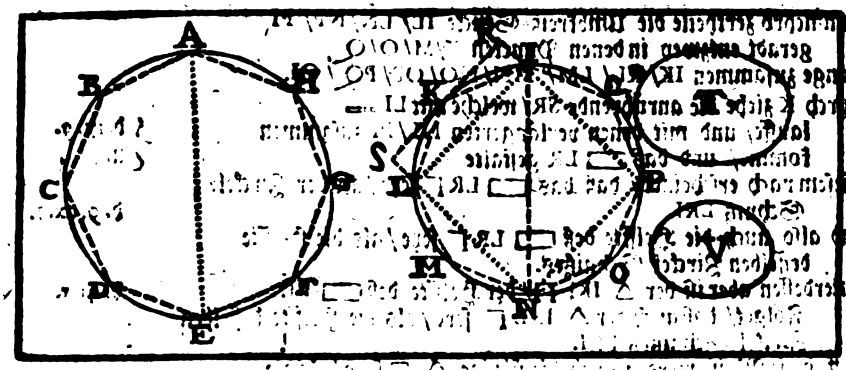
Nun iſt gewiß/ daß ſich das Viel-Eck ABCD: zu dem Viel-Eck IKLM: verhalte/ als wie das ▢ auff AE/ zu dem ▢ auff IN.

Es iſt aber geſagt worden/ daß ſich verhalte das ▢ auff AE zu dem ▢ auff IN; als wie der Zirckel AECG/ zu der Gröſſe T.

Dahero ſich verhalten werde das Viel-Eck ABCD: zu dem Viel-Eck IKLM: als wie der Zirckel ACEG/ zu der Gröſſe T.

Entzwiſchen iſt das Viel-Eck ABCD ⌐/ als der Zirckel ACEG.

d. 9. ax. 1.



Folget dann letztlich/ daß auch das Viel-Eck IKLM ⌝ seye/ als T. b. 14. 5.
Dieses aber ist erst vorgehends ⌜ bewiesen worden/ als dieselbe T.
Dahero ist es ungereimt/ und kan deßwegen die Grösse T
nicht ⌝ seyn/ als der Zirckel ILNP.

Mercke/ wann man den kleinern Zirckel ILNP zu den grössern Zirckel ABEG halten und vergleichen wolte/ daß eben auff diese Art solte bewiesen werden/ daß unmöglich wäre/ daß der kleinere Zirckel sich zu einer Grösse/ welcher kleiner wäre/ als der gröster Zirckel/ also verhalten könte/ als wie das □ auff IN deß kleinern Zirckels/ zu dem □ auff AE deß grössern Zirckels/ dahero hauptsächlich erhellet/ daß niemahln ein □ auff den Diameter eines Zirckels/ zu den andern □ auff den Diameter eines andern Zirckels/ dieselbe Verhaltnuß habe/ welche der erstere Zirckel/ zu der Grösse/ (welche kleiner als der letztere Zirckel ist) habe. Es seye hernach der erste Zirckel ⌜/ oder ⌝/ als der letztere.

Seye zum andern mahl gesagt/ daß die Grösse T ⌜ seye/ als der Zirckel ILNP.

Jndeme schon vorhero gesagt worden ist/ daß sich der Zirckel ACEG also zu der Grösse T verhalte; gleich wie das □ auff AE/ zu dem □ auff IN.

So wird sich auch durch die Umbkehrung T zu dem Zirckel ACEG verhalten: als wie das □ auff IN/ zu dem □ auff AE.

Unterdessen setze man/ daß wie sich T zu dem Zirckel ACEG verhalte/ also sich auch der Zirckel ILNP zu einer andern Grösse/ gleich wie zu der Grösse V verhalte.

Weilen aber T ⌜ zu seyn gesagt wird/ als der Zirckel ILNP. b. 14. 5.
so wird auch der Zirckel ACEG ⌜ seyn/ als V.

Dahero sich verhalten werde das □ auff IN zu dem □ auff AE
∴ der Zirckel ILNP/ zu V/ so doch ⌝ bewiesen worden ist/ als der Zirckel ACEG. Dahero ist es auch ungereimt/ und schon im Vorgehenden bewiesen worden/ daß nicht seyn könne/ daß das □ auff den Diameter IN/ zu dem □ auff den andern Diameter AE dieselbe Verhaltnuß habe/ welche der erste Zirckel ILNP zu der

Gröſſe V (welche kleiner als der letztere Zirckel ACEG iſt / ſolte; es ſeye gleichwol der erſte Zirckel ⌜ / oder ⌝ / als der letztere.

Mercke / daß / wann man den kleinern Zirckel ILNP zu dem gröſſern Zirckel ACEG halten / und vergleichen wolte / eben auff dieſe Art ſolte bewieſen werden: daß unmöglich wäre / daß das □ auff IN / zu dem □ auff AE dieſelbe Verhaltnüß haben ſolte / welche der kleinere Zirckel ILNP in der Gröſſe V / welche kleiner iſt / als der andere Zirckel (ACEG) hat.

Auß dieſem ſchlieſſet man / daß alſo T auch nicht ⌜ ſeye / als der Zirckel ILNP / und daherd nothwendig denſelben Zirckel ILNP ſeyn müſſe.

Und deßwegen (maſſen geſagt iſt / daß ſich verhalte das □ auff AE zu dem □ auff IN; als wie der Zirckel ACEG / zu der Gröſſe T.

Jetzund aber der Zirckel ACEG ſich zu der Gröſſe T verhalte; als wie derſelbe Zirckel ACEG / zu dem Zirckel ILNP. d. 7. 5.

(denn T ⌜ bewieſen worden iſt / dem Zirckel ILNP)

Folget letztlich / daß es ſeye / gleichdicke ſich verhalte das □ auff AE zu dem □ auff IN; als der Zirckel ACEG / zu dem Zirckel ILNP.

Welches zu beweiſen war.

Folge.

1. Daß ſich ein Zirckel zu dem andern verhalte / als wie das in dem erſten eingeſchriebene Vieleck / zu dem / in den andern Zirckel / eingeſchriebenen Vieleck.
2. Die Zirckeln verhalten ſich gegen einander in zweymahliger Verhaltnüß ihrer Diametern.

Die III. Vorgab. Betrachtung.

Eine jede Spitz-Säule/ so eine dreyeckigte Basis hat/ wird in zwey Eck-Säule abgetheilt/ welche einander gleich/ und zusammen genommen/ grösser als die Helffte der gantzen Spitz-Säule seint/ hernach in zwey Spitz-Säule/ welche einander gleich/ und der gantzen/ und unter sich gleichförmig seynd.

Es ist gegeben die Spitz-Säule DABC/ welche die dreyeckichte Basis ABC hat. Diesem nach sagt man: I. Daß in solcher zwey Eck-Säule/ gleich wie EBFGHI und GFCHIK/ welche einander gleich seynd/ sich befinden.

Zertheile dahero alle Seiten der Spitz-Säule geradt entzwey in denen Puncten E/F/G/H/I/K/ und hange zusammen HK/ HI/ IK/ HE/ IF/ GF.

Beweiß.

Weilen in dem △ BDC die Seiten DC/ DB gleich entzwey seynd getheilt worden/ und dahero einander proportionirlich.

So wird seyn DK/ KC :: DI/ IB/

Und deßwegen ist IK =/ der BC. — d. 2. 6.

Auff solche Weise ist auch IF =/ der KC.

und darumb ist FIKC ein ▭. — d. 35. def. 1.

Eben also beweiset man/ daß CGHK/ und HIFG ▭ seynd;

Item/ daß auch BFGE und EHIB ▭ seynt.

Indeme aber IK und KH = seint/ denen FC und CG/

so werden auch die Fläche HIK und GFC (so durch dieselbe seynd gezogen worden) einander = seyn. — d. 15. 11.

Und deßwegen ist CFGHIK eine Eck-Säule. — d. 13 def. 11.

Eben auff diese Art kan man beweisen/ daß EBFGHI eine Eck-Säule seye.

Unterdessen/ weilen diese zwo Eck-Säulen einerley Höhe haben/

und das ▭ BFGE/ so die Basis der Eck-Säule EBFGHI ist/

doppelt/ oder noch einmahlen so groß ist/ als der △ GFC/ — d. 41. 1.

Welcher die Basis der Eck-Säule CFGHIK ist.

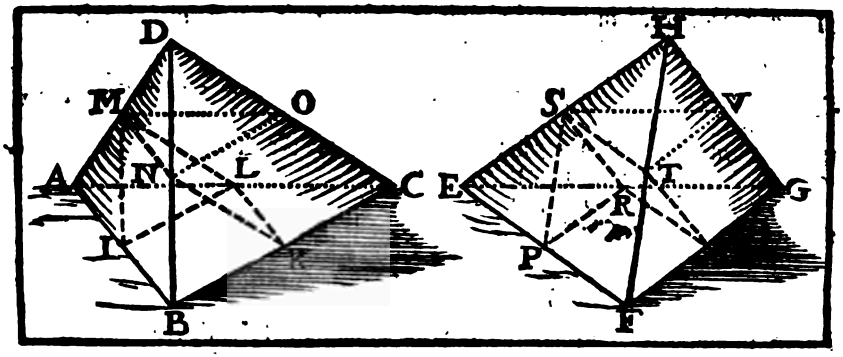
So wird dahero die Eck-Säule EBFGHI ⊓ seyn/ der Eck-Säule CFGHIK. — d. 40. 11.

Welches zum ersten zu beweisen ware.

II. Sagt man/ daß in der Eck-Säule DABC/ zwey Spitz-Säule/ als wie AHEG und DHIK.
Welche einander gleich ſeynd/ ſich befinden.
Dann es iſt klar/ daß wegen deren ▭ und Bereitung der △ DKI ⊓ ſeye/ d. 8. dem △ IFB.
Und aus den vorgehenden hat man auch erſehen/ daß der △ IFB ⊓ ſeye/ dem gegen über ſtehenden △ HGE.
Dahero iſt der △ DKI ⊓/ dem △ HGE.
So iſt ferner handgreiflich wahr/ daß weger der gleich entzweygetheilten Seite/ und ▭/ der △ DHI ⊓ ſeye/ dem △ HAE. und der △ DKH ⊓/ dem △ HGA/ und der △ HIK ⊓/ dem △ AEG.
Dahero iſt auch die Spitz-Säule HAEG ⊓/ und gleichförmig der Spitz-Säule DHIK. d. 10. def. 11.
Welches zum andern zu beweiſen ware.

III. Sagt man/ daß ſolche zwey Spitz-Säule gleichförmig der gantzen DBAC ſeynt.
Dann die Lini KI iſt ═ der Lini BC/
und deßwegen iſt der △ IDK gleichförmig/ dem △ BDC. d. 4. Cor. 2. 6.
Auff ſolche Weiſe werden auch die übrige △ in denen zwey kleinen Spitz-Säule gleichförmig ſeyn/ denen übrigen △ der gantzen Spitz-Säule DABC. Welches zum dritten zu beweiſen ware.

IV. Sagt man/ daß die zwey Eck-Säule EBFGHI und CFGHIK zuſammen genommen ⌜ ſeint/ als die Helffte der gantzen Spitz-Säule.
Ziehe vorhero zuſammen GK/ FK/ woraus entſtehen die zwey Spitz-Säule KGFC/ und DHIK/ ſo einander gleich ſeint. d. 28. 11.
Dann erſtlich iſt der △ GFC ⊓/ dem △ HIK bewieſen. d. d. Vor.
Hernach/ weilen die Lini FI ═/ und ⊓ iſt/ der Lini KD. } d. 2. 6.
Und auch die Lini FK ═ und ⊓ iſt/ der Lini ID. } und 37. 1.
Letztlich auch GK ═ und ⊓ iſt/ der Lini HD.
So ſeynd darumb die △ FCK/ IKD und GCK/ HKD und GFK/ HID einander gleich. d. 8 1.
Und folgends die Spitz-Säule KCFG auch ⊓/ der Spitz-ſäule DKIH. d. 10. def. 11.
Die Eck-ſäule CFGHIK iſt aber ⌜/ als die Spitz-ſäule KCFG.
(nemlich das gantze iſt ⌜/ als ſein Theil).
Dahero auch die Eck ſäule GFGHIK ⌜ iſt/ als die Spitz-Säule DKIH.
Unterdeſſen iſt der Eck-ſäul CFGHIK ⊓/ die Eck-ſäule EBFGHI.
Und der Spitz-ſäule DKIH iſt ⊓/ die Spitz-ſäule HAEG. } d. d. Vorg.
Deßwegen iſt die Eck-ſäule EBFGHI auch ⌜/ als die Spitz-ſäule HAEG.
und folgends ſeynd beyde Eck-ſäule ſammentlich ⌜/ als die beyde Spitz-ſäule ſammentlich. d. 4. ax. 1.
Und darumb ſeynd auch beyde Eckſäule ſammentlich ⌜/ als die Helffte der gantzen Spitz-ſäule DBAC. (Dann es iſt klar/ wann ein gantzes in zwey ungleiche Theile abgetheilet wird/ daß der gröſſere Theil/ gröſſer als die Helffte/ der kleinere aber/ kleiner als die Helffte ſeye.)
Welches zu beweiſen ware.



Die IV. Vorgab. Betrachtung.

Wann zwey Spitz-Säulen/ welche einerley Höhe / auch eine dreyeckichte Basis haben/ und eine jede in zwey gleiche Spitzsäule/ so auch gleichformig der gantzen seynd/und in zwey gleiche Ecksäulen abgetheilt seynd/ und diese Spitzsäule gleich wie vorgehends wiederumb auff solche Weise abgetheilt werden/ u. s. f. So wird seyn/ als wie sich eine Basis der einen/zu der Basis der andern Spitzsäule verhaltet/also werden sich alle Ecksäulen in der einen/zu allen Ecksäulen in der andern Spitzsaule verhalten.

Es seynd gegeben die zwey Spitzsäule DABC/ HEFG/ welche einerley Höhe und die Basis dreyeckicht haben; diese seynd abgetheilt/ wie es in der vorgehenden Vorgab geschehen ist/ in zwey gleiche Ecksäule MIBNKL/ KNMOCL und SPFRQT/ QTSRGV/ und in zwey gleiche/ und der gantzen gleichformigen Spitzsäule MAIL/ MDNO und SEPR/ SHTV. Und diese Spitzsäulen seynd abermahlen nach solcher Art abgetheilet worden/ u. s. f. so lang man wil/doch mit diesem Gedieng/daß beyderseits gleiche Anzahl deren Abtheilungen gehalten werden. Diesem nach sagt man/ daß wie sich die Basis ABC/ zu der Basis EFG verhaltet; also werden alle Ecksäulen in der Spitzsäule DABC/zu allen Ecksäulen in der Spitzsäule HEFG sich halten.

Beweiß.

Erstlich ist klar/ weilen die Spitzsäule DABC/ HEFG, einerley Höhe haben/ und die Ecksäule (welche in der ersten Abtheilung entstanden seynd) just in der Helffte derselben Höhe seynd gemacht worden.

Daß auß dieser Ursach gedachte Ecksäule auch einerley Höhe haben.

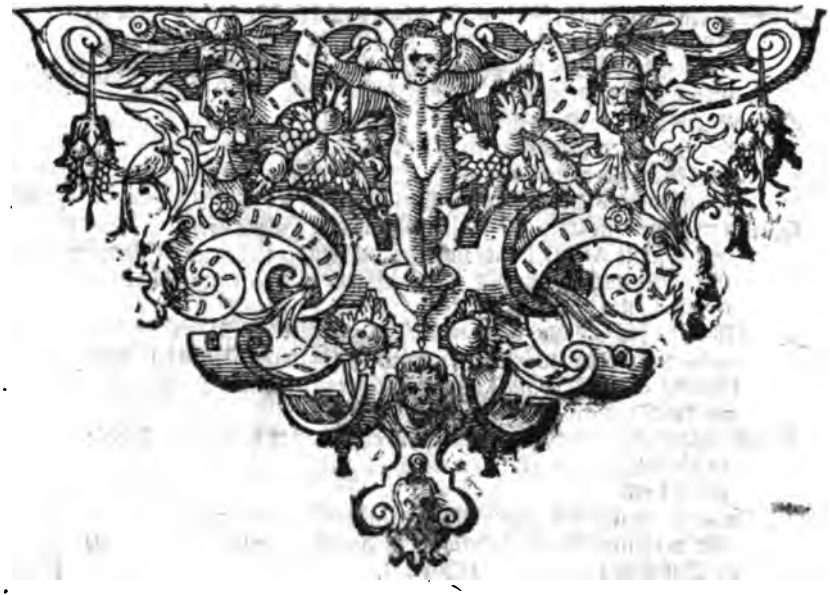
Alsdann wird sich wegen gleicher Abtheilung beyderseits verhalten
BC/KC :: FG/ QG. d. 15. 5.

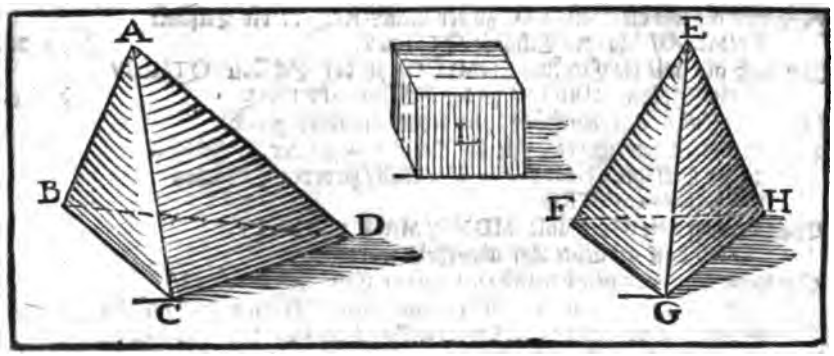
Deßwegen ist der △ ABC/ △ LKC :: △ EFG/ △ RQG. d. 22. 6.
(dann der △ LKC sowol gleichförmig ist dem △ ABC/ als der △ RQG/ dem △ EFG). d. 4. Cor. 2. 6.

Und durch die Verwexlung der △ ABC/ △ EFG :: △ LKC/ △ RQG. d. 16. 5.

Hernach/ als wie die Baſis LKC zu der Baſis RQG :: die Eckſäule KNMLCO/ zu der Eckſäule QTSRGV. d. 34. def. 11
Und auch als wie die Eckſäule KNMLCO/ zu der Eckſäule QTSRGV :: die Eckſäule MIBNLK/ zu der Eckſäule SPFTRQ. d. 7. f.
(Dann ſie haben einerley Höhe/ und ſeynd einander gleich)
Dahero letztlich ſeyn werde / wie die Baſis ABC zu der Baſis EFG :: die Eckſäule KNMLCO + MIBNLK/ zu denen Eckſäulen KTSRGV + SPFTRO.
Wann ferners die Spitzſäule MDNO/ MAIL und SHTV. SEPR auff gedachte Art abgetheilt werden/
So werden die vier neu daraus entſtandene Eckſäulen der einen/ ſich zu denen vier neu daraus entſtandenen Eckſäulen der andern Spitzſäule verhalten; als wie die Baſis MNO/ und AIL/ zu denen Baſes STV und EPR. d. d. Vorg.
Durch die vorgehende Vorgab aber iſt beſagt worden/ daß die Baſis MNO und AIL eine jede inſonderheit ⊓ iſt/ der Baſis LKC/ und eben die Baſis STV und EPR/ eine jede inſonderheit ⊓/ der Baſis RQG.
Unterdeſſen verhaltet ſich auch der △ LKC/ △ ABC :: △ RGQ / △ EFG. d. 2. 6.
und durch die Verwexlung iſt der △ LKC/ △ RGQ :: △ ABC. △ EFG.
Dahero alle Eckſäulen in der Spitzſäule DABC ſich alſo verhalten werden / zu allen Eckſäule in der Spitzſäule HEFG: gleich wie d. 12. f.
Die Baſis ABC ſich zu der Baſis EFG haltet.

Welches zu beweiſen ware.





Die V. Vorgab. Betrachtung.

Die Spitz-Säule/ so einerley Höhe/ und dreyeckichte Baſes haben/ halten ſich gegen einander/ als wie ihre Baſes.

Es ſeynd gegeben die Spitz-ſäule ABCD/ EFGH/ ſo einerley Höhe/ und die Baſes BCD/ FGH dreyeckicht haben. Dieſem nach ſagt man/ daß ſeye als wie BCD/ FGH :: ABCD/ EFGH.

Beweiß.

Solte es nicht alſo ſeyn/ ſo ſeye/ daß eine Spitz-ſäule/ nemlich ABCD eine gröſſere Verhaltnuß habe zu der andern EFGH/ als die eine Baſis BCD/ zu der andern Baſis FGH.

Nemme demnach die Gröſſe L auff ſolche Weiſe/ daß ſie kleiner/ als die Spitz-ſäule ABCD ſeye/ und zu der Spitz-ſäule EFGH die ſelbe Verhaltnuß habe/ welche die Baſis BCD/ zu der Baſis FGH hat. Nemlich daß ſeye Baſ. BCD. Baſ. FGH :: L. Spitz. EFGH.

Hernach zertheile die Spitz-ſäule ABCD/ gleich wie es in der dritten Vorgab geſchehen/ in zwey gleiche Eck- und Spitz-ſäule/ und dieſe zertheile wiederumb auff ſolche Weiſe/ und alſo weiter fort/ ſo viel man es nöthig hat. Dieſem nach/

Weiſen nun die erſte zwey Eck-ſäule mehr als die Helffte der Spitz-ſäule ABCD ſeynd/ und abermahlen die vier neue und kleinere Eck-ſäule auch mehr/ als die Helffte deren erſten zwey kleinen Spitz-ſäulen ſeynd. u. ſ. f. b. 3. 12.

So iſt klar/ daß ſo viel Eck-ſäule in der Spitz-ſäule ABCD mögen geſtaltet werden/ welche zuſammen genommen/ letztlich ſeyn können/ als die Gröſſe L/ welche kleiner iſt genommen worden/ als die Spitz-ſäule ABCD.

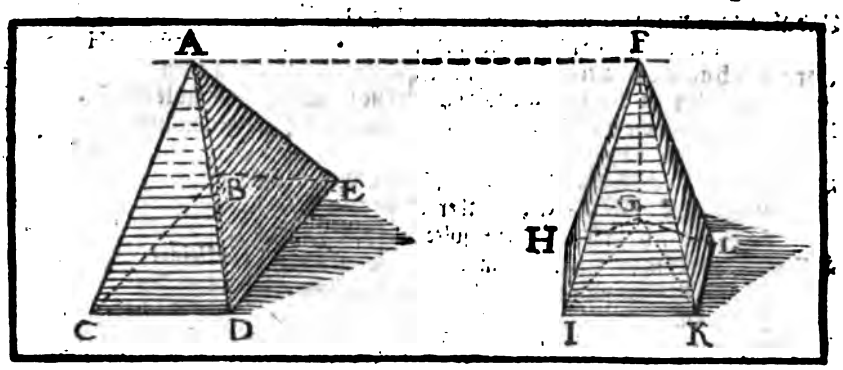
Mache unterdeſſen auch eine ſolche Eintheilung der kleinern Eck-ſäule in die Spitz-ſäule EFGH/ welche in gleicher Anzahl mit der erſten ſeynd.

Dieſem nach/ weilen ſich alle Eck-ſäule in der Spitz-ſäule ABCD alſo verhalten zu allen Eckſäule in der Spitzſäule EFGH/ als wie die Baſis BCD/ zu der Baſis FGH. b. 4. 12.

Und aber genommen iſt/ daß ſich die Gröſſe L zu der Spitzſäule EFGH eben alſo verhalte/ als wie die Baſis BCD zu der Baſis FGH.
Darum ſich auch verhalten werden alle Eckſäulen in ABCD zu allen Eckſäulen in EFGH: als wie die Gröſſe L/ zu der Spitzſäule EFGH.
Unterdeſſen ſeynd die Eckſäule in ABCD ſammentlich ⊏ angenommen worden/ als L. d. d. Vorg.
Deßwegen auch die Eckſäule in EFGH ⊏ ſeyn müſſen/ als die Spitzſäull EFGH/ welches aber ungereimt iſt/ (daß nemlich ein Theil ⊏ ſeyn ſolte/ als ſein gantzes). d. 14. 5.
Dahero ſchlieſſet man/ daß keine andere Gröſſe/ als wie L/ ſo kleiner iſt als die Spitzſäule ABCD/ dieſelbe Verhaltnuß habe zu der Spitzſäule EFGH/ welche die Baſis BCD/ zu der Baſis FGH hat.
Und darumb hat keine unter dieſen Spitzſäulen/ eine zu der andern eine gröſſere Verhaltnuß/ als eine Baſis zu der andern hat.
Sondern es muß nothwendig ſich verhalten/ als wie BCD/ FGH :: ABCD/ EFGH.
Welches zu beweiſen wäre.

Folge.

Die Spitzſäule/ ſo einerley Höhe/ und gleiche drey-eckigte Baſes haben/ ſeynd einander gleich.
Und hinwiederumb haben gleiche Spitzſäulen/ welche gleiche und drey-eckichte Baſes haben/ einerley Höhe.



Die VI. Vorgab. Betrachtung.

Allerhand Spitz-Säule/ welche gleiche Höhe haben/ halten ſich gegen einander/ als wie ihre Baſes.

Es ſeynd gegeben die Spitzſäule ABCDE/ FGHIKL/ welche einerley Höhe haben. Dieſem nach ſaget man/ daß ſeye: wie ſich die Baſis BCDE zu der Baſis GHIKL verhalte; alſo verhalte ſich auch die Spitzſäule ABCDE/ zu der Spitzſäule FGHIKL.

Ziehe vorhero auß einem ∠ in denen Baſen/ als wie auß B und G in die übrige ∠ ſo viel gerade Linien/ als du kanſt/ dardurch werden die Baſes in lauter △ abgetheilt/ auff welchen hernach ſo viel kleine Spitz-Säule darauff zu ſtehen dir einbilde. Dieſem nach

Beweiß.

Weilen die zwey kleine Spitzſ. ABCD und FGHI gleiche Höhe/ und die Baſes BCD/ GHI dreyeckicht haben. d. d. Zub.

So wird ſeyn/ als wie Baſis GHI/ Baſis BCD :: Spitzſ. FGHI/ Spitzſ. ABCD. d. 5. 12.

und auch als wie Baſis GIK/ Baſis BCD :: Spitzſ. FGIK/ Spitzſ. ABCD. d. 5. 12.

Und als wie Baſ. GHI + GIK/ Baſ. BCD :: Spitzſ. FGHI + FGIK. Spitzſ. ABCD. d. 24. 5.

Ferner iſt wie die Baſ. GKL. Baſ. BCD :: Spitzſ. FGKL. Spitzſ. ABCD. d. 5. 12.

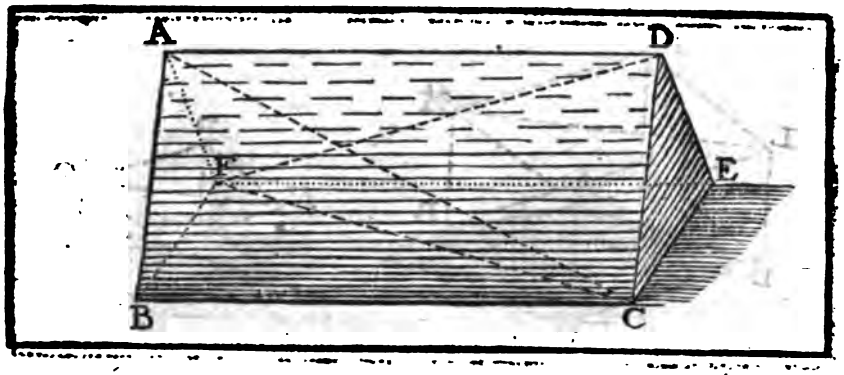
Dahero letztlich ſeyn werde/ als wie Baſ. GHI + GIK + GKL (oder mit einem Wort Baſ. GHIKL) ſich haltet zu der Baſis BCD :: iſt die Spitzſ. FGHI + FGIK + FGKL (oder mit einem Wort/ Spitzſ. FGHIKL) zu der Spitzſ. ABCD. d. 24. 5.

Und durch die Umbkehrung Baſ. BCD/ Baſ. GHIKL :: Spitzſ. ABCD. Spitzſ. FGHIKL. d. 4. 5.

Auff ſolche Weiſe wird auch bewieſen/ daß wie ſich Baſis BDE zur Baſ. GHIKL verhalte: ſo ſeye auch die Spitzſ. ABDE/ zu der Spitzſ. FGHIKL.

Deßwegen ſchlieſſet man/ daß auch ſeye/ wie Baſ. BCD + BDE (das iſt die Baſis BCDE allein) ſich zu der Baſ. GHIKL verhalte :: ſeye die Spitzſ. ABCD + ABDE (das iſt die Spitzſ. ABCDE allein) zu der Spitzſ. FGHIKL. d. 24. 5.

Welches zu beweiſen ware.



Die VII. Vorgab. Betrachtung.

Eine jede Eckſäule/ ſo eine dreyeckichte Baſis hat/ wird in drey Spitzſäulen abgetheilt/ welche einander gleich ſeynd/ und dreyeckichte Baſes haben.

Es iſt gegeben die Eckſäule ABCDEF/ welche zur Baſis/ und gegen über ſtehenden Fläche/ die gleiche und gleichförmige △ CDE und BAF hat. Dieſem nach ſagt man/ daß dieſe Eckſäule in drey dreyeckichte Spitzſäule/ als wie in FACB/ FADC/ CDFE/ welche einander gleich ſeint/ abgetheilt werde.

Ziehe vorhero in denen drey ▭ die Diametern FC/ AC/ FD.

Beweiß.

Der △ ACB iſt ⊓/ dem △ ADC. d. 34. 1.

So haben auch die zwey Spitzſäule FACB/ FADC einerley Höhe.

Dahero iſt die Spitz. FACB ⊓/ der Spitz. FADC. d. 5. 12.

Abermahlen iſt der △ FAD ⊓/ dem △ FDE/ d. 34. 1.

und die zwo Spitzſäule CDAF (oder ſo ein Ding FADC) und CDFE haben auch einerley Höhe.

Dahero iſt auch die Spitz. FADC ⊓/ der Spitz CDFE d. 5. 12.

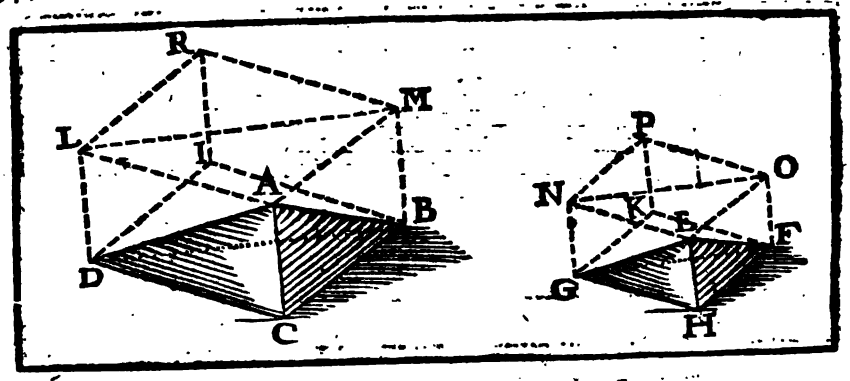
und folgends ſeynd alle drey Spitzſäule FACB/ FADC und CDFE (in welche die Eckſäule ABCDEF iſt abgetheilt worden) einander gleich. d. 1. ax. 1.

Welches zu beweiſen ware.

Folge.

Eine jede Spitzſäul iſt grad der dritte Theil der Eckſäule/ welche mit derſelben einerley Baſis und Höhe hat/ oder

Eine jede Eckſäule iſt dreyfach der Spitzſäule/ welche mit derſelben einerley Baſis und Höhe hat.



Die VIII. Vorgab. Betrachtung.

Gleichförmige Spitz-Säule / welche dreyeckichte Baſes haben / halten ſich gegen einander in dreymahliger Verhaltnuß ihrer gleichförmig-haltnuß-ſagenden Seite.

Es ſeynd gegeben die zwey dreyeckichte Spitzſäule ABCD/ EFGH/ welche ihre Baſes BCD/ FHG gleichförmig haben / und auch die übrige △/ gleichförmig denen übrigen △. Dieſem nach ſagt man / daß eine Spitzſäule zu der andern in dreymahliger Verhaltnuß ſeye/ derjenen / welche eine gleichförmig-haltnuß-ſagende Seiten/ geſetzt AB/ zu der andern EF hat.

Zubereitung.

Erſtrecke die Fläche deren △ ACB/ DCB/ ACD/ und
außfülle die ▭ CM/ CI/ CL.
Hernach ziehe LR/ RM —/ denen AM/ AL biß ſie zuſammen ſtoſſen.
Hange RI zuſammen.
So wird darauß daß ▱ CR entſtehen/ welches mit der Spitzſäulen
ABCD einerley Höhe hat. d. 15. 12.
Auff ſolche Weiſe verfertige auch das ▱ HP.
Letztlich ziehe LM / NO zuſammen.

Beweiß.

Dieweilen die Spitzſäule einander gleichförmig ſeint/ d. d. Vorg.
ſo werden alle △ / ein jeder dem ſeinen/ in beyden Spitzſäule
einander gleichförmig ſeyn. d. 9 def. 11.
Und ſich zu einem Exempel verhalten AC/ CB :: EH/ HE. d. 1. def. 6.
Und der ∠ ACB wird auch ⊓ ſeyn dem ∠ EHE. d. 5. 6.

Dahero ſeynd auch die ▭ CM/ [illegible] einander gleichförmig: { d. 15. 11. und 41. 1.

Auff dieſe Art werden einander gleichförmig ſeyn die ▭
CL/ HN und CI/ HK / und auch ihre gegen über ſtehende ▭. d. 24. 11.
Darauff folget / daß auch die ▱ CR/ und HP einander gleichförmig
ſeint. d. 9. def. 11.

Und deßwegen verhalten ſich dieſe zwey ▱ gegen einander in dreymahliger Verhaltnuß ihrer gleichförmig-haltnuß-ſagenden Seite AB und EF.

Die Spitz-ſäule ABCD/EFGH ſeynd unterdeſſen gerad ein ſechſter Theil von ihren ▱. d. 33. 11.

(dann die zwey Eck-Säule LMBCAD und NOFEHG ſeynd gerad die Helffte deren ▱ CR und HF. d. 28. 11.

Und die zwey Spitz-ſäule ABCD und EFGH ſeynd gerad der dritte Theil von denen zwey Eckſäulen LMBCAD und NOFEHG d. 7. 12.

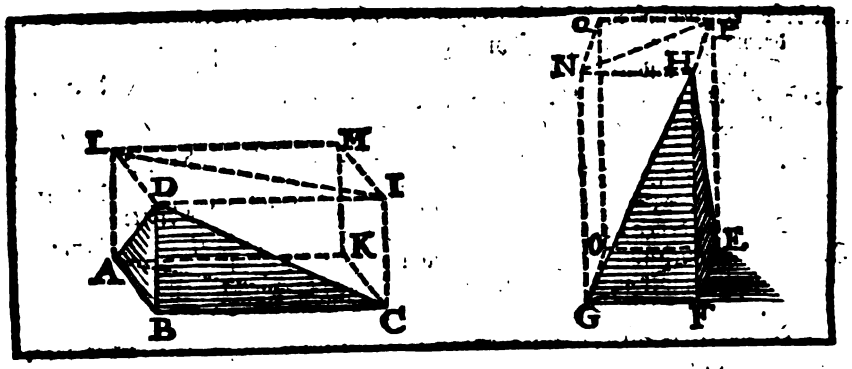
Dahero halten ſich auch die zwey Spitz-ſäule ABCD/EFGH gegen einander in dreymahliger Verhaltnuß/ derjenen/ welche die gleichförmig-haltnuß-ſagende Seiten AB/ zu der andern Seiten EF hat. d. 15. 5.

Welches zu beweiſen ware.

Folge.

Auch die gleichformige Spitz-ſäule/ welche mehr/ als drey Seiten zur Baſis haben/ ſtehen gegen einander in dreymahliger Verhaltnuß ihrer gleichförmig-haltnuß-ſagenden Seite.

Die Urſach iſt/ weilen ſolche in dreyeckichte Spitzſäule können abgetheilt werden/ welche verſchiedener einander gleichförmig ſeint; und in dreymahliger Verhaltnuß ihrer gleichförmig-haltnuß-ſagenden Seiten gegen einander ſich verhalten/ und dahero auch zuſammengeſetzter ſich gegen einander in dreymahliger Verhaltnuß ihrer gleichformig-haltnuß-ſagenden Seiten verhalten werden.



Die IX. Vorgab. Betrachtung.

Die gleichen Spitz-Säulen von dreyeckigten Basen / haben ihre Bases und Höhe wiederkehrlich geproportionirter: und hinwiederumb die Spitz-Säule/ von dreyeckichten Bases / welche ihre Bases und Höhe widerkehrlich geproportionirter haben/ seynd einander gleich.

Es seynd gegeben die gleiche / und auff dreyeckichten Bases stehende Spitzsäule DABC/ HEFG. Diesem nach sagt man I. daß sie ihre Bases ABC. EFG/ und die Höhe wiederkehrlich geproportionirter haben/ nemlich daß es seye/ Bas. ABC. Bas. EFG :: die Höhe der Spitz. HEFG. Höhe der Sp. DABC.

Zubereitung.

Verfertige die ▭ BM/ FQ / gleich wie es in der vorgehenden Vorgab geschehen ist.

Beweiß.

Es ist klar/ daß die zwey Eckſäulen ALICBD und GNPEFH. dreymahlen so groß sey/ als die Spitzsäule ADCB und GHEF. d. 7. Cor. 12.
(dann sie auff einerley Basis stehen/ und einerley Höhe haben.) d. d. Zub.
Nun ist die Spitzsäule ADCB ∏ gegeben der Spitzsäule GHEF. d. d. Vorg.
Darumb ist auch die Eckſäule ALICBD ∏/ der Eckſäule GNPEF. d. 6. ax. 1.
Unterdessen seynd die ▭ BM und FQ gedoppelt deren Eckſäule ADCB und GHEF. d. 28. 11.
Dahero ist das ▭ BM ∏/ dem ▭ FQ. d. 6. ax. 1.
Diese ▭ BM und FQ aber/ haben wegen ihrer Gleichheit die Bases und Höhe wiederkehrlich geproportionirter. d. 34. 11.
Folget/ daß auch die zwey gleiche Spitz-Säule ADCBGHEF/ (welche just der sechste Theil seynd von denen ▭ BM/ FQ / ihre Bases und Höhe wiederkehrlich geproportionirter haben. d. 15. 5.

II. Wann die Bases und Höhe deren Spitzsäule DABC/ HEFG wiederkehrlich geproportionirter seynd/ nemlich wann es ist/ als wie Basis ABC/ Basis EFG :: die Höhe der Spitz. HEFG. Höhe der Spitz. DABC.

Dieſem nach ſaget man/ daß die Spitzſäule DABC ∏ ſeye/ der Spitzſäule HEFG.

Die Zubereitung und Verfertigung der Figur verbleibet wie oben.

Nunmehro/ weilen es iſt/ Baſis oder △ABC/ zu Baſ. oder EFG :: die Höhe d. d. Vier der andern Spitzſ. zu der Höhe der erſten Spitzſ.

So wird auch ſeyn ▭ ABCK. ▭ EFGO :: die Höhe der andern zu der Höhe d. 15. der einen.

Das iſt/ in denen ⧈ BM und FQ ſeynd die Baſes und Höhe einander wiederkehrlich geproportionirter.

Darumb wird das ⧈ BM ∏ ſeyn/ dem ⧈ FQ. d. 34. 11.

Und folgends auch die Spitzſäule DABC ∏/ der Spitzſäule HEFG. d. 7. 12.
(dann ſie juſt der ſechſte Theil von denen ⧈ ſeynt)

Welches zu beweiſen ware.

Anmerckung.

Eben alſo haben die andere Spitzſäule/ welche mehr als eine dreyeckigte Baſis haben/ ihre Baſes und Höhe widerkehrlich geproportionirter.

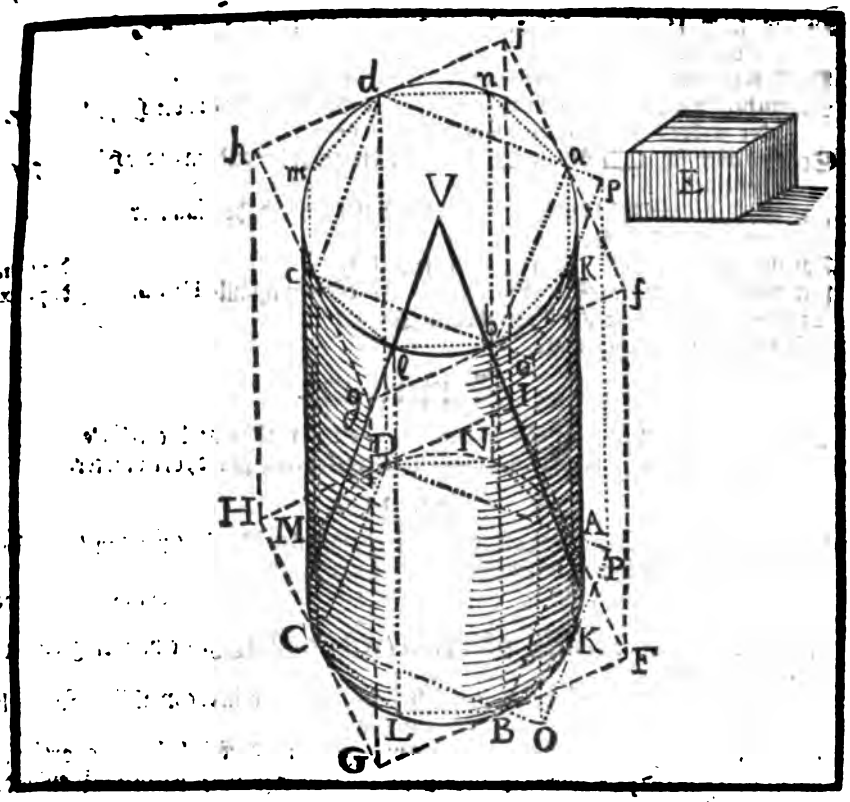
Folge.

Was in der 6. 8 und 9. Vorgab von denen Spitzſäulen iſt geſagt worden/ das kan man auch von denen Eckſäulen (dann ſie gradt dreymahlen ſo groß/ als die Spitzſäulen ſeynt/ welche mit ihnen einerley Höhe und Baſis haben/ beweiſen/ nemlich/

I. Die Eckſäulen/ ſo einerley Höhe haben/ verhalten ſich gegen einander/ gleich wie ihre Baſes.

II. Gleichförmige Eckſäulen halten ſich gegen einander in dreymahliger Verhältnuß ihrer gleichförmig haltnuß-ſagenden Seiten.

III. Gleiche Eckſäulen haben ihre Baſes und Höhe wiederkehrlich geproportionirter/ und welche widerkehrlich geproportionirt ſeynd/ ſeynd auch einander gleich.



Die X. Vorgab. Betrachtung.

Ein jeder Kögel iſt der dritte Theil von einer Waltze/ welche mit demſelben einerley Baſis und Höhe hat.

Es iſt gegeben der Kögel CVK/ und die Waltze CcKk/ welche einerley Höhe und einerley Baſis/ nemlich den Zirckel ABCD haben. Dieſem nach ſagt man/ daß der Kögel der dritte Theil von der Waltze ſeye.

Beweiß.

Geſetzt/ man widerſpreche es/ ſagend/ daß der Kögel der dritte Theil von der Waltze nicht ſeye/ ſo folgete darauff/ daß auch die Waltze nicht dreymahln ſo groß/ ſondern entweder ▽/ oder ▽/ als der Kögel drey mahlen genommen/ ſeye.

Seye zum erſten mahl geſetzt/ daß die Waltze ▽ ſeye/ als der Kögel dreymahlen genommen/ zu einem Exempel/ umb die Gröſſe E.

Das iſt/ die Waltze CcKk iſt ▽/ dem Kögel CVK dreymahlen genommen/ ↔ E.

Diesem nach einschreibe in den Zirckel das ▭ ABCD / und umb denselben das □ FGHI.

Erhöhe auff diesen □ die zwey ⊖ Aa/ Bb/ Cc/ Dd und Ff Gg/ Hh/ Ii/ welche mit der Waltze/ und dem Kögel einerley Höhe haben.

Nunmehro ist klar/ daß das ▭ ABCD die Helffte/ deß □ FGHI seye. d. 9. an. 4.

Unterdessen verhaltet sich eine Basis zu der andern Basis :: ein ⊖ zu den andern ⊖ von einerley Höhe. d. 32. 11.

Folget/ daß also das ⊖ Aa/ Bb/ Cc/ Dd auch die Helffte deß ⊖ Ff/ Gg/ Hh/ Ii/ seye.

Indeme aber das ⊖ Ff/ Gg/ Hh/ Ii ⌐ ist/ als die Waltze CcKk. d. 9. ax. 1.
und folgends auch die Helffte deß ⊖ Ff. u. s. f. ⌐ / als die Helffte derselben Waltze.

Darumb wird auch das ⊖ Aa/ Bb/ Cc/ Dd ⌐ seyn/ als die Helffte der Waltze:

Abtheile ferner just entzwey die Umbkreiß-Stücke AB/ BC/ CD/ DA in denen Puncten K/ L/ M/ N/ und hange zusammen AK/ KB/ BL/ LC/ CM/ MD/ DN/ NA.

Durch K ziehe OKP/ welche den Zirckel berühre/ und mit BA = lauffe / auch mit denen verlängerten CB/ DA in denen Puncten O/ P zusammen komme / und das ▭ AO gestalte.

Erhöhe auff dem ▭ AO die Ecksäule Aa/ Pp/ Oo/ Bb/ und auff dem △ AKB die Ecksäule Aa/ Kk/ Bb/ welche mit der Waltze und dem Kögel einerley Höhe haben.

Weilen demnach der △ AKB die Helffte deß ▭ APOB ist; d. 41. 1.
so wird auch die Ecks. Aa/ Kk/ Bb die Helffte der Ecks. Aa. Pp/ Oo/ Bb/ seyn.

Und deßwegen wird die Ecksäule Aa/ Kk/ Bb ⌐ seyn / also die Helffte deß Waltzen-Schnitzes Bb/ Kk/ Aa/ welcher zur Basis die gerade Lini AB und den Bogen AKB hat.

Auff diese Weise seynd auch die übrige Ecksäule Cc/ Ll/ Bb/ u. s. f. ⌐ / als die Helffte deren Waltzen-schnitze Bb/ Ll/ Cc. u. s. f.

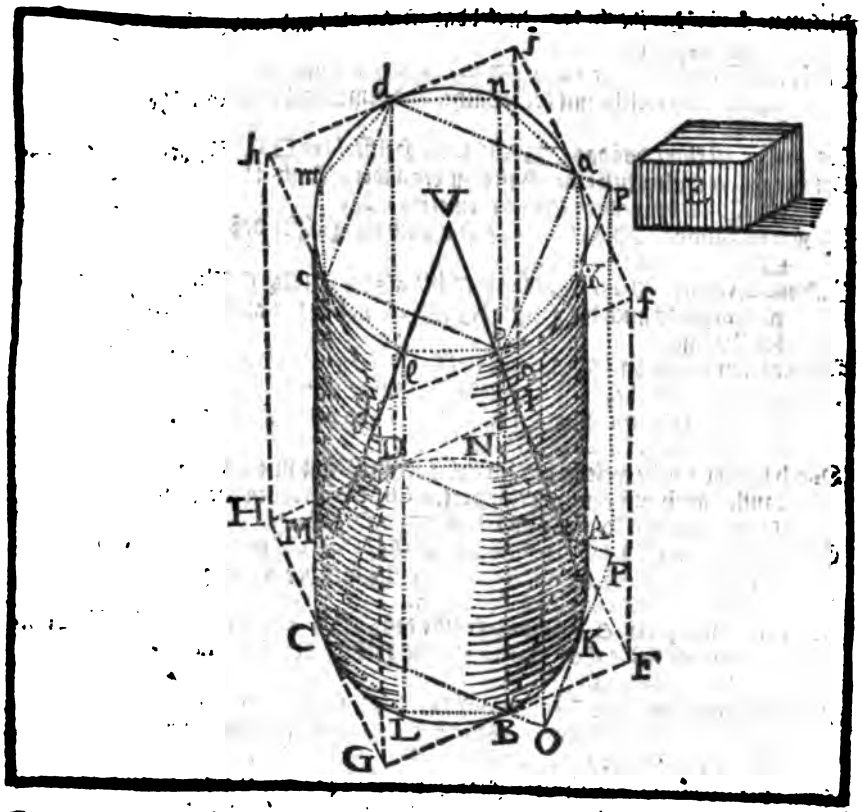
Und folgends seynd alle diese Ecksäulen sammentlich ⌐ Als die Helffte aller dieser Waltzenschnitze sammentlich.

Wann man abermahlen die Umbkreißstücke AK/ KB/ u. s. f. just entzwey schneidet / und (wie vorgehends) Ecksäule darauff machet/

So werden auch solche Ecksäule sammentlich ⌐ seyn/ als die Helffte deren Waltzenschnitze / welche zur Basis die kleine gerade Linien/ und die kleine Zirckelbogen haben.

Wann jetzunder der gantzen Waltze CcKk mehr als die Helffte/ nemlich das ⊖ Aa/ Bb/ Cc/ Dd/ und von denen übrigen Waltzenschnitze auch mehr als die Helffte / nemlich die Ecksäule Aa/ Kk/ Bb/ u. s. f. abgezogen werden.

So werden letztlich einige Waltzenschnitze überbleiben/ welche zusammen genommen ⌐ seynd/ als die Grösse E/ so der Unterscheid ist/ umb d. 2. Lem. 12.
welchen die Waltze ⌐ ist/ als der Kögel dreymahlen genommen.



Setzet man nun / daß nach verrichtem Abzug die Waltzenschnitze Aa/ Kk/ Kk/ Bb/ u. s. f. übergeblieben seynd/ welche zusammen genommen ⌉ seint/ als E. So wird

Zweiten die Waltze ⊓ gesetzt worden ist / dem Kögel dreymahlen genommen/ → E.

Unterdessen aber man auß der Waltze die übergebliebene Waltzenschnitze / und auß dem Kögel dreymahlen genommen → E/ dieselbe E (welche ⌈ bewiesen worden ist/ als gedachte Waltzenschnitze) abziehet.

Die übrige Ecksäule Aa/ Kk/ Bb/ Ll/ Cc/ Mm/ Dd/ Nn/ auch ⌈ verbleiben/ als der Kögel dreymahlen genommen.

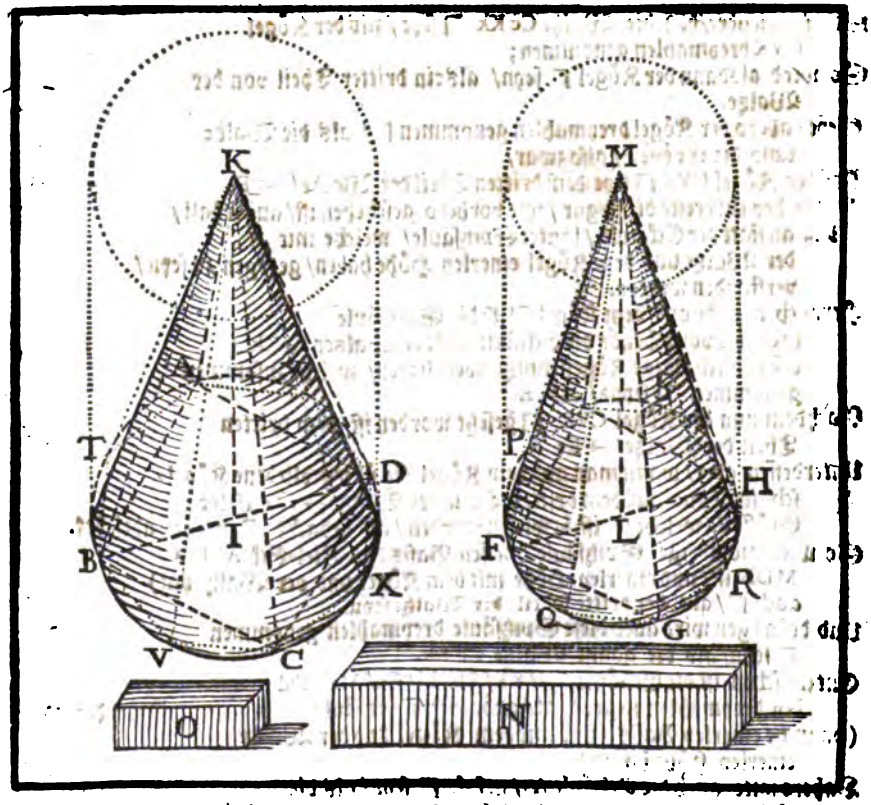
Und deßwegen wird der Kögel ⌉ seyn/ als der dritte Theil der Waltze.

Entzwischen ist der Ecksäulen Aa/ Kk/ Bb/ Ll/ Cc/ Mm/ Dd/ Nn/ dritter Theil eine Spitzsäule / welche mit derselben einerley Höhe und Basis hat. p. 7.

Folget/ daß also der Kögel CVK ⌉ wäre/ als gedachte Spitzsäule / nemlich das gantze ⌉ / als sein Theil/ so nicht seyn kan.

Dahero ist die Waltze nicht ⌈ / als der Kögel dreymahlen genommen.

Geſetzt man aber/ daß die Waltze Cc Kk ⌝ ſeye/ als der Kögel CVK dreymahlen genommen;
So wird alsdann der Kögel ⌜ ſeyn/ als ein dritter Theil von der Waltze.
Seye dahero der Kögel dreymahlen genommen ⌜/ als die Waltze und die Gröſſe E/ alſo zwar/
Daß der Kögel CVK ⌐ ſeye dem dritten Theil der Waltze/ + E.
Nunmehro zubereite die Figur/ wie vorhero geſchehen iſt/ auſſerhalb/ daß an ſtatt der Eckſäule/ lauter Spitzſäule/ welche mit der Waltze und dem Kögel einerley Höhe haben/ gezogen zu ſeyn/ verſtanden werden.
Hernach abziehe auß dem Kögel CVK die Spitzſäule (als wie vorgehende die Eckſäule auß der Waltzen CcKk)/ biß endlich einige Kögelſchnitze überbleiben/ welche zuſammen genommen ⌝ ſeynd/ als E.
Nachdem nun der Kögel CVK ⌐ geſetzt worden iſt/ dem dritten Theil der Waltze/ + E;
Unterdeſſen aber/ wann man auß dem Kögel die übergebliebene Kögelſchnitze/ und auß dem dritten Theil der Waltze + E/ dieſelbe Gröſſe E (welche ⌜ iſt bewieſen worden/ als gedachte Schnitze) abziehet.
So wird die übrige Spitzſäule (deſſen Baſis das Viel-Eck AKBLC MDN iſt/ und einerley Höhe mit dem Kögel und der Waltze hat) auch ⌜/ als der dritte Theil der Waltze ſeyn.
Und deßwegen wird auch dieſe Spitzſäule dreymahlen genommen ⌜ ſeyn/ als die gantze Waltze Cc Kk.
Inzwiſchen iſt die Eckſäule A-/ Kk/ Bb/ Ll/ Cc/ Mm/ Dd/ Nn dreymahlen ſo groß/ als gedachte Spitzſäule. §. 7. 12.
(dann ſie einerley Baſis/ und mit dem Kögel und der Waltze einerley Höhe haben)
Dahero ſolte auch die Eckſäule Aa/ u. ſ. f. ⌜ ſeyn/ als die Waltze Cc Kk/ nemlich der Theil ⌜/ als ſein gantzes/ ſo nicht möglich iſt.
Woraus dann letztlich erſcheinet/ daß die Waltze auch nicht ⌝ ſeye/ als der Kögel dreymahlen genommen.
ſondern ſie werden nothwendig denſelben dreymahlen genommen ⌐ ſeyn müſſen.
Und deßwegen iſt der Kögel CVK just der dritte Theil der Waltze Cc Kk.
Welches zu beweiſen ware.



Die XI. Vorgab. Betrachtung.

Die Kögeln und Waltze/ so einerley Höhe haben/ verhalten sich gegen einander/ gleich wie ihre Baſes.

Es seynd gegeben die zwey Kögel/ und die zwey Waltze/ welche zu ihren Baſes die Zirckel ABCD/ EFGH/ und zu ihrer Höhe die gleiche IK/ LM haben.

Diesem nach sagt man/ daß sich verhalte

Baſ. ABCD/ Baſ. EFGH :: { der eine Kögel K/ zu dem andern M. / die eine Waltze K/ zu der andern M.

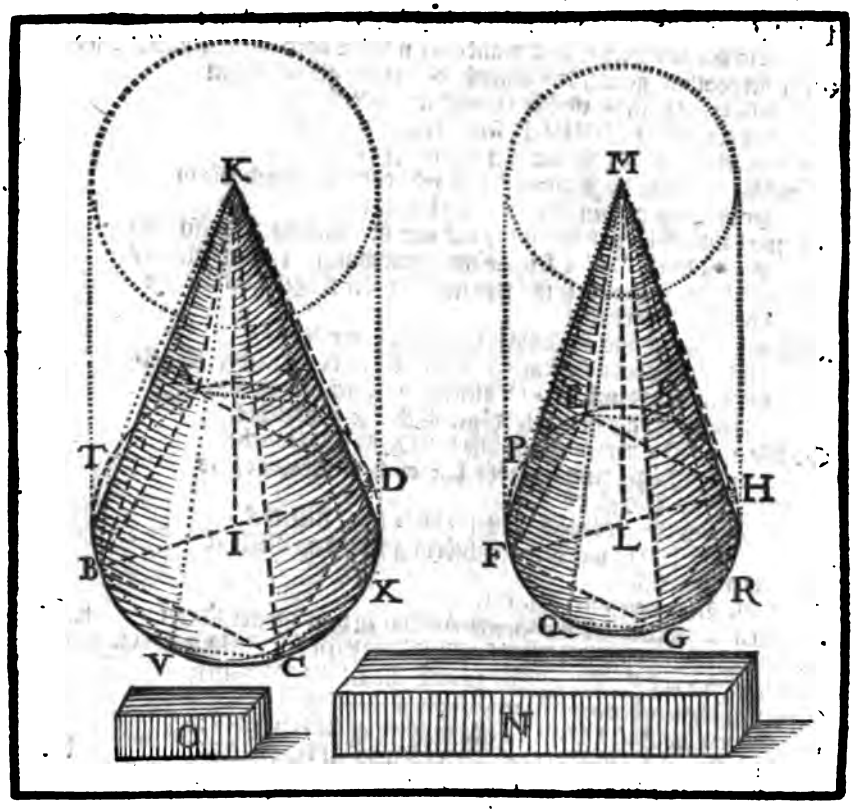
Beweiß.

Wann es nicht geglaubt wird/ so seye/ daß die Baſis ABCD zu der Baſis EFGH sich verhalte: als wie der Kögel ABCDK zu einer andern Gröſſe/ gleich wie zu N; welche hernach ⌜ / oder ⌝ seyn muß/ als der Kögel EFGHM.

Dann gleich kan sie demselben nicht seyn/

Sonsten hätte der Kögel ABCDK/ so wol zu dem Kögel EFGHM/ als zu N einerley Verhaltnuß. d. 7. 5.

Und deßwegen ſich verhalten würde ein Kögel zu dem andern:
Als wie eine Baſis / zu der andern / welches noch nicht geſtattet wird.
Setze derohalben geſetzt / daß erſtlich N ⌝ ſeye / als der Kögel
EFGHM / und die Gröſſe O / auff ſolche Geſtalt /
daß der Kögel EFGHM ⌜ ſeye / denen N → O.
Dieſem nach einſchreibe in den Circkel das □ EFGH.
Hernach verfertige die Figuren / und rede darüber / gleich wie in
der vorhergehenden Vorgab geſchehen iſt.
So wird endlich heraus kommen / daß alle überbliebene Kögelſchnitze
als wie EMP. PMF u. ſ. f. zuſamen genommen ⌝ ſeynt / als O /
welche der Unterſcheid iſt / und welchen der Kögel EFGHM die
Gröſſe N übertreffet.
Weilen nun der Kögel EFGHM ⌜ geſetzt iſt / der N → O /
Und man entzwiſchen auß ſolchem Kögel die gedachte Kögele
Schnitze / und auß N → O / dieſelbe O (welche ⌜ zu ſeyn
bewieſen iſt / als gedachte Kögel-Schnitze) abziehet.
So folget / daß die übrige Spitzſäule EPFQGRHSM / welche
mit dem Kögel einerley Höhe hat / auch ⌜ verbleibe / als
die übrige Gröſſe N.
Unterdeſſen einſchreibe in den Zirckel ABCD das Viel-Eck
ATBVCXDY / welches gleichförmig ſeye / dem Viel-Eck
EPFQGRHS.
Ziehe die Diametern BD und FH.
Dieſem nach / weilen ſich der Zirckel ABCD / zu dem Zirckel EFGH d. 2. Cor. 14.
hältet; als wie das Viel-Eck ATBVCXDY / zu den Viel-Eck EPFQGRHS.
Wie ſich aber der Zirckel ABCD / zu dem Zirckel EFGH haltet;
Alſo iſt geſetzt worden der Kögel ABCDK zu der Gröſſe N.
Und als wie die Baſ. ATBVCXDY. zu der Baſ. EPFQGRHS ::
die Spitzſ. ATBVCXDYK. zu der Spitzſ. EPFQGRHSM d. 6. 12.
welche mit dem Kögel einerley Höhe haben.
Dahero wird ſich auch die Spitzſ. ATBVCXDYK zu der Spitzſ.
EPFQGRHS verhalten: als wie der Kögel ABCDK / zu N.
Weilen aber die Spitzſ. ATBVCXDYK ⌝ iſt / als der Kögel
ABCDK (nemlich der Theil iſt ⌝ / als ſein gantzes).
So folget / daß auch die Spitzſäule EPFQGRHS ⌝ ſeye / als N.
Welches ungereimt iſt / maſſen ſie allererſt ⌜ iſt bewieſen
worden / als dieſelbe N.
Dahero iſt N nicht ⌝ / als der Kögel EFGM.
Sagt man hingegen / daß N ⌜ ſeye / als der Kögel EFGM.
Indeme nun geſetzt iſt / daß wie ſich der Zirckel ABCD / zu dem
Zirckel EFGH verhält: Alſo ſeye der Kögel ABCDK / zu N;
Und durch die Umbkehrung EFGH / ABCD :: N / ABCDK.
Setze man jetzund / daß ſich N / zu dem Kögel ABCDK verhalte:
als wie der Kögel EFGHM / zu der Gröſſe O.
Weilen aber N ⌜ geſetzt worden iſt / als der Kögel EFGHM.
ſo wird auch der Kögel ABCDK ⌜ ſeyn / als O. d. 14. 5.
Dahero / wie ſich der Zirckel EFGH zu dem Zirckel ABCD verhaltet;
alſo iſt auch der Kögel EFGHM / zu O. Welches aber nicht ſeyn kan.



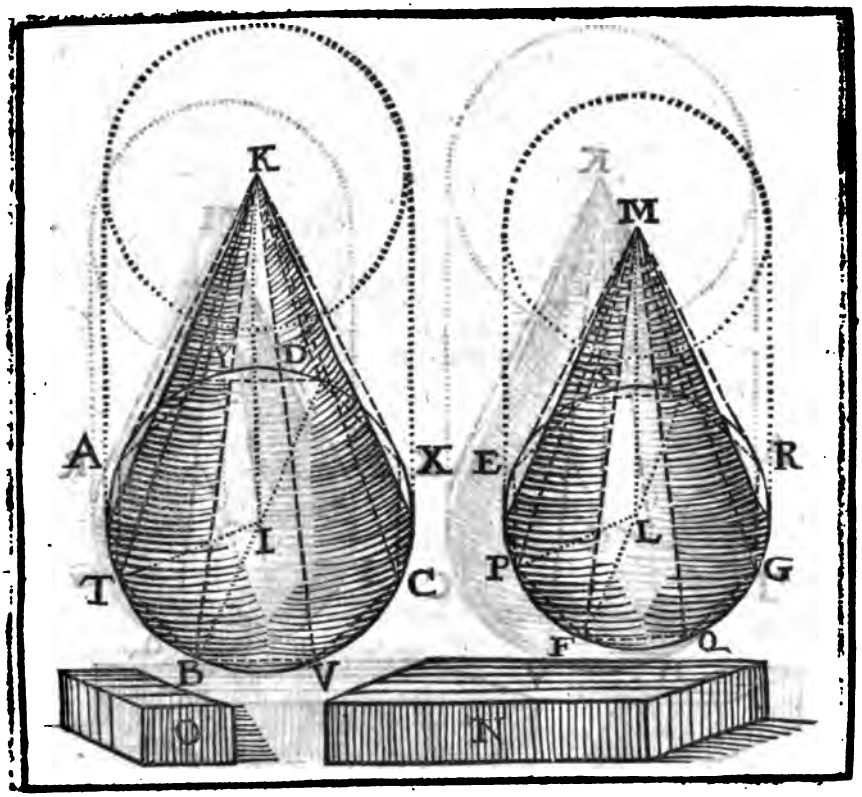
Dann ○ ⌝ iſt/ als der Kögel ABCDK/ und ſchon vorgehends bewieſen worden/ daß unmöglich ſeye/ daß ſich ein Kögel / zu einer Gröſſe/ welche ⌝ iſt/ als derſelbe Kögel / verhalte:
Als wie eine Baſis eines Kögels/ zu der andern Baſis / deß andern Kögels.

Darumb iſt N auch nicht ⌜ / als der Kögel EFGHM.
ſondern N werde nothwendig demſelben Kögel ⊓ ſeyn müſſen.

Und deßwegen wie ſich die Baſis ABCD / zu der Baſis EFGH verhaltet: alſo wird ſich auch der Kögel ABCDK/ zu dem Kögel EFGHM verhalten. d. 7. 5.

Letztlich wird auch ſeyn / als wie die Baſis ABCD/ zu der Baſis EFGH ſich verhaltet: alſo iſt eine Waltze/ zu der andern Waltze. d. 15. 5.
(dann die Waltze dreyfach ſeint deren Kögeln/ welche mit ſolchen einerley Höhe und Baſes haben). Dahero die Kögeln. u. ſ. f. d. 10. 12.

Welches zu beweiſen ware.



Die XII. Vorgab. Betrachtung.

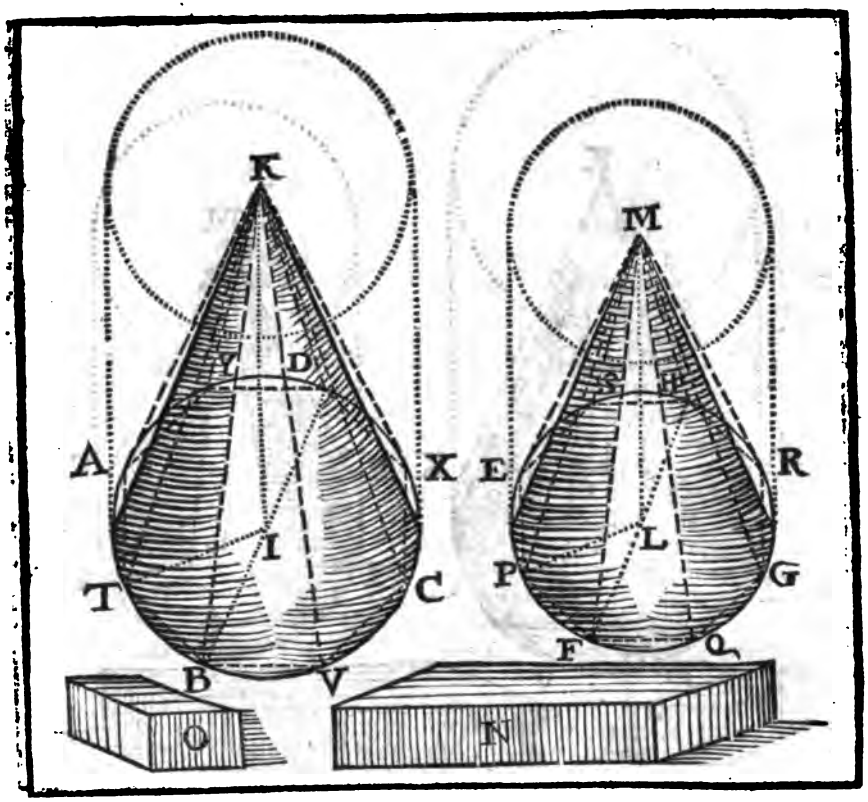
Gleichförmige Kögeln und Waltze halten ſich gegen einander / in dreymahliger Verhaltnuß derjenen / welche die Diametern ihrer Baſen gegen einander haben.

Es ſeynd gegeben die zwey gleichförmige Kögeln und Waltze / deren Baſes die Zirckeln ABCD / EFGH / und die Diametern ihrer Baſen BD / FH / und die achſte KX / LM ſeint. Dieſem nach ſagt man / daß der eine Kögel / zu dem andern / und auch eine Waltze zu der andern ſich in dreymahliger Verhaltnuß der jenen / welche ein Diameter zu dem andern hat / verhalte.

Beweiß.

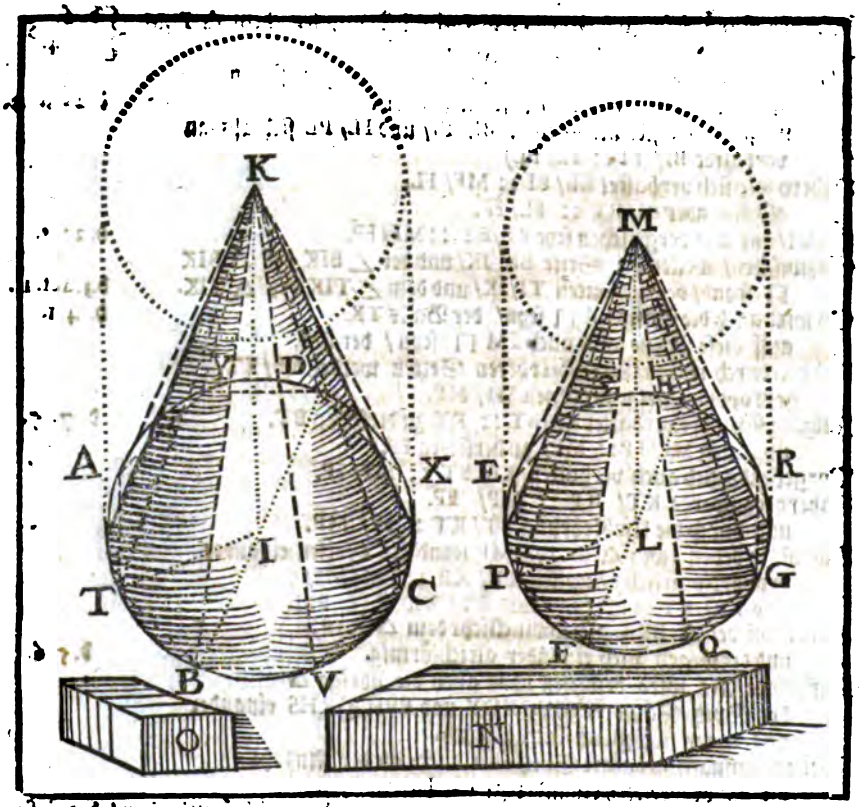
Wann es nicht geglaubet wird / ſo ſeye / daß der Kögel ABCDK zu einer andern Gröſſe / wie nemlich zu N / in dreymahliger Verhaltnuß / welche der Diameter BD / zu dem Diameter FH hat / ſtehe. Nun iſt klar / daß N entweder ∇ / oder Γ / als der Kögel EFGHM ſeyn muß.

Dann wann ſie ihme gleich wäre: ſo hätte der Kögel ABCDK einerley Verhaltnuß zu dem Kögel EFGHM und der Gröſſe N. d. 7. 5.



Und dahero wäre der Kögel ABCDK/ zu dem Kögel EFGHM
auch in dreymahliger Verhaltnuß derjenen/ ſo der Diameter
BD/ zu dem Diameter FH hat.
welches aber hier noch nicht zugelaſſen wird.
Seye dahero geſetzt/ daß N ⌝ ſeye/ als der Kögel EFGHM
umb die Gröſſe O.
Dieſem nach zubereite und verfertige die Figuren / gleich wie in
der vorhergehenden Vorgab geſchehen iſt/ damit man beweiſen möge/
daß die Spitzſäule EBFQGRS ⌜ ſeye/ als N.
Hange hernach TI und FL zuſammen.
Dieweilen der Kögel ABCDK gleichförmig gegeben iſt
dem Kögel EFGHM.
So werden ſie ihre Diametern und Achſten gegen einander ge-
proportionirter haben. d. 24. def. 11.
Und dahero ſeyn BD. FH (oder BI. FL) :: IK. LM. d. 15. 5.
Und durch die Verwexlung BI. IK :: FL. LM.
Nunmehro iſt in dem △ BIK der ∠ BIK ⊓ dem ∠ FLM
in △ FLM (dann beyde rechte ∠ ſeynd) d. 3. def. 11.
Und die Seiten BI/ IK ſeynd geproportionirt denen Seiten FL/ LM.

Folget/ daß aus dieſer Urſach der △ BIK gleichförmig ſeye/ dem △ FLP. } p. 6. und 4. 6.
So iſt auch der △ BIT gleichförmig dem △ FLP.
(dann die ∠ I und L auff gleichförmigen Bögen ſtehen/
und dahero ſie einander ∏ ſeynd; über diß
wegen deren gleichen Seiten BI/ TI/ und FL/ PL ſich alsdann
verhaltet BI/ TI :: FL/ PL.) p. 22. def. 3.
Dahero wie ſich verhaltet KB/ BI :: MF/ FL.
alß wie aber BI/ BT :: FL/ FP.
Folget/ daß aus dergleichen ſeye KB/ BT :: MF/ FP. p. 22. 5.
Entzwiſchen/ weilen die Seite BI/ IK/ und der ∠ BIK deß △ BIK
∏ ſeynd/ denen Seiten TI/ IK/ und dem ∠ TIK deß △ TIK p. 3. def. 11.
So wird auch die Baſis BK ∏ ſeyn/ der Baſis TK p. 4. 1.
auff dieſe Weiſe wird auch FM ∏ ſeyn/ der PM.
Und hierdurch wegen Gleichheit deren Seiten werden KB/ KT
geproportionirt ſeyn/ denen MF/ MP.
Indeme ſich aber verhaltet KB/ BT :: KT zu derſelben BT, p. 7. 5.
und auch MF/ FP :: MP/ zu derſelben FP.
Vorgehends ſich auch verhalten KB/ BT :: MF/ FP.
Dahero ſeyn werde KT/ BT :: MP/ FP.
und durch die Umbkehrung BT/ KT :: FP/ MP.
Das iſt/ in denen zwey △ BKT/ FMP ſeynd die Seiten einander
proportionirlich/ nemlich TB/ KB :: PM/ MF/
und KB/ BT :: MF/ FP/ und BT/ TK :: FP/ PM.
Dahero iſt der △ BKT gleichwincklicht dem △ FMP,
und deßwegen auch einander gleichförmig. p. 5. 6.
Auff ſolche Art wird bewieſen/ daß auch die übrige △
der Spitz-Säule ATBVCXDY und EPFQGRHS einander
und unter ſich gleichförmig ſeynd.
Weilen demnach gedachte Spitzſäule auch an der Anzahl
die △ beyderſeits einander gleich haben.
So werden eben dieſe zwey Spitzſäulen einander gleichförmig ſeyn/ p. 9. def. 11.
Und deßwegen ſich gegen einander in dreyfacher Verhaltnuß
derjenen/ welche ein gleichformig-haltnuß ſagende Seiten
BT/ zu der andern FP hat/ verhalten. 33. Cor. 12.
Es iſt unterdeſſen BT/ FP :: BI/ FL.
(dann der △ BIT gleichförmig iſt/ dem △ FLP)
Und auch als wie BI/ FL :: BD/ FH. p. 25. 5.
Dahero wird eine Spitzſäule/ zu der andern in dreyfacher
Verhaltnuß ſeyn/ derjenen/ welche ein Diameter BD
zu dem andern FH hat.
Es iſt aber auch anfanglich geſetzt worden/ daß der Kögel
ABCDK zu N in dreyfacher Verhaltnuß derjenen
ſeye/ welche ein Diameter BD/ zu dem andern FH hat.
So folget dann/ daß ſich die eine Spitzſäule ATBVCXDY zu
der andern Spitzſäule EPFQGRHS verhalte/ als wie der
Kögel ABCDK/ zu der Gröſſe N.
Unterdeſſen iſt die Spitzſäule ATBVCXDY ⌐ als der Kögel
ABCDK (nemlich der Theil iſt ⌐ als ſein gantzes).



Dahero die Spitzsäule EPFQGRHS auch ⌝ seyn muß: als die Grösse N/ welche aber anfänglich ist ⌜ bewiesen worden/ als dieselbe Spitzsäule. So gantz ungereimt ist.

Darauß schliesset man aber/ daß also die Grösse N nicht ⌝/ als der Kögel EFGHM seyn könne.

Setze man jetzund/ daß N ⌜ seye/ als der Kögel EFGHM.

Weilen schon anfänglich gesetzt worden ist/ daß der Kögel ABCDK zu N in dreymahliger Verhaltnuß seye der jenen/ welche ein Diameter BD/ zu dem andern FH hat.

Und auch durch das vorgehende bewiesen worden ist/ daß die Spitzsäule ATBVCXDY/ zu der Spitzsäule EPFQGRHS in dreymahliger Verhaltnuß seye derjenen/ welche der Diameter BD/ zu dem andern Diameter FH hat.

So wird demnach seyn/ daß/ als wie sich der Kögel ABCDK/ zu N verhaltet; also sich eine Spitzsäule zu der andern verhalten werde.

Und durch die Umbkehrung/ wie N/ zu dem Kögel ABCDK; also wird die andere Spitzsäule EPFQGRHS/ zu der ersten Spitz-Säule ATBVCXDY seyn.

Indeme aber die Spitzsäule EPFQGRS zu der Spitzsäule ATBVCXDY in dreymahliger Verhaltnuß ist / deren gleichförmig-haltnuß sagenden Seiten FH / zu TB. (oder deß Diameters FH / zu BD) d. 8. Cor. 12.

So wird auch N / zu dem Kögel ABCDK in dreymahliger Verhaltnuß seyn / der jenen / welche der Diameter FH / zu BD hat.

Seye unterdessen gesetzt / daß / als wie N / zu dem Kögel ABCDK sich verhalte: also der Kögel EFGHM / zu einer Grösse / als wie zu O / seye.

Indeme aber jetzund N ⌐ ist gesetzt worden / als der Kögel EFGHM.

So wird auch der Kögel ABCDK ⌐ seyn müssen / als O. d. 14. 5.

Und deßwegen wird der Kögel EFGHM / zu der Grösse O (welche ⊓ ist / als der Kögel ABCDK) auch in dreymahliger Verhaltnuß seyn / derjenen / welche der Diameter FH / zu dem Diameter BD hat.

Welches aber ungereimt ist; massen schon vorgehends bewiesen worden ist / daß nicht seyn könne / daß ein Kögel zu einer andern Grösse / welche ⌐ / ist also der andere Kögel in dreymahliger Verhaltnuß der jenen stehe / welche die Diametern deren Basen gegen einander haben.

Dahero ist N auch nicht ⌐ / als der Kögel EFGHM / sondern sie muß nothwendig demselben ⊓ seyn.

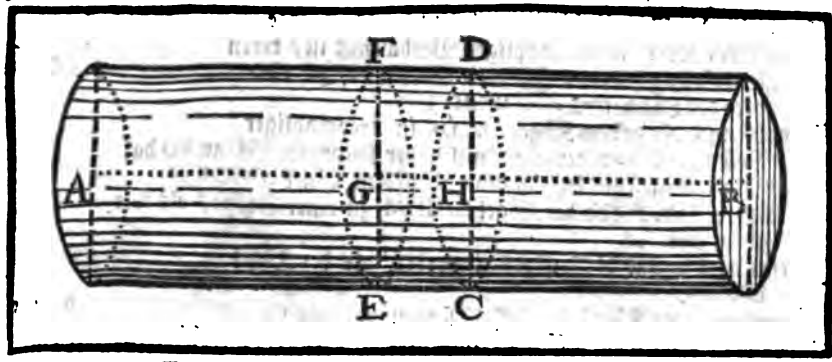
Und darum (weilen man anfänglich gesetzt hat; daß der Kögel ABCDK / zu N in dreymahliger Verhaltnuß seye / deß Diameters BD / zu dem Diameter FH)

Auch derselbe Kögel ABCDK / zu dem andern Kögel EFGHM in dreymahliger Verhaltnuß seyn werde / derjenen / welche der Diameter BD / zu dem Diameter FH hat. d. 5. 5.

Letztlich / weilen die Waltze / geradt dreyfach seynd deren Kögeln / welche einerley Höhe und Bases haben.

So werden auch die Waltze / eine zu der andern / in dreymahliger Verhaltnuß seyn / derjenen / welche ein Diameter der einen Basis / zu dem Diameter der andern Basis hat.

Welches zu beweisen ware.



Die XIII. Vorgab. Betrachtung.

Wann eine Waltze mit einer Fläche/ ſo denen gegenüberſtehenden Baſen Parallel iſt/ durchſchnitten wird: ſo werden ſich die Waltzen-Stücke gegen einander verhalten/ gleich wie ihre Achſte.

Es iſt gegeben/ daß die Waltze AB mit der Fläche EF/ welche denen Baſen A und B = iſt/ durchſchnitten ſeye. Dieſem nach ſagt man/ daß/ als wie ſich die Achſte AG/ zu GB verhalte: alſo ſich das Waltzenſtücke AG zu dem Waltzenſtück GB verhalten werde.

Zubereitung. Nehme nach Gefallen auff der Lini GB einen gerad-auffmeſſenden Theil/ gleich wie GH/ welcher zu einem Exempel/ der vierdte Theil von GB iſt.

Durch dieſen ziehe die Fläche CHD =/ denen Baſen A und B.

Beweiß. Dieweilen GH der vierdte Theil von der Lini GB iſt.

So werden nothwendig in die übrigen HB/ noch drey Theile/ (welche inſonderheit ⊓ ſeynd der GH) ſeyn müſſen.

Wann man nun durch ſolche auch einige Fläche/ ſo denen Baſen = ſeint/ ziehet;

So wird man drey Waltzenſtücke hierauß kriegen/ deren eine jede inſonderheit ⊓ iſt/ dem Waltzenſtücke EFDC (dann ſie einerley Höhe und Baſes haben). d. 11. 12.

Dahero iſt das Stück EFDC ſowol der vierte Theil der Waltze GB/ als die Lini GH der vierdte Theil der Achſte/ oder Lini GB

Unterdeſſen ſetze man/ daß GH in der Linien AG gerad dreymahlen ſeye/ und durch ſolche Theile auch einige Fläche/ welche denen Baſen = ſeynd/ gezogen worden ſeynd.

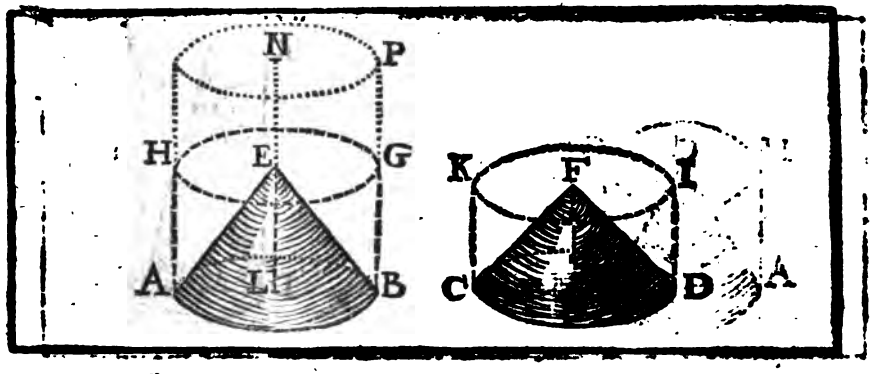
So wird/ als wie vorgehends/ bewieſen/ daß auch drey Waltzen-ſtücke in dem Stück AG ſeyn werden/ deren ein jedes inſonderheit ⊓ iſt/ dem Waltzenſtück EFDC.

Dahero/ wie offt die Lini GA einen vierdten Theil von der Lini GB begreiffet: ſo offt wird auch das Waltzenſtück AG einen vierdten Theil von dem Waltzenſtück GB begreiffen. u. ſ. f.

Darumb wie ſich verhaltet die Achſte AG/ zu der Achſte GB; alſo ſich verhalten werde das Waltzenſtück AG/ zu den Waltzen-ſtück GB. d. 6. def. 5.

Welches zu beweiſen ware.

Mercke/ was man hier mit dem vierten Theil bewieſen hat/ mag auch mit einem jeden andern untervilfachen Theil bewieſen werden.



Die XIV. Vorgab. Betrachtung.

Die Walze und Kögeln/ welche gleiche Baſes haben/ verhalten ſich gegen einander/ als wie ihre Höhe.

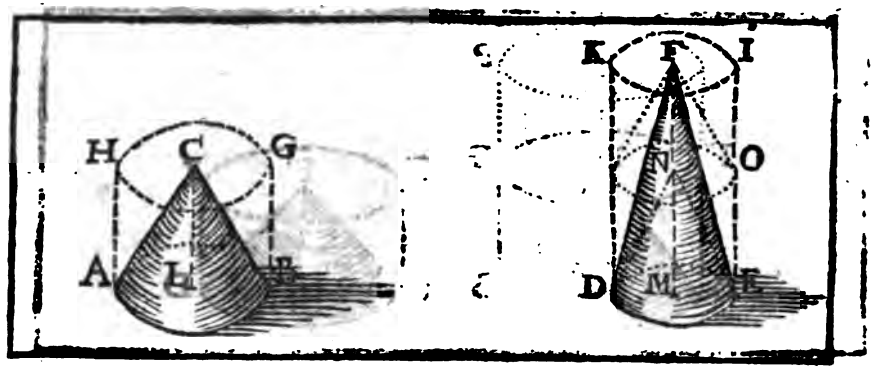
Es ſeynd gegeben die Waltze LN/ MF/ welche gleiche Baſes AB/ CD/ haben. Dieſem nach ſagt man/ daß ſich die Waltze LN/ zu der Waltze MF verhalte/ gleich wie die Höhe LN/ zu der Höhe MF.

Zubereitung.

Auff der Gröſſern Höhe LN/ mache LE = / der MF.
Durch E ziehe die Fläche HG = / denen Baſen.
ſo entſtehet darauß die Waltze LE und BN.

Beweiß

Die Waltze LE iſt = / der Waltze MF.
Unterdeſſen verhaltet ſich die Waltze LN/ zu der Waltze LE/
als wie die achſſe/ oder Höhe LN: zu der Achſſe/ oder Höhe LE/
oder dergleichen MF.
Darumb wird ſich auch die Waltze LN/ zu der Waltze MF verhalten/ gleich wie die Höhe LN/ zu der Höhe MF.
Weilen nun die Kögeln gerade ein dritter Theil deren Waltze ſeynd
So folget/ daß ſich auch ein Kögel zu dem andern verhalte:
als wie eine Höhe zu der andern.
Welches zu beweiſen war.



Die XV. Vorgeh. Betrachtung.

Gleiche Waltze / und Kegeln haben ihre Baſes und Höhe Widerkehrlich geproportionirter: und welche ihre Baſes / und Höhe widerkehrlich geproportionirter haben / ſeynd einander gleich.

Es ſeynd gegeben die zwo gleiche Waltze LC / ME. Dieſem nach ſagt man / daß ſich die Baſis AB / zu der Baſis DE verhalte / als wie die Höhe MF / zu der Höhe LC.

Zubereitung.

Auff der gröſſern Höhe MF / mache MN ⊓ / der LC.
Ziehe durch N die Fläche NO — / jenen Baſen.
Woraus die zwey Waltze DO / OK erwachſen.

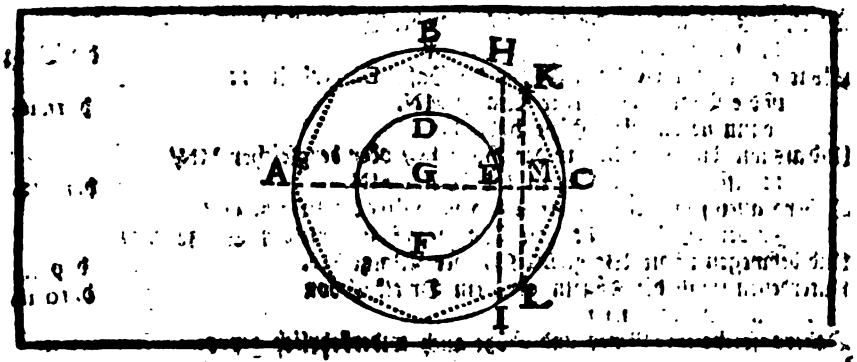
Beweiß.

Die zwey Waltze LC / MN haben einerley Höhe. 9. d. Zuſ.
Dahero als wie ſich haltet die Baſis AB / zu der Baſis DE;
Alſo iſt die Waltze LC / zu der Waltze MN. d. 11. 12.
Als wie ſich aber verhaltet die Waltze LC / zu der Waltze MN:
Alſo iſt die Waltze MF / zu derſelben Waltze MN. d. 7. 5.
(dann die Waltze LG ⊓ gegeben iſt / der Waltze MF)
Und auch wie die Waltze MF / ſich zu der Waltze MN verhaltet / d. 14. 12.
Alſo iſt die Lini / oder Höhe MF / zu der Lini oder Höhe MN.
Folget darumb letztlich / daß ſich die Baſis AB / zu der Baſis DE verhalte; als wie die Höhe MF / zu der Höhe LC
Welches zum erſten zu beweiſen war.

Wann ſich hernach die Baſis AB / zu der Baſis DE verhaltet / Als wie die Höhe LC / zu der Höhe MF / ſo ſagt man / Daß die Waltze LC ⊓ ſeye der Waltze MF.
Die Zubereitung bleibet wie vorgehends.

Weilen es iſt/ als wie die Baſis AB/ zu der Baſis DE ::
die Höhe MF/ zu der Höhe LC. 8. 5. Volg.
Als wie ſich aber die Baſis AB/ zu der Baſis DE verhaltet ::
iſt die Waltze LC/ zu der Waltze MN. 8. 11. 12.
(dann ſie einerley Höhe haben).
Und als wie die Höhe MF zu der Höhe LC/ oder dergleichen MN/
:: iſt die Waltze MF/ zu der Waltze MN. 8. 14. 12.
Dahero auch ſeyn werde; als wie ſich verhaltet die Waltze LC/
Zu der Waltze MN :: die Waltze MF/ zu derſelben Waltze MN.
Und deßwegen iſt die Waltze LC ∏ / der Waltze MF. 8. 9 f.
Unterdeſſen ſeynd die Kögeln grad ein Drittheil von 8. 10. 12.
denen Waltze/ u. ſ. f.
Dahero ſolche ihre Baſes und Höhe auch wiederkehrlich gepro-
portionirter haben. u. ſ. f.

Welches zu beweiſen ware.



Die XVI. Vorgab. Handgriff.

Es seynd zwey Zirckeln/ so einerley Mittel-Punct haben / gegeben/ man verlanget in dem gröſſern Zirckel ein gleichseitiges Viel-Eck/ welches gleiche und an der Anzahl gerade Seiten habe/ einzuschreiben/ doch/ daß sothanes Viel-Eck den kleinern Zirckel nicht berühre.

Es seynd gegeben die zwey ungleiche Zirckeln ABC/ DEF/ welche einerley Mittel-Punct G haben. Diesem nach verlangt man in dem gröſſern Zirckel ABC ein gleichseitiges Viel-Eck/ so die Seiten an der Anzahl grad hat/ einzuschreiben / doch mit diesem Geding / daß solches den kleinern Zirckel DEF nicht berühre.

Handgriff.

Ziehe durch den Mittel-Punct G die gerade Lini AC/ welche den Zirckel DF in E durchschneide.

Durch E ziehe HEI bleyrecht auff AC/ und daß sie den Zirckel DEF in E berühre. d. 16. 3.

Indeme nun der Bogen ABHC ☐ ist/ als der Bogen HC. d. 9. ax. 1.
wann man unterdessen auß ABHC die Helffte/ nemlich AB hinweg nemmet; und abermahlen auß der übrigen Helffte BC/ die Helffte/ und auß der übergebliebenen Helffte wiederumb die Helffte abziehet. u. s. f.

So ist klar/ daß letzlich ein Bogen überbleiben werde/ welcher ☐ seyn solte/ als der Bogen HC. d. 2. Lem. x.

Gesetzt ein solcher Bogen seye KC/ so ☐ ist/ als der Bogen HC.

Ziehe K C zusammen.

So wird KC eine Seite von dem verlangten Viel-Eck seyn.

Beweiß.

Weilen der Bogen KC ein gerader Theil/ nemlich die Helffte von einer andern Helffte/ und so fort/ ist.

So folget klar/ daß derselbe KC den gantzen Zirckel ABC grad außmesse/ und auch die Bögen an der Anzahl gleich habe.

Wann nun ſothane Bögen/ gleich wie KC mit geraden Linien ſo unterſpannet werden.

So werden auch ſolche Linien einander ∏ ſeyn. d. 29. 1.

Und dahero iſt das eingeſchriebene Vieleck erſtlich gleichſeitig/ alsdann wegen der Bögen/ ſo an der Anzahl gerad gemacht worden ſeynd/ hat es die Seiten an der Anzahl gerad.

Daß aber diß Viel-Eck den Zirckel DEF nicht berühre / wird alſo bewieſen:

Ziehe vorhero KML bleyrecht auff AC.

Indeme die ∠ HEM/ KME zween rechte Winckeln ſeynd.

So wird HI — ſeyn / der LK. d. 28. 1.

Unterdeſſen berühret die Lini HI den Zirckel DEF bloß allein in einem Puncten/ nemlich in E.

Folget darum/ daß die andere Lini LK denſelben Zirckel gar nicht berühre / ſondern völlig auſſerhalb denſelben ſeye.

(dann zwey Parallel-Linien niemahlen zuſammen ſtoſſen können.) d. 34. def. 1.

Dahero wird KC denſelben Zirckel noch weniger berühren können.

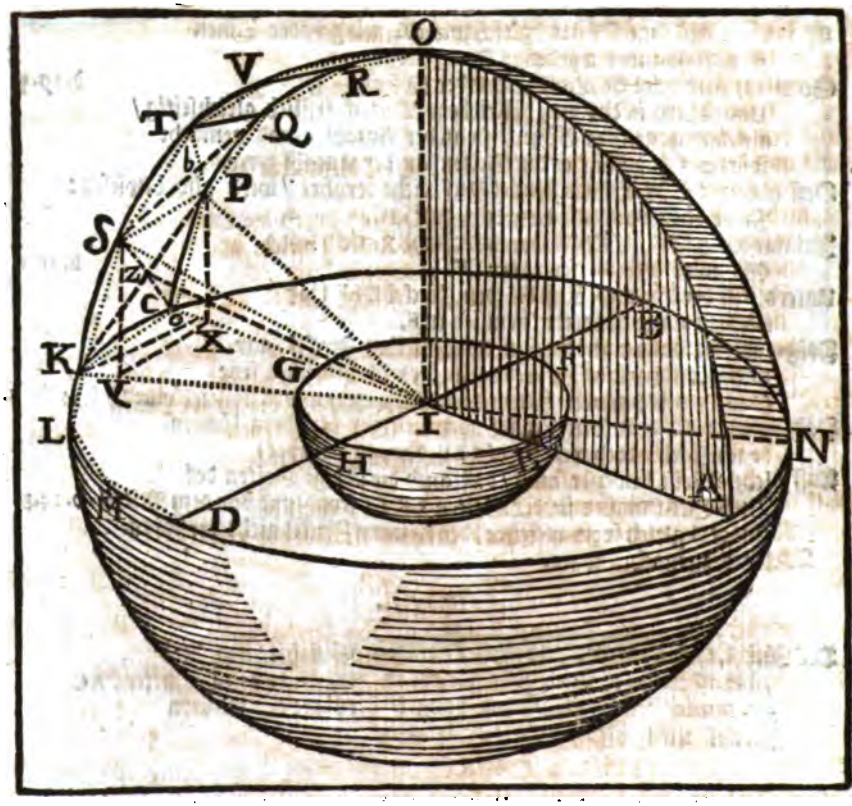
(dann ſolche noch weiter/ als LK darvon abſtehet)

Auff ſolche Weiſe beweiſet man / daß auch die übrige Seiten deß Viel-Ecks (maſſen ſie der Seiten CK ∏ ſeynd/ und von dem Mittel-Punct G gleich weit abſtehen) den kleinern Zirckel nicht berühren. d. 14. 3.

Welches zu machen ware.

Folge.

Die Lini LK/ ſo bleyrecht auff dem Diameter AC ſtehet/ und die zwey Seiten deß Viel-Ecks (welche an dem Ende deß Diameters AC zuſammen ſtoſſen) zuſammen hanget/ berühret den kleinern Zirckel niemahlen.



Die XVII. Vorgab. Handgriff.

Es seynd zwo Kugeln gegeben/ welche auß einem Mittel-Punct beschrieben seynd. Man verlanget in die gröſſere Kugel eine vielflächige Figur einzuschreiben/ welche die Fläche der kleinern Kugel nirgends berühren.

Es seynd gegeben die zwo Kugeln ABCD/ EFGH/ welche aus einem Mittel-Punct I beschrieben seynd. Man begehrt in die gröſſere ABCD eine vielflächige Figur also einzuschreiben/ daß sie auff keine Weise die Fläche der gegebenen kleinern Kugel berühre.

Mercke/ die zwey Kugeln seynd allhier nur halb schattirter angezeigt.

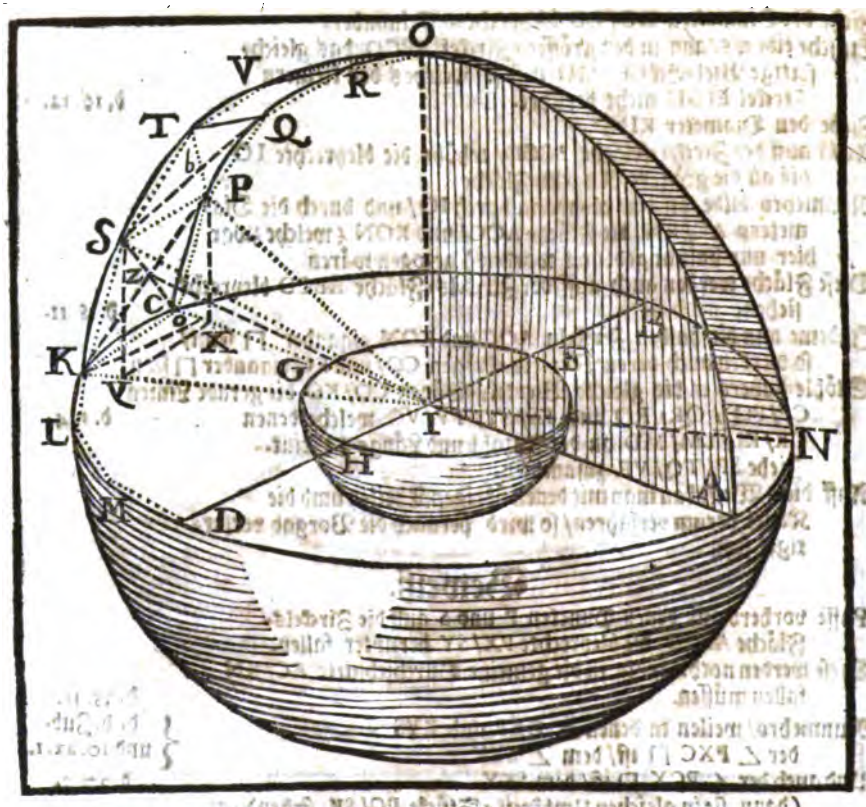
Handgriff.

Durchschneide beyde Kugeln mit einer Fläche / welche durch dero Mittel-Punct I gehe/ und die zween Zirckeln ABCD und EFGH mache.

Ziehe die Diametern AC/ BD bleyrecht auffeinander.
Beſchreibe alsdann in den gröſſern Zirckel ABCD das gleichſeitige Viel-Eck CKLMD u. ſ. f. welches den kleinern Zirckel EFGH nicht berühre. d. 16. 12.
Ziehe den Diameter KIN.
Auß I auff der Zirckel-Fläche ABCD/ erhöhe die bleyrechte IO biß an die gröſſere Kugels-Fläche.
Nunmehro bilde dir ein/ als wann durch IO/ und durch die Diametern AC/ KN die Fläche AOC/ und KON (welche zwar hier nur halb angedeutet worden) gezogen wären.
Dieſe Flächen werden auch auff der Zirckels-Fläche ABCD bleyrecht ſtehen. d. 18. 11.
Indeme nun die halben Zirckeln AOC und KOM einander ⊓ ſeind/ ſo werden auch deren Viertels-Bögen CO/ und KO einander ⊓ ſeyn.
Ziehe dahero in die gleiche Viertels-Bögen CO/ KO die gerade Linien CP/ PQ / QR/ RO und KS/ ST/ TV/ VG. welche denen CK/ KL/ LM/ MD an der Anzahl und Länge ⊓ ſeind. d. 1. 4.
Ziehe SP/ TQ/ VR zuſammen.
Auff dieſe Weiſe kan man mit denen übrigen Theilen umb die Kugel herum verfahren/ ſo wird hernach die Vorgab verfertiget ſeyn.

Beweiß.

Laſſe vorhero auß denen Puncten P und S auff die Zirckels-Fläche ABCD die bleyrechte PX/ SY herunter fallen.
Dieſe werden nothwendig in die gemeine Durchſchnitte AC/ KN fallen müſſen. d. 38. 11.
Nunmehro/ weilen in denen △ CXP und KYS der ∠ PXC ⊓ iſt/ dem ∠ SYK } d. d. Zub. und 10. ax. 1.
Und auch der ∠ BCX ⊓ iſt/ dem SKY d. 27. 3.
(dann ſie in gleichen Umbkreiß-Stücke PC/ SK ſtehen)
Letzlich die Seiten CP ⊓ iſt/ der Seiten KS. d. d. Hand.
So werden auch die zwo übrige Seiten PX und XC ⊓ ſeyn/ denen zwo übrigen Seiten SY und IK d. 26. 1.
Wann man dahero von denen gleichen IC/ IK/ die gleiche XC und IK abziehet/
So wird verbleiben IX ⊓/ der IY. d. 3. ax. 1.
Deßwegen wird in dem △ CIK ſeyn IX/ XC :: IY/ IK d. 7. 6.
und folgends ſchlieſſet man/ daß YX — ſeye/ der KC. d. 2. 6.
Unterdeſſen/ indeme PX ⊓ bewieſen worden iſt/ der SY. d. d. Vorg.
Und darzu beyde auff einer Fläche ABCD bleyrecht ſtehen/
So wird PX — ſeyn/ der SY/ d. 6. 11.
Und auch SP —/ und ⊓ der YX. d. 33. 1.
Und wiederumb SP wird — ſeyn/ der KC. d. 9. 11.
Nun folget auß dieſem/ daß die Vierſeitige Figur KSPC auff einer Fläche allein/ und auff dieſe Art auch die übrige vierſeitige Figuren TQPS/ VRQT/ und letzlich der △ ROV d. 7. 11.



ein jedes auff seiner besondern Fläche seye. d. 2. 11.

Und alsofort kan man leichtlich beweisen / daß die gantze Kugel ABCD mit dergleichen vier- und dreyseitigen Figuren / von denen eine jede auff seiner besondern Fläche lieget / umbschlossen seye / und dahero eine vielflächige Figur ist eingeschrieben worden.

Jetzund aber stehet zu beweisen / daß gedachte Fläche den Umbkreiß der kleinern Kugel auff keine Weise berühren.

Ziehe dahero auß dem Mittel-Punct I. die Lini IZ / bleyrecht in die vierseitige Fläche KCPS. d. 11. 11.

Hernach hange ZP / ZC / ZS / ZK zusammen.

Letztlich ziehe auß K die Lini KO bleyrecht auff CA.

Diesem nach ist erstlich klar / daß sich verhalte IC / CK ist IX / XY. d. 4. Cor. 2. 6. und d. Vor.

IC aber ist ⌐ / als IXY nemlich das gantze ist ⌐ als sein Theil.

Dahero wird auch CK ⌐ seyn / als XY (oder die gleiche PS.) d. 1. 4. 7.

Auff solche Weise ist SP ⌐ / als TQ ⌐ / und TQ ⌐ / als VR.

Entzwiſchen/ weilen LIZP/ IZC/ IZK/ IZS vier rechte ∠ ſeynd gemacht worden/

Und die Seiten IC/ IP/ IS/ IK einander □ ſeynd. d. 15. def. 1.
und die Seiten IZ allen vier △ gemein iſt.

So folget/ daß ZP/ ZC/ ZK/ ZS auch einander □ ſeynd. d. 47. 1.

Dahero/ wann man auß Z mit der Weite ZP einen Zirckel } d. 4. an. 46. 1.
ſchreibet/ wird ſolcher nothwendig durch die andere drey d. def. 15. 1.
Puncten C/ K/ S/ gehen/ und hierdurch die vierſeitige
Figur SPCK umbſchreiben müſſen. d. 3. def. 4.

Wann nun in ſolchem Zirckel alle vier Seiten SP/ PC/ CK/ KC der umbſchriebenen vierſeitigen Figur einander □ wären;

So müſten auch die Bögen/ welche von gedachten vier Seiten unterſpannet werden/ einander □ ſeyn. d. 28. 3.

Und dahero eine jede Seiten juſt einen Viertels-Bogen von dem gantzen Umbkreiß unterſpannen.

Indeme aber KC ⌜ iſt bewieſen worden/ als SP. d. d. Vor.
ſo wird dann dieſelbe KC mehr als ein Viertels-Bogen unterſpannen.

Unterdeſſen verhalten ſich die ∠ in denen Zirckel gegen einander
Gleich wie ihre Umbkreiß-Stücke/ darauff ſie ſtehen. d. 33. 6.

Nun iſt das Umbkreiß-Stücke KC allererſt bewieſen worden ⌜/ als ein Viertels-Bogen/ welcher allezeit einen geraden ∠ beſchlieſſet.

Dahero folget/ daß alſo KG dem ſtumpffen ∠ CZK mache/
Und darum wird das □ auff KC ⌜ ſeyn/ als beyde □ auff ZC und ZK ſammentlich. d. 12. 2.

Die beyden □ aber auff ZC und ZK wegen gleichen Seiten ſeint auch einander gleich.

Deßwegen wird das □ auff KC ⌜ ſeyn/ als doppelt das □ auff ZC.

Ferner iſt der ∠ AIK ⌜/ als ein rechter ∠. d. 9 28. 1.
(Dann des ∠ AIO ein rechter ∠ gemacht worden iſt)

Dieſem ∠ AIK aber ſeint ¬ beyde ∠ IKC/ und IKC ſammentlich/ d. 32. 1.
(welche ſonſten unter ſich ſelbſt einander □ ſeint). d. 5. 1.

Dahero wird die Helffte von beyden ∠/ als wie der ∠ ICK ⌜ ſeyn/ als ein halb rechter ∠.

Darumb wird in dem △ COK (maſſen der ∠ COI ein rechter ∠ iſt/ und der ∠ ICK ⌜/ als ein halbrechter ∠) der dritte ∠ CKO nothwendig ¬ ſeyn/ als der ∠ ICK/ d. d. Zuſ. d. 32. Cor. 2.

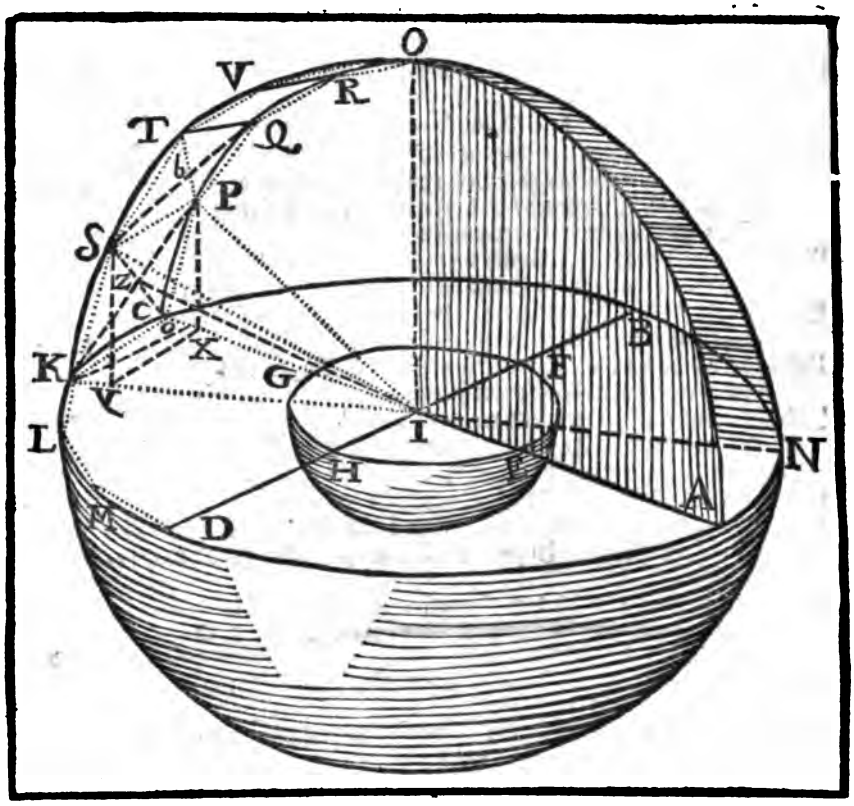
Und folgends die Lini Ko ⌜ ſeyn/ als die Lini Co. d. 19 1.

Dahero iſt klar/ daß das □ auff KC (welches ſonſten □ iſt/ denen zwey □ auff Ko und Co) ¬ ſeyn werde/ als das □ auff der gröſſern Seiten Ko zweymahlen genommen.

Unterdeſſen iſt ſchon bewieſen worden/ daß daſſelbe □ auff KC ⌜ ſeye/ als das □ auff ZC zweymahlen genommen.

Dahero wird das □ auff Ko einmahlen genommen/ auch ⌜ ſeyn/ als das □ auff ZC/ auch einmahlen genommen.

Dieſem nach/ weilen das □ auff IC □ iſt/ denen zwey □ auff IZ und ZC, d. 47. 1.



Und auch das □ auff IK ⊓ iſt / denen zwey □ auff IO und KO. d. 47. 1.
wegen gleichen Seiten aber iſt das □ auff IC ⊓ / dem □ auff IK. d. 15. def. 2.
Dahero ſeynd auch die zwey □ auff IZ und ZC ⊓ / denen zwey □
auff Io und Ko.
Wann man nun beyderſeits die zwey ungleiche □ / nemlich das
kleinere □ auff ZC / und das gröſſere □ auff KO von denen
gleichen □ auff IC und IK abziehet.
So iſt klar / daß das übrige □ auff IZ ⌜ ſeyn werde / als das
übrige □ auff IO. d. 5. 2x. 2.
Und folgends wird auch die Lini IZ ⌜ ſeyn / als die Lini Io. d. 4. 2m. 46. 1.
Unterdeſſen iſt der Punct o (das iſt die Lini Ko) auſſerhalb
der Kugel EFGH / und kan dieſelbe nicht berühren. d. 16. Cor. 12.
Folget / daß noch vielweniger die Fläche KSPC / worauff Z
der nechſte Punct gegen den Mittel-Punct I iſt / gedachte
kleinere Kugel EFGH berühren werde. u. ſ. f.
Eben auff dieſe Weiſe beweiſet man / daß die Fläche STQP.
TVRQ / VOR die Kugel EFGH nicht berühren können / u. ſ. f.

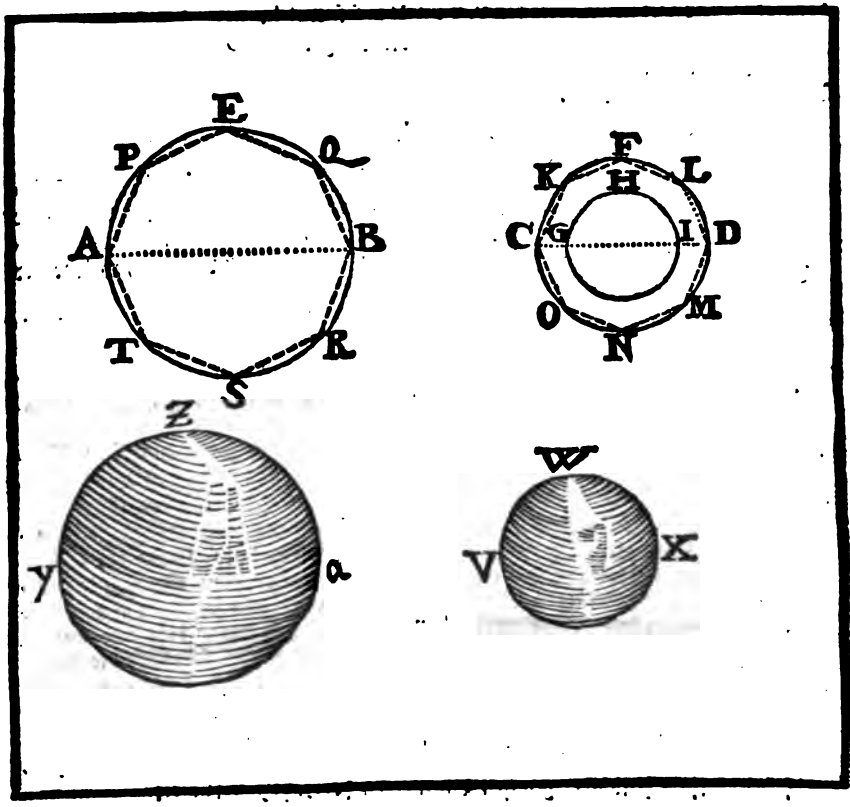
Dahero iſt die vielflächige Figur GRV. TQPS/ u. ſ. f. welche
die kleinere Kugel nicht berühret/ in die Kugel ABCD
eingeſchrieben worden.
Welches zu machen ware.

Folge.

Wann in einer andern Kugel auch eine vielflächige Figur gleichförmig der erſt eingeſchriebenen vielflächigen Figur / eingeſchrieben wird: ſo wird ſich eine vielflächige eingeſchriebene Figur / zu der andern gleichförmig eingeſchriebenen vielflächigen Figur in dreymahliger Verhaltnuß derjenen/ welche der einten Diameter/ zu dem Diameter der andern hat/ verhalten.

Dann klar iſt/ wann beyde Kugeln umb einen Punct geſtöhlt werden/ (wie vorgehends geſchehen iſt) daß ſie wegen einerley einfallenden geraden Linien / und gleicher Außtheilung / in gleichformige / und an der Anzahl gleichen Spitzſäule (als wie in der gröſſern Kugel die Spitzſäule KSPCI/ deſſen Baſis KSPC und der Spitze I iſt) abgetheilt werden.

Nun verhalten ſich gleichförmige Spitzſäule gegen einander in dreymahliger Verhaltnuß ihrer gleichförmig-haltnuß-ſagenden Seiten (nemlich deren halb-Diametern CI/ GI d. Cor. 8. Vorg. 12): das iſt / die gröſſere Spitzſäule KSPCI verhaltet ſich gegen der kleinern gleichförmigen Spitzſäule in dreymahliger Verhaltnuß derjenen/ welche der gröſſere halb-Diameter CI/ zu dem kleinern halb-Diameter GI hat. u. ſ. f. Eine gröſſere Spitzſäule zu einer kleinern Spitzſäule/ ſo viel deren in beyden Kugeln ſeynd: wie aber eine gröſſere Spitzſäule ſich zu einer kleinern Spitzſäule verhaltet; alſo werden ſich alle gröſſere Spitzſäule ſammentlich in einer Kugel (das iſt/ die gantze gröſſere dichte vielflächige Figur) zu allen kleinern Spitzſäule ſammentlich in der andern Kugel (das iſt/ zu der gantzen kleinern dichten vielflächigen Figur) verhalten (d. 12. 5.) und dahero ſich auch die gröſſere vielflächige Figur / zu der kleineren gleichförmig vielflächigen Figur in dreymahliger Verhaltnuß ihrer halb oder gantzen Diametern (d. 15. 5.) verhaltet.



Die XVIII. Vorgab. Betrachtung.

Die Kugeln verhalten ſich gegen einander in dreymahliger Verhaltnuß ihrer Diametern.

Es ſeynd gegeben die zwo Kugeln AEB/ CFD und ihre Diametern AB/ CD. Dieſem nach ſagt man/ daß ſich die Kugel AEB/ zu der Kugel CFD in dreymahliger Verhaltnuß derjenen/ welche der Diameter AB/ zu dem Diameter CD hat/ verhalte.

Beweiß.

Geſetzt/ man geſtehe es nicht: ſo wird dannoch die Kugel AEB ſich zu einer andern Kugel/ gleich wie zu GHI (welche ⌝ iſt/ als die Kugel CFD)/ oder zu YZa (welche ⌜ iſt/ als CFD) in dreymahliger Verhaltnuß derjenen/ welche der Diameter AB/ zu dem Diameter CD hat/ verhalten können.

Laſſe man anfänglich / daß die Kugel AEB ſich zu der Kugel GHI / (welche ⌝ ſeye / als die Kugel CFD) in dreymahliger Verhaltnuß derjenen / welche der Diameter AB / zu dem Diameter CD hat / verhalte.

Nunmehro bilde dir ein / daß die zwey Kugeln GHI und CFD aus einem Mittel-Punct gezogen ſeynd.

Alsdann einſchreibe in die gröſſere CFD die vielflächige Figur CKFLDMNØ / welche die kleinere Kugel GHI nicht berühre. b. 17. 12.

Letzlich in die Kugel AEB einſchreibe die vielflächige Figur APE QBRST gleichförmig / der vielflächigen Figur CKFLDMNO.

Dieſem nach iſt klar / daß die gleichformige eingeſchriebene vielflächige Figur APEQBRST in der Kugel AEB / ſich zu der eingeſchriebenen vielflächigen Figur in der Kugel CFD in dreymahliger Verhaltnuß ihrer Diametern AB / CD / verhalte. b. 17. Cor. 12.

Es iſt aber zugelaſſen worden / daß auch die Kugel AEB ſich zu der Kugel GHI in dreymahliger Verhaltnuß / deren Diametern AB / CD / verhalte /

Dahero wird ſich die Kugel AEB / zu der Kugel GHI verhalten: gleich wie die dichte vielflächige Figur APEQBRST / zu der dichten vielflächigen Figur GKFLDMNO.

Und durch die Verwerlung / wird ſich die Kugel AEB zu der dichten vielflächigen Figur APEQBRST verhalten: gleichwie die Kugel GHI / zu der dichten vielflächigen Figur CKLDMNO.

Unterdeſſen iſt die Kugel AEB ⌜ / als die dichte vielflächige Figur APE (nemlich das gantze iſt ⌜ / als ſein Theil).

Folget / daß auch die Kugel GHI ⌜ ſeye / als die dichte vielflächige Figur CKFLDMNO (der Theil ⌜ als ſein gantzes) ſo ungereimt iſt.

Dahero ſchlieſſet man / daß die Kugel AEB ſich nicht zu einer andern Kugel / welche ⌝ iſt / als die Kugel CFD in dreymahliger Verhaltnuß deren Diametern AB zu DC verhalte.

Setze zum andern mal zugelaſſen / daß ſich die Kugel AEB zu der Kugel YZa (welche ⌜ ſeye / als die Kugel CFD) in dreymahliger Verhaltnuß derjenen / ſo der Diameter AB / zu dem Diameter CD hat / verhalte.

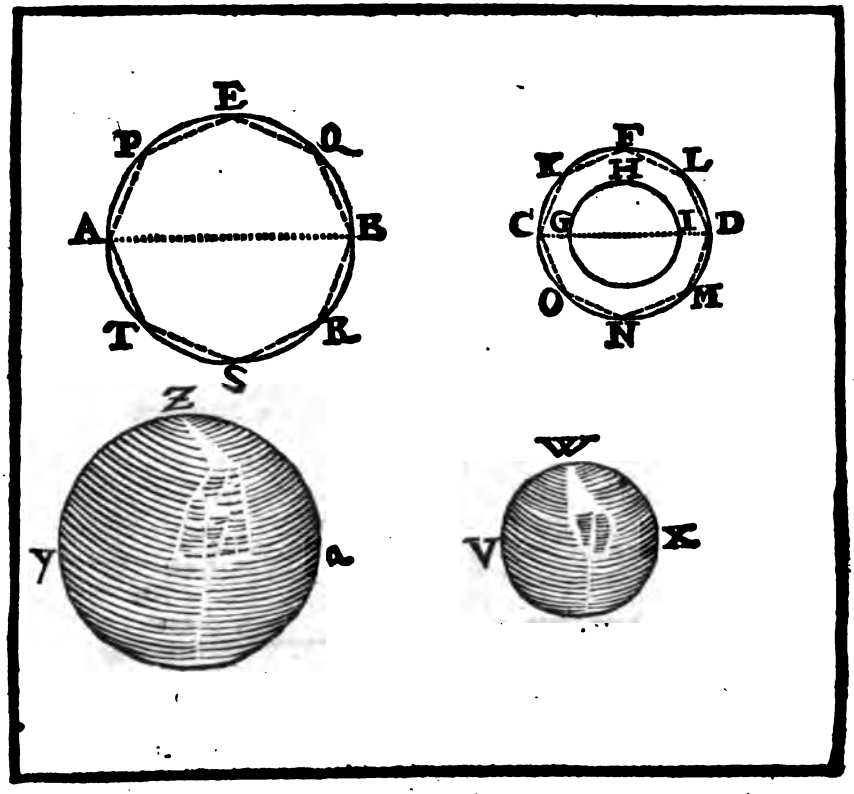
Weilen dann die vielflächige Figur APEQBRST ſich zu der gleichformigen vielflächigen Figur CKFLDMNO in dreymahliger Verhaltnuß deren Diametern AB / CD / verhaltet. b. 17 Cor. 12.

So wird ſich auch die Kugel AEB zu der Kugel YZa verhalten: gleichwie die vielflächige Figur APEQBST / zu der vielflächigen Figur CKFLDMNO.

Und durch die Verwerlung wird ſich die Kugel YZa zu der Kugel AEB verhalten: als wie CKFLDMNO / zu APEQBRST.

Es verhaltet ſich aber CKFLDMNO / zu APEQBRST in dreymahliger Verhaltnuß deren Diametern / nemlich CD / zu AB. b. 7. Cor. 2.

Dahero wird ſich auch die Kugel YZa / zu der Kugel AEB in dreymahliger Verhaltnuß deren Diametern CD / zu AB / verhalten.



Unterdeſſen ſetze man/ daß/ wie ſich die Kugel YZa zu der Kugel AEB verhalte: alſo ſeye die Kugel CFD/ zu einer andern Kugel/ gleich wie zu VWX.

So wird die Kugel CFD ſich auch zu der Kugel VWX in dreymahliger Verhaltnuß ihrer Diametern CD / AB verhalten müſſen.

Nun iſt die Kugel YZa ⌜ geſetzt worden / als die Kugel CFD.

Dahero folget/ daß auch die Kugel AEB ⌜ ſeye / als VWX.

Und deßwegen wird ſich die Kugel CFD / zu der Kugel VWX (welche dann ¬ iſt/ als die Kugel AEB) in dreymahliger Verhaltnuß deren Diametern CD zu AB verhalten müſſen. Welches aber ungereimt iſt. Dann erſt vorgehends bewieſen worden iſt/ daß eine Kugel zu einer Kugel/ welche ¬ iſt als die andere CFD nicht in dreymahliger Verhaltnuß ihrer Diametern / ſich verhalten könne.

Dahero wird noch unfehlbar die Kugel AEB ſich zu der Kugel CFD in dreymahliger Verhaltnuß derjenen / welche der Diameter AB zu dem Diameter CD hat/ verhalten müſſen.

Welches zu beweiſen ware.

Folge.

Es verhaltet ſich ein Kugel zu der andern/ als wie die erſt eingeſchriebene vielflächige Figur / zu der andern gleichförmig-eingeſchriebenen vielflächigen Figur.

GOTT allein die Ehre.